

Nombre: _____ Fecha: _____

Actividad NUMB3RS: Buscando distancia

En "Final de la guardia" Charlie y Amita están disparando proyectiles en llamas hacia un modelo que construyeron. Charlie explica que está "derivando un sistema de pares de ecuaciones diferenciales para compararlas con un método Runge-Kutta de cuarto orden". Amita simplifica las cosas cuando explica que "él está viendo cuán lejos puede lanzar una bola de fuego". La pregunta de cuán lejos se puede desplazar un proyectil es muy antigua. El hombre siempre ha procurado lanzar armas a largas distancias. Hay dos factores principales que inciden en la solución de este problema: la fuerza detrás del proyectil y el ángulo en el cual se lanza. En esta actividad vas a entender cómo el ángulo en que se lanza un proyectil afecta la distancia que puede viajar.

Supón que un proyectil es lanzado desde la superficie de la Tierra con un ángulo θ . Sea x la distancia horizontal, en pies, que ha viajado el proyectil a los t segundos y sea y la altura en pies. El proyectil sigue una trayectoria parabólica determinada por la ecuación paramétrica $x = v_0 t \cos \theta$ $y = v_0 t \sin \theta - 16t^2$, donde v_0 es la velocidad en pies por segundos; θ es el ángulo en que fue lanzado (en grados) y t es el tiempo en segundos.

1. La altura y es 0 pies al principio ($t = 0$) y cuando el proyectil toca tierra. Calcula el tiempo t en términos de θ cuando el objeto toca tierra.
2. Sustituye el valor de t de la Pregunta 1 en la fórmula para x para hallar la distancia horizontal recorrida por el proyectil.
3. Simplifica la fórmula de la Pregunta 2 usando identidades trigonométricas.
4. Aplicando la fórmula para x hallada en las preguntas anteriores, ¿qué valor de θ dará la distancia máxima?
5. ¿Cuál es la relación entre las distancias alcanzadas por dos objetos lanzados en ángulos complementarios? ¿Por qué?
6. ¿Cuál es la distancia máxima que alcanza un objeto lanzado con una velocidad inicial de 100 pies por segundo?
7. Cuando un jardinero de béisbol tira la pelota hacia *home*, el generalmente usa un ángulo diferente del calculado en la Pregunta 4. ¿Por qué elegiría el jugador no lanzar la pelota a la distancia máxima?

También puedes explorar este concepto con el siguiente programa de calculadora. Éste muestra una comparación entre las distancias alcanzadas a varios ángulos. Primero te pregunta cuántos ángulos deseas comparar, y luego te pide los grados de cada uno de esos ángulos. Cuando aparece una trayectoria nueva, la gráfica anterior permanece, de tal forma que puedes apreciar las diferencias.

Use la configuración de esta página: y estos modelos:

```
VENTANA
Xmin=0
Xmax=320
Xrescal=100
Ymin=0
Ymax=150
Yrescal=10
Xres=1
```

```
NORMAL Cien In3
Flot 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
Radian Grado
Func PAR POL Suc
Unida Puntos
Secuencia1 SIMUL
REAL a+bi re^θi
Comp1 HORIZ G-T
SET CLOCK 02/09/07 3:15PM
```

```
:ClrDraw
:FnOff
:O→C
:I nput "HOW MANY?" ,N
:Lbl 1
:I nput "DEGREES?" ,A
:A* π/180→A
:O→T
:Repeat Y<0
:T+.1→T
:100* cos(A)* T→X
:100* sin(A)* T-16T^2→Y
:Pt-On(X, Y)
:End
:C+1→C
:I f C< N
:Goto 1
:Stop
```

El objeto de esta actividad es dar a los estudiantes un vistazo breve y sencillo de un tema matemático muy extenso. TI y NCTM lo invitan a usted y a sus estudiantes a aprender más sobre este tema con las extensiones que se ofrecen abajo y con su propia investigación independiente.

Extensiones

Introducción

Esta actividad considera el caso más simple: que la pelota comienza en el suelo (como en el golf) y que no hay fricción. También supone que la velocidad de lanzamiento es constante para cualquier ángulo. Esto es así para una máquina, pero no en el caso de un ser humano que lanza una pelota. La eliminación de premisas añade elementos matemáticos más interesantes.

Toda la clase se reunirá en el campo del equipo de fútbol americano (gracias a las marcas de las yardas, leer las distancias es tan fácil como leer una recta numérica). Pídanle a un miembro del equipo de atletismo que les dé una clase breve de lanzamiento de bala. Pongan una cámara de video en un trípode a una distancia que permita captar el vuelo completo de la bala sin necesidad de mover la cámara ni graduar el lente. Los estudiantes deben lanzar la bala a ángulos de aproximadamente 30° , 45° , y 60° . El estudiante que esté manejando la cámara debe grabar la distancia que alcanza cada tiro cuando la bala toca tierra.

De regreso en el aula, muestre el video en una pantalla ancha. Marque las trayectorias de los tiros con tres colores diferentes. Entonces mida los ángulos que cada uno forma con la horizontal (no tienen que ser exactamente 30° , 45° , ó 60°). Haga una tabla para registrar el ángulo y la distancia alcanzada por cada tiro. Aunque los tiros se diferenciarán entre sí (y el integrante del equipo de atletismo seguramente hará el tiro más largo) la tabla mostrará, en general, que para cada estudiante (que hace cada tiro con una velocidad aproximadamente constante) la distancia máxima ocurre en ángulos cercanos a los 45 grados.

Para el estudiante

Trabaja con un profesor de física para averiguar qué otras fuerzas actúan sobre un proyectil. Diseña experimentos que tomen en cuenta el rozamiento con el aire, el viento, la forma del proyectil, etc. Los ejércitos modernos lanzan proyectiles contra blancos que están más allá del alcance visual. Esta actividad presupone que nos encontramos en una superficie plana. Investiga cómo la curvatura de la tierra empieza a influir en para distancias largas, y cómo afecta, si es que ocurre, el ángulo de lanzamiento.

Investiga la historia de la balística para una clase de estudios sociales. Por ejemplo, Napoleón reclutó matemáticos en su ejército. Investiga los aportes hechos a los estudios de las trayectorias por el matemático del siglo XVI Nicolo Fontana Tartaglia (el primero que descubrió el resultado de esta actividad) y por el científico Galileo Galilei en el estudio de las trayectorias.

Recursos adicionales

Para ver una página del cuaderno de Galileo con un dibujo y cálculos del desplazamiento de un proyectil, así como ilustraciones de Tartaglia de cómo apuntar un cañón con base en el resultado de 45° , visita:

<http://www.yorku.ca/bwall/glimpses/12.pdf>.