VARIOS PROBLEMAS: FUNCIONES, DERIVADAS, MATEMÁTICAS APLICADAS

Utilizando la TI-84 PLUS

Profesor: Marco Barrales

1. Considere la función $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$

(a) (i) Halle $f'(x)$.

(ii) Halle la pendiente de la curva $f(x)$ para $x = 3$.

(b) Halle la abscisa x de los puntos de la curva en los cuales la pendiente es $^{-}12$.

(c) (i) Calcule las abscisas x de los puntos donde existe un máximo y un mínimo local.

(ii) A partir de ellas halle las coordenadas del mínimo local.

(d) ¿Para qué valores de x es $f(x)$ es creciente?

2. La distancia de s metros, recorrida por un atleta en t, está dada por la fórmula $s(t) = 250 \cdot t + 5t^2 - 0{,}06t^3, 0 \leq t \leq 70$.

(a) Calcule la distancia recorrida pasado 50 minutos.

(b) (i) Demuestre que 50 minutos y 1 segundo pueden ser escritos como $50\frac{1}{60}$ minutos.

(ii) Calcule la distancia recorrida pasados $50\frac{1}{60}$ minutos.

(iii) Calcule el valor de $\dfrac{s\left(50\frac{1}{60}\right) - s(50)}{\frac{1}{60}}$

(c) (i) Exprese la velocidad del atleta en función de t

(ii) Calcule la velocidad cuando $t = 50$.

(d) Explique por qué sus respuestas a las partes b(iii) y c(ii) tienen valores muy próximos.

3. La función pendiente de una curva está dada por $g'(x) = x^2 - 2x + 5$.

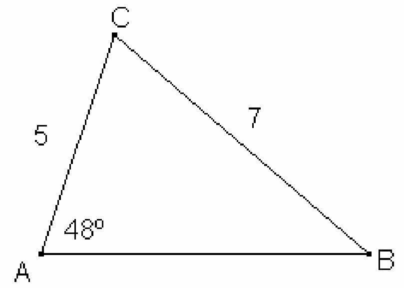
La curva $g(x)$ pasa por el punto (3,5). Halle la ecuación de $g(x)$.

4. Sea $f(x) = \sqrt{x^3}$. Halle

(a) $f'(x)$;

(b) $\int f(x)dx$.

5. En el triángulo ABC, AC =5, BC =7, $\angle$A =48º, según se muestra en la figura.



Halle $\angle$B, y exprese su respuesta redondeada al grado más próximo.

6. Considere la función $f(x) = 2x^2 - 8x + 5$.

(a) Escriba $f(x)$ en la forma $a \cdot (x - p)^2 + q$, donde $a, p, q \in \mathbb{Z}$

(b) Halle el valor mínimo de $f(x)$

7. Resuelva la ecuación $e^x = 5 - 2x$, expresando su respuesta con **cuatro** cifras significativas.

8. Dado que $sen(x) = \frac{1}{3}$, donde x es un ángulo agudo, halle el valor exacto de

(a) $\cos(x)$;

(b) $\cos(2x)$.

9. La gráfica de $y = x^3 - 10x^2 + 12x + 23$ tiene un punto de máximo entre $x = -1$ y $x = 3$. Halle las coordenadas de este punto de máximo.

10. Considere las funciones $f : x \to 4(x-1)$ y $g : x \to \frac{6-x}{2}$

(a) Halle g^{-1}.

(b) Resuelva la ecuación $(f \circ g^{-1})(x) = 4$

11. Tomemos funciones de la forma $y = e^{-k \cdot x}$.

(a) Muestre que $\int_0^1 e^{-k \cdot x} dx = \frac{1}{k} \cdot (1 - e^{-k})$

(b) Sea $k = 0{,}5$

(i) Dibuje la gráfica de $y = e^{-0{,}5 \cdot x}$, para $-1 \le x \le 3$ e indique las coordenadas de su intersección con el eje de las y.

(ii) Sombree la región encerrada por esta gráfica, el eje de las y, el eje de las x y la recta $x = 1$.

(iii) Halle el área de esta región

(c) (i) Halle $\frac{dy}{dx}$ en función de k, siendo $y = e^{-k \cdot x}$.

El punto P(1 , 0,8) yace sobre la gráfica de la función $y = e^{-k \cdot x}$

(ii) Halle el valor de k para este caso.

12. Resuelva la inecuación $x^2 - 4 + \frac{3}{x} < 0$

13. Cuando se divide el polinomio $x^4 + ax + 3$ por $(x-1)$, el resto es 8. Halle el valor de a.

14. Halle $\int (\theta \cdot \cos\theta - \theta) d\theta$.

15. Halle la coordenada de x del punto de inflexión de la gráfica de $y = x \cdot e^x, -3 \le x \le 1$.

16. (i) (a) Utilizando la sustitución $u = \cos x$ o de otra manera, halle $\int sen^3 x dx$.

(b) A partir de aquí, halle el área entre la gráfica de $y = sen^3 x$, y el eje de las x, entre $x = 0$ y $x = \frac{\pi}{2}$.

(ii) Sea la función f, definida por $f(x) = \frac{2}{1+x^3}$, $x \neq -1$.

(a) (i) Escriba la ecuación de la asíntota vertical de la gráfica de f .

(ii) Escriba la ecuación de la asíntota horizontal de la gráfica de f .

(iv) Dibuje la gráfica de f en el dominio $-3 \leq x \leq 3$

(b) (i) Usando el hecho de que $f'(x) = \frac{-6x^2}{\left(1+x^3\right)^2}$, muestre que la derivada segunda es $f''(x) = \frac{12x(2x^3-1)}{(1+x^3)^3}$

(ii) Halle las abscisas x de los puntos de inflexión de la gráfica de f .

(c) La tabla siguiente da algunos valores de $f(x)$ y $2 \cdot f(x)$

x	$f(x)$	$2 \cdot f(x)$
1	1	2
1,4	0,534188	1,068376
1,8	0,292740	0,585480
2,2	0,171703	0,343407
2,6	0,107666	0,215332
3	0,071429	0,142857

(i) Use la regla del trapecio con cinco subintervalos para hallar la aproximación de la integral $\int_1^3 f(x)\,dx$.

(ii) Dado que $\int_1^3 f(x)dx = 0,637599$, use un diagrama para explicar por qué su respuesta es un valor superior a éste