

Laboration: Att inhägna ett rektangulärt område

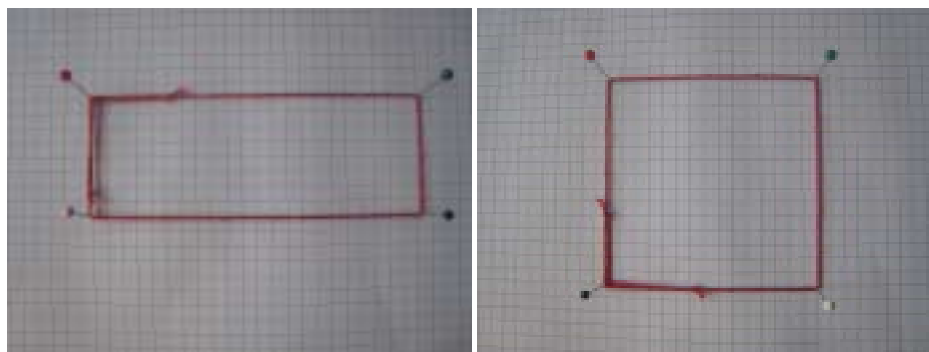
Du har tillgång till ett hoprullat staket som är 30 m långt. Med detta vill du inhägna ett område och använda allt staket. Du vill göra inhägnaden rektangelformad.

Undersök hur områdets area förändras om du väljer olika sidolängder.

Vilka mått ska den rektangulära inhägnaden ha för att du ska få största möjliga area hos det inhägnade området?

Några steg på vägen

- Bekanta dig med problemet genom att rita ett antal rektanglar som har omkretsen 30 cm och beräkna deras areor. Ett annat sätt att göra är att använda ett band som är 30 cm långt och spänna upp det på ett rutat papper med stöd av t ex knappnålar. Genom att räkna antalet inhägnade rutor får du en uppfattning av vad som händer med arean.



- Skapa ett nytt dokument på handenheten. Infoga en Lists & Spreadsheet applikation. Lägg sedan in värden i lista A med tänkbara värden på en av sidorna. Starta med att denna sida är 1 meter och fortsätt i steg om 1 m så länge det är tillämpligt. I den närliggande kolumnen beräknar du hur stor den andra sidan i rektangeln blir. Därefter beräknar du i påföljande kolumn arean hos inhägnaden.
- Rita ett punktdiagram med ena sidolängden som x-värden och arean som y-värden.
- Kalla ena sidan för x och tänk efter hur långa de andra sidorna blir. Skriv upp ett uttryck som visar hur arean beror av x . Rita denna funktion. Hur stämmer det?

Matematisk nivå

Laborationen kan användas från grundskolans senare del och matematik kurs A.

Teknisk nivå

Grundläggande laboration. Någon tidigare erfarenhet av TI-Nspire är en fördel.

Läroanvisning:

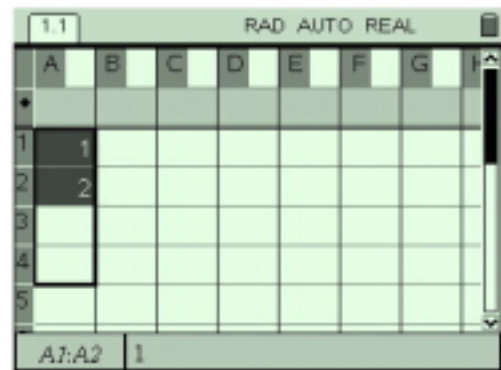
Starta ett nytt dokument och infoga en sida med Lists & Spreadsheet. Skriv in talen 1 och 2 i cellerna A1 respektive A2. Ställ sedan markören i cell A1, håll shift-tangenten nere medan du för markören nedåt med pil-ner-tangenten. Nu är de båda cellerna markerade.

Tryck på menu-tangenten och gör de val som bilden visar. Använd sedan pil-ner-tangenten för att markera så många celler som är tillämpligt i detta fall. Du ser en början av detta i bilden nedan till höger.



Döp kolumn A till *sida1* genom att placera markören i titelcellen till höger om bokstaven A och skriva in detta (utan mellanslag).

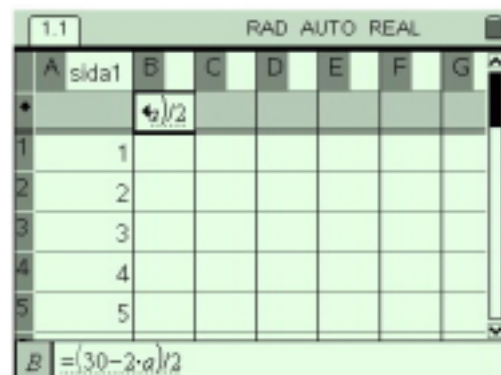
För att få hela texten synlig breddar du kolumnen genom att trycka på menu (Actions, Resize, Resize Column Width). Använd sedan pil-höger-tangenten att bredda kolumnen. Avsluta med tryckning på esc-tangenten.



Be eleverna tänka efter hur lång den andra sidan i rektangeln blir. (Hur mycket blir kvar av staketet? Fördela detta på två sidor.) Det underlättar väsentligen att använda något av värdena i tabellen, till exempel det första, 1.

Skriv in denna formel i formelcellen, som finns i raden under titelcellen.

Du kan kalla denna kolumn för *sida2* om du vill men det är inte nödvändigt.

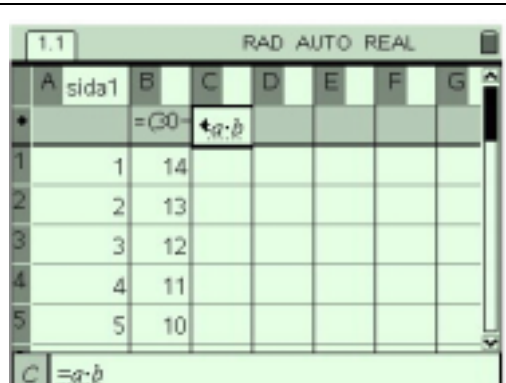


Då du trycker på enter dyker värdena upp i kolumn B. Bläddra nedåt för att se detta.

Skriv in formeln för att beräkna rektangelns area med hjälp av formelcellen i kolumn C. Tryck enter för att utföra beräkningen.

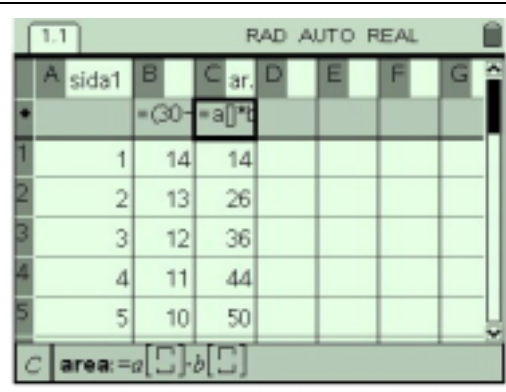
Döp kolumnen till *area* i titelcellen.

Om du vill, kan du nu bredda kolumnen, för att se hela texten, area



Infogar en Graphs & Geometry sida (C , Graphs & Geometry).

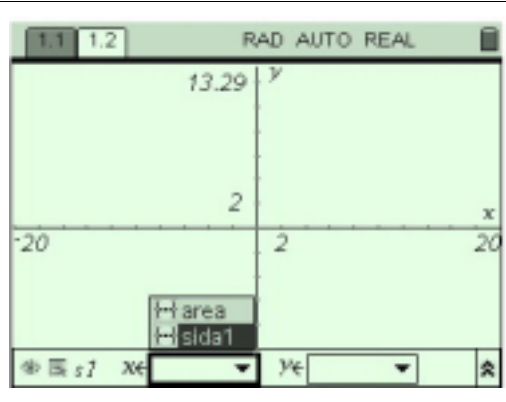
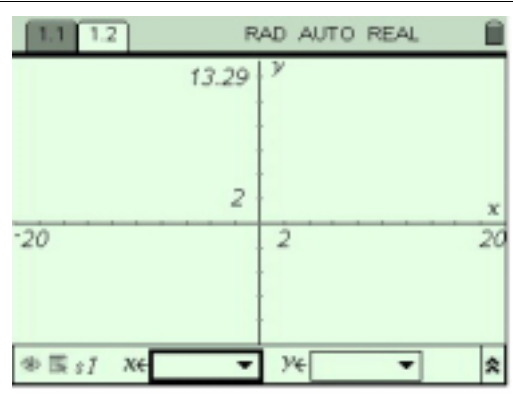
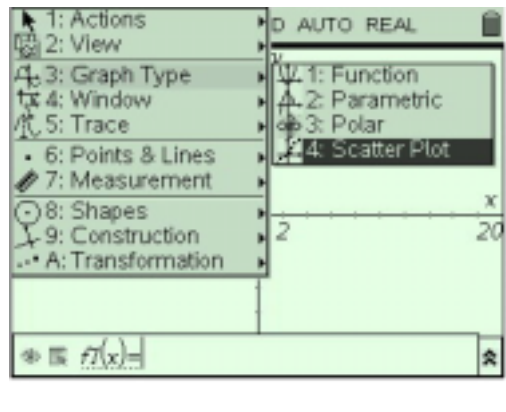
Välj ett punktdiagram (b , Graph Type, Scatter Plot. Se bilden nedan till höger!


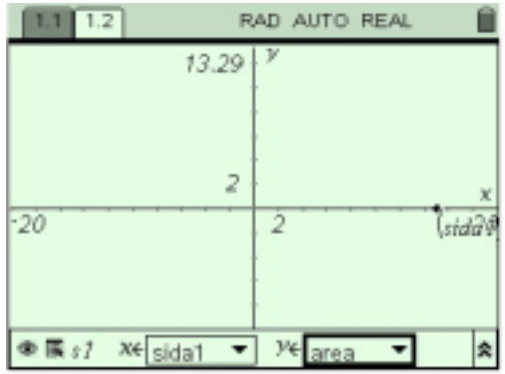
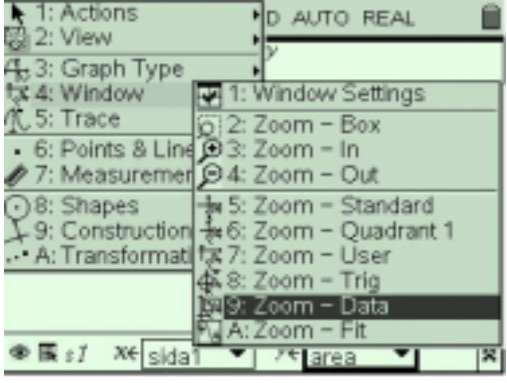
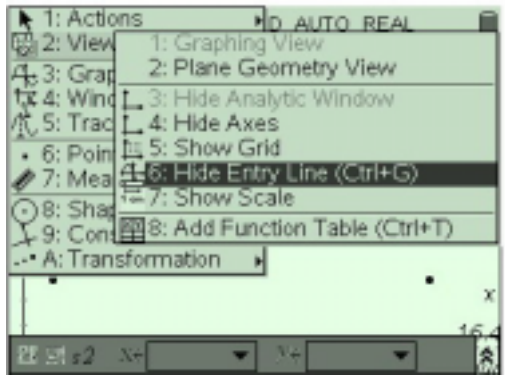

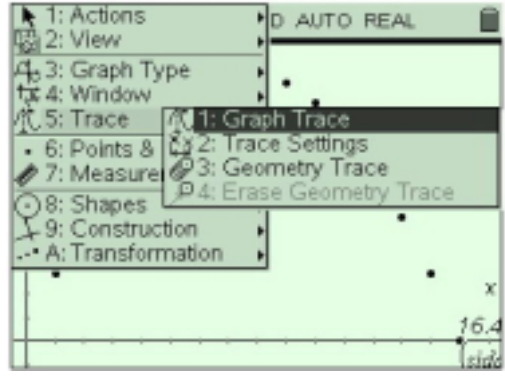
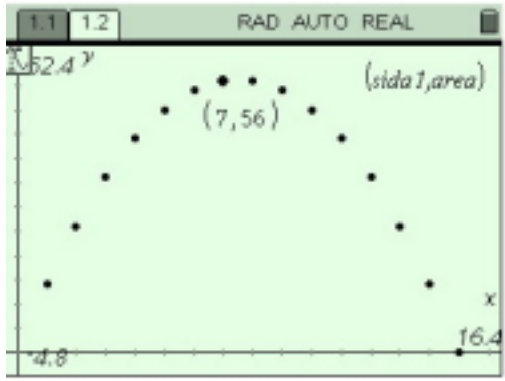


Klicka i dialogrutan för x. Se bilden nedan till vänster. Då öppnas rutan och i denna väljer du med pil- och klicktangenterna variabeln *sida1*. Se bilden nedan till höger.

Flytta markören till nästa fält, som är dialogrutan för y med hjälp av tab-tangenten, e .

Välj variabeln *area* i denna och tryck enter.



<p>I diagramområdet syns endast en enda prick. Orsaken är att fönstrets inställningar måste justeras.</p> <p>Detta gör du genom att trycka på menu och sedan välja som bilden nedan till vänster visar.</p> <p>Sedan, för att få en ännu tydligare bild av grafen kan du dölja inmatningsraden. Tryck på nytt på  och gör val som nedan till höger.</p>	
	
<p>Samtliga datapunkter är nu synliga i diagrammet (se nedan till höger).</p> <p>För att se koordinaterna för punkterna aktiverar du spårningsfunktionen (, Trace, Graph Trace).</p> <p>Nu kan du flytta markören fram och tillbaka med hjälp av pil-höger och pil-vänster tangenterna.</p>	
<p>I bilden till höger är trace-markören placerad i en av de båda punkterna i diagrammet, som redovisar störst y-värde. Båda har $y=56$. I den ena är $x=7$ och den andra är $x=8$.</p> <p>Det finns anledning att misstänka att någonstans mellan de båda sidlängderna 7 cm och 8 cm finns det ett större värde. Kanske är det mitt emellan?</p>	

“Taktiksnack”

För att få eleverna att teckna en funktion med hjälp av en variabel x rekommenderas att få eleverna att fundera i steg som följer:

I kolumn A finns de olika längderna hos den ena av sidorna. Hur ska du göra för att beräkna ett speciellt värde i kolumn B, t ex motsvarande det första värdet i kolumn A, dvs 1?

Eleverna ser att de subtraherar 2 (dvs 2 ggr sidolängden) från 30 (totala längden) och delar sedan upp det på två sidor.

Försök att få eleverna att formulera detta som ”Jag dubblar *det står i kolumn A* och subtraherar det från 30. Sedan dividerar jag med 2.

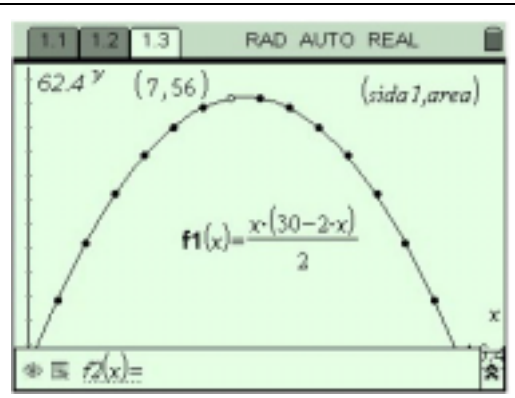
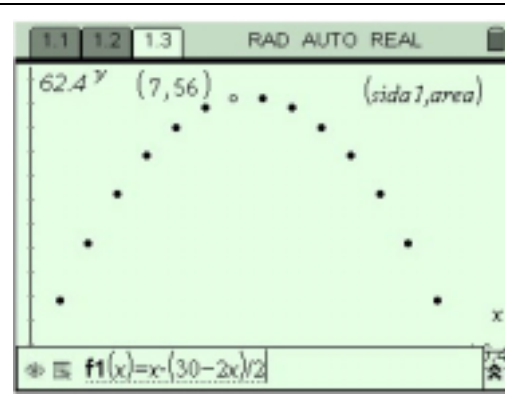
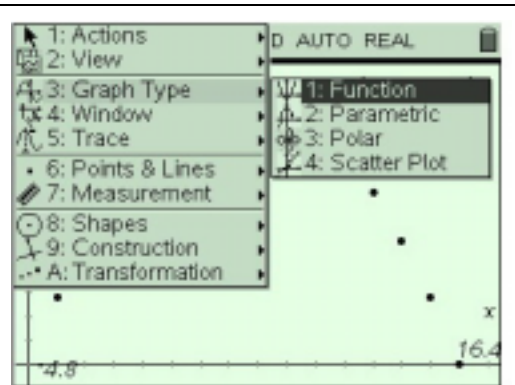
Steget från *det står i kolumn A* till att införa bokstaven x för detta är inte stort!

Tillbaks på spåret

För att få möjlighet att mata in en funktion måste du byta graftyp. Tryck på menu och välj som bilden visar.

Inmatningsraden återvänder då automatiskt och du kan som $f1(x)$, efter likhetstecknet skriva in funktionen $(30 - 2x)/2$.

När du trycker på enter dyker grafen upp. Se bilderna nedan.

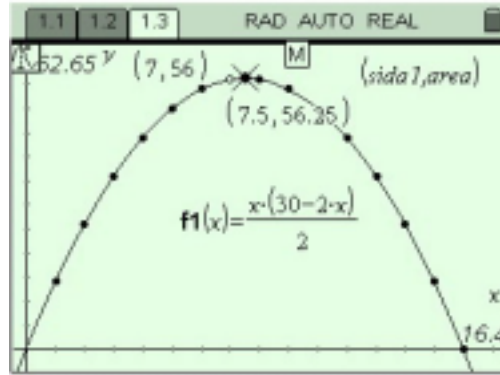


För att få en tracemarkör på grafen tryck på menu följt av Trace och Graph Trace. Denna markör hamnar på en av punkterna i punktdiagrammet. Genom att trycka på pil-upp-tangenten placeras den på funktionen $f_1(x)$, där du flyttar den med pil-höger och pil-vänster tangenterna.

I bilden intill finns markören i maxipunkten. Detta framgår av den inramade bokstaven "M". Punktens koordinater är (7,5 ; 56,25).

Maximala arean är alltså $56,25 \text{ m}^2$ när sidan är 7,5 m.

Vilken form har rektangeln då?



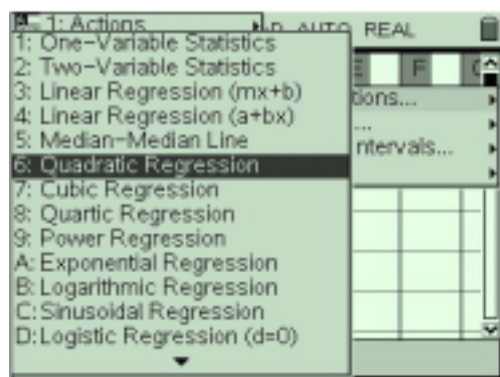
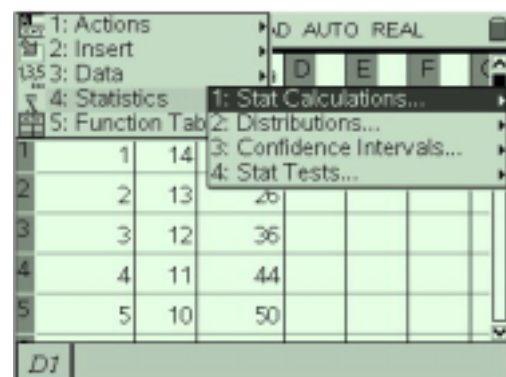
Alternativ lösning med hjälp av regression

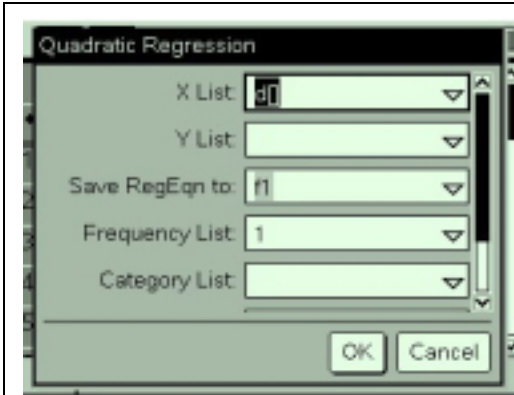
Ett alternativt sätt att få fram funktionssambandet är att använda regression av andra graden. Hur det går till visas med bilderna nedan.

Gå tillbaka till sidan med Lists & Spreadsheet genom att trycka på ctrl- följt av pil-vänster-tangenten. Placera markören i kolumn D och tryck menu. Välj sedan Statistics, Stat Calculations följt av Quadratic Regression. Se bilderna nedan.

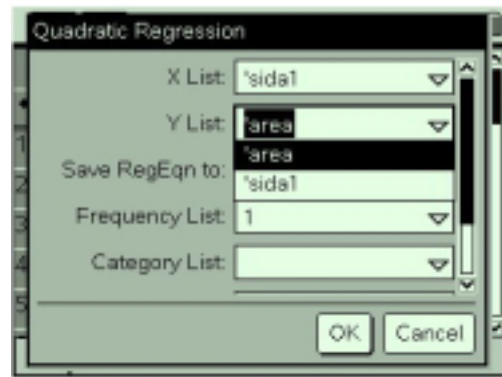
De följande valen beskrivs kortfattat nedan.

A	B	C	D	E	F
1	14	14			
2	13	26			
3	12	36			
4	11	44			
5	10	50			

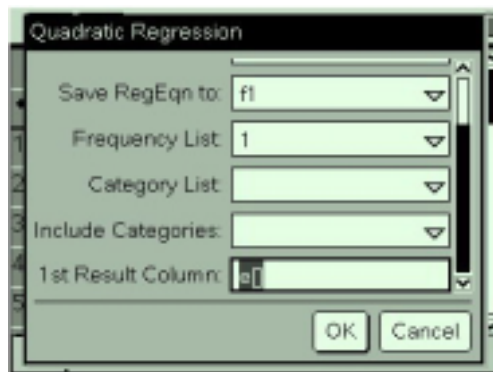




Klicka när markören står i rutan X List. Välj sida1 i dialogrutan med pil-ner.



Tryck på tab-tangenten för att flytta markören till Y List. Klicka och välj area.



Flytta nedåt med tab till OK och tryck enter. Observera att regressionssambandet sparas automatiskt, här till f1.

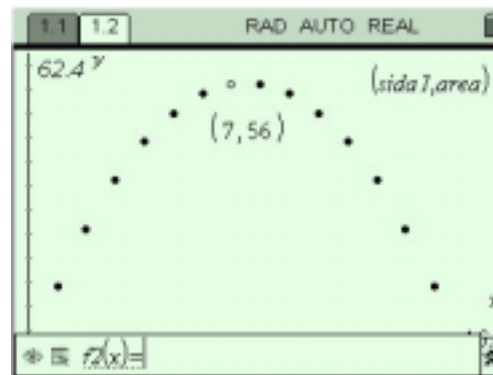
	A	B	C	D	E	F
	sida1	(30-a)*b	area			Qua
1	1	14	14		Title..	Qua..
2	2	13	26		Reg..	a*x^..
3	3	12	36		a	*1.
4	4	11	44		b	15.
5	5	10	50		c	0.

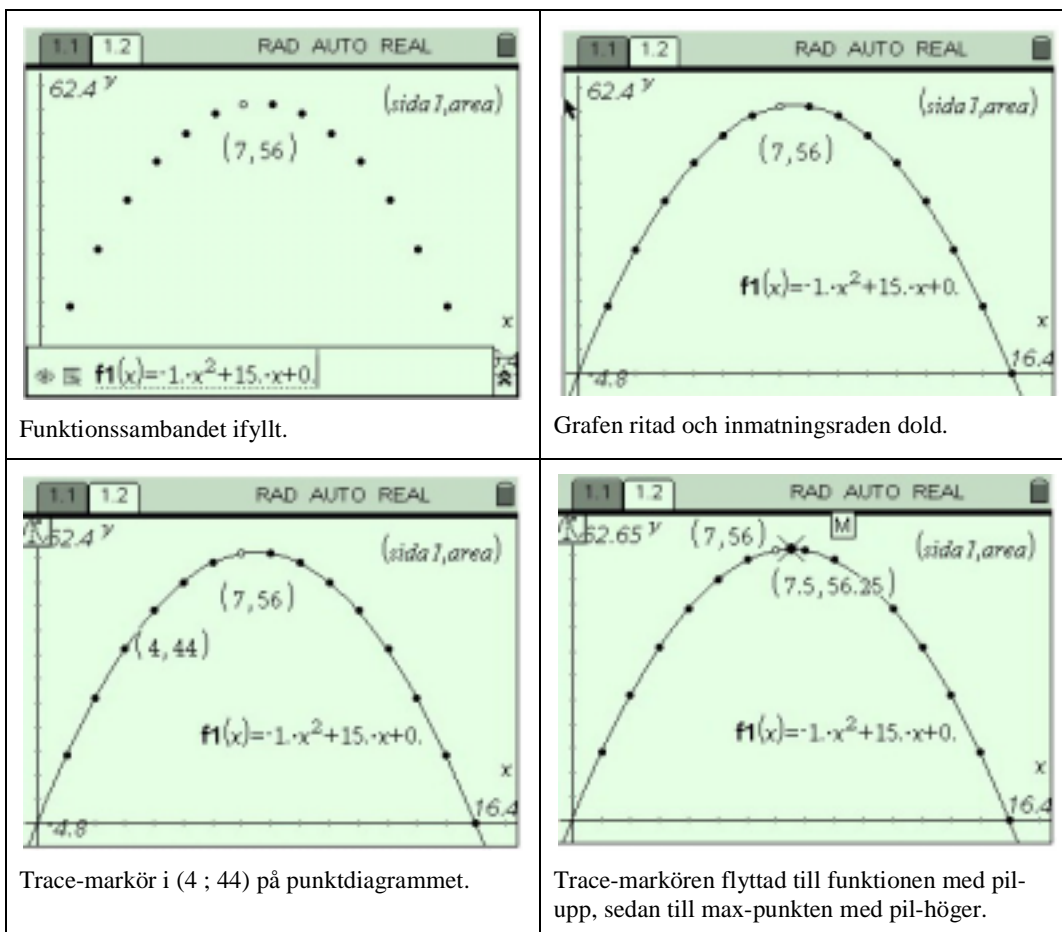
Resultatet redovisas nu med start i kolumn E.

Tryck på ctrl- följt av pil-höger-tangenten för att flytta tillbaka till grafsidan.

Tryck på menu-tangenten och välj Graph Type följt av Function.

Tryck på pil-upp för att flytta från funktionen f2(x), se bilden. När markören är placerad i raden för f1(x) ser du att funktionen är ifylld redan, med det regressionssamband som du tog fram på den förra sidan. Tryck enter för att rita funktionen.





Jämförelse mellan metoder

Av de båda alternativa sätten att ta fram funktionssambandet rekommenderas definitivt det första, där eleverna själva tvingas fundera över hur det bör se ut. Det andra kan vara intressant i andra sammanhang, då det kanske inte är lika uppenbart som här hur sambandet bör se ut.

Regressionssambandet har en annan form än det ”egen-funna”. Det är naturligtvis viktigt att visa att det är samma funktion, för de elever som kan göra detta.

Kommentarer

Vi vill varmt rekommendera ovanstående sätt att inför algebraiska beteckningar. Att definiera en funktion är något som är mycket svårt för många elever.

Vår erfarenhet, baserad på drygt 15 års arbete med grafräknare, är, att då x ”är synligt”, så som det blir vid manipulationen av listorna, arbetar eleverna med diskreta värden. De ser värdena och därmed blir det mycket enklare att formulera de samband, som vi vill att de ska finna. Att sedan döpa om ”det som står i lista A” till x är mera en fråga om att ge en enklare beskrivning av det utförda. Övergången mellan diskreta värden och en kontinuerlig variabel är också enkel. Det är ju uppenbart att x kan anta även värden mellan t ex 3 och 4.

Att inhägna ett rektangulärt område - En geometrisk konstruktionsmetod

Konstruera en rektangel i en Graphs & Geometry applikation och lås dess omkrets till 30 m. Variera sedan rektangelns form och använd automatisk datainsamling för att skapa en graf som visar hur arean varierar.

Läraranvisning:

Infoga en sida med Graphs & Geometry och välj geometry-vy (☰, View, Plane Geometry View).

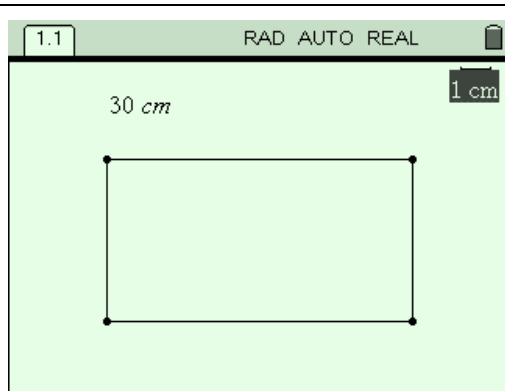
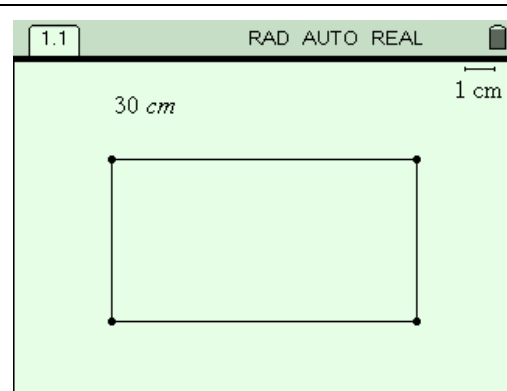
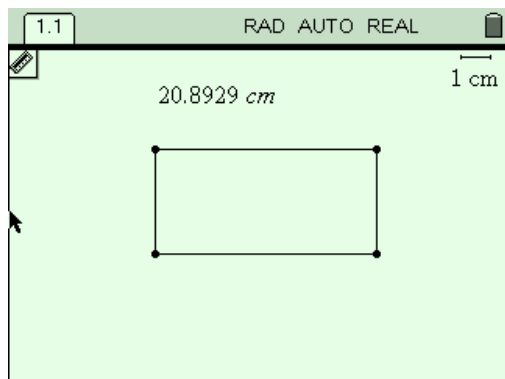
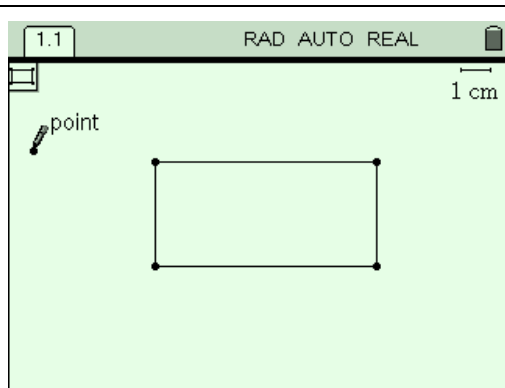
Konstruera en rektangel (☷, Shapes, Rectangle).

Mät rektangelns omkrets (☰, Measurements, Length). Klicka på en sida, för ut mätvärdet och klicka på nytt.

Ändra rektangeln storlek så att dess omkrets blir 30 cm genom att först ta bort mätverktyget genom att trycka på ☒. Dra sedan i ett hörn.

Om du vill att skalan ska visa meter så klicka upprepat på markeringen "1 cm" så att den blir markerad (se bilden nedan till höger). Skriv sedan 1 m och tryck .

Denna åtgärd är rent kosmetisk och påverkar inte lösningen mer än att area och längder får felaktiga enheter.



Lås mätvärdet för omkretsen (b , Actions, Attributes och klicka på mätvärdet. Använd pil-ner och pil höger följt av \cdot för att låsa värdet).

Mät längden av triangelns bas (b , Measurements, Length och klicka först i den ena ändpunkten av basen, sedan i den andra. Klicka för att placera värdet i arbetsytan.

Upprepa mätningen men nu av arean. Det räcker att klicka någonstans på omkretsen och sedan i arbetsytan för att placera värdet.

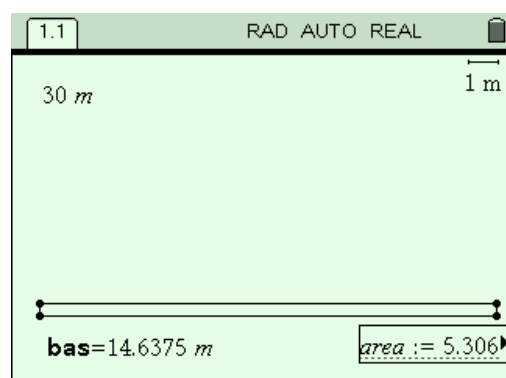
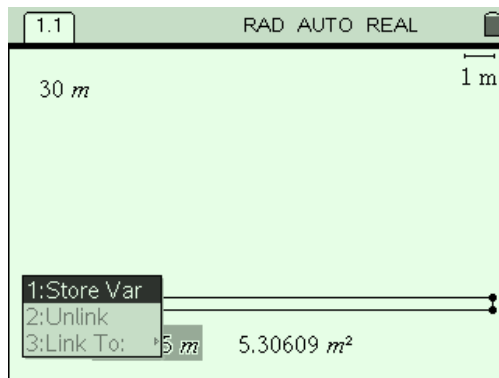
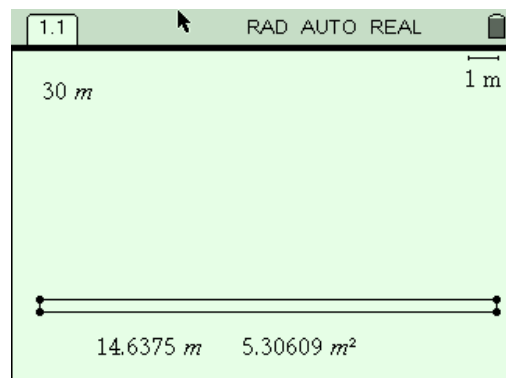
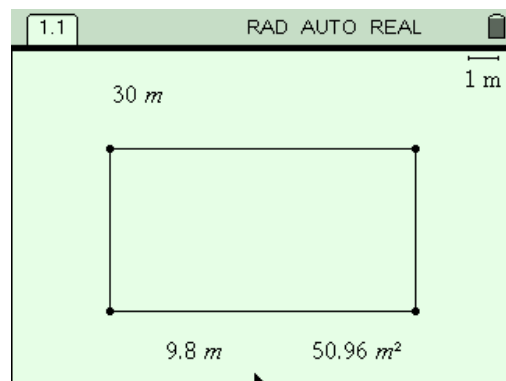
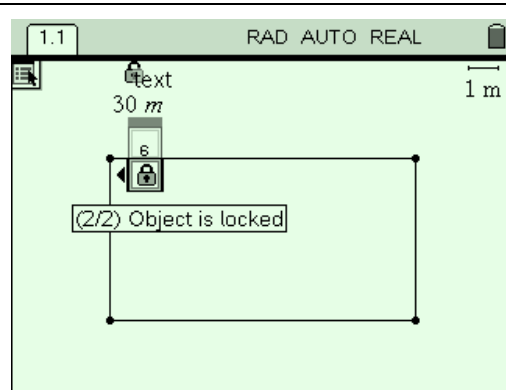
Ta nu tag i t ex det övre högra hörnet av rektangeln och flytta det och observera hur rektangelns form ändras men inte dess omkrets, den är låst.

Samtidigt som formen förändras så blir också rektangelarean en annan. Se bilden nedan till höger.

Lagra nu längden av basen och arean i variabler. För att göra detta markeras mätvärdet för basen först. Därefter trycker du på \square tangenten och väljer Store Var.

Skriv in *bas* som variabelnamn och tryck på \cdot .

Upprepa med mätvärdet för arean och döp denna variabel till area. De båda bilderna nedan visas förloppet.



Infoga en sida med Lists & Spreadsheet. Ställ markören i cell A1.

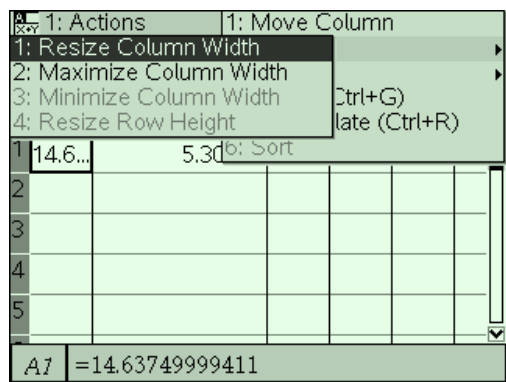
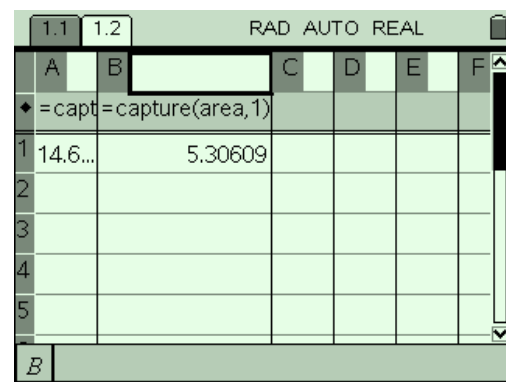
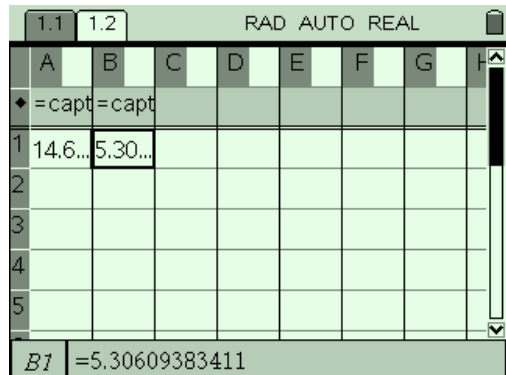
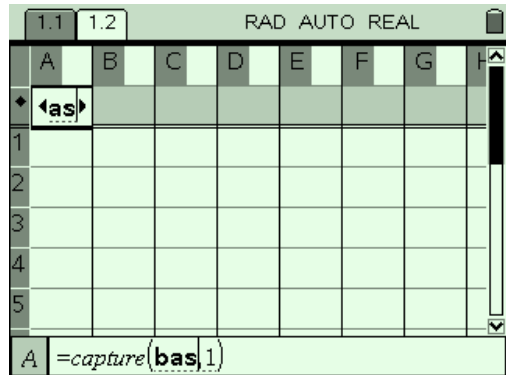
För att göra en automatisk datainsamling måste du ange vilka värden som ska "fångas" i kolumn A (b, Data, Data Capture, Automated Data Capture).

Fyll i variabelnamnet *bas*, se bild, och tryck . Efter enter-tryckningen uppenbarar det första värdet sig i cell A1.

Upprepa i cell B1 och välj där variabelnamnet *area*.

Om du skulle vilja öka kolumnbredden för de båda kolumnerna låter detta sig göras (b, Actions, Resize, Resize Column Width. Använd sedan pil-höger för att bredda. Avsluta med . och sedan d för att ta bort markeringen).

Flytta markören till kolumn A och upprepa där. Se bilderna nedan.

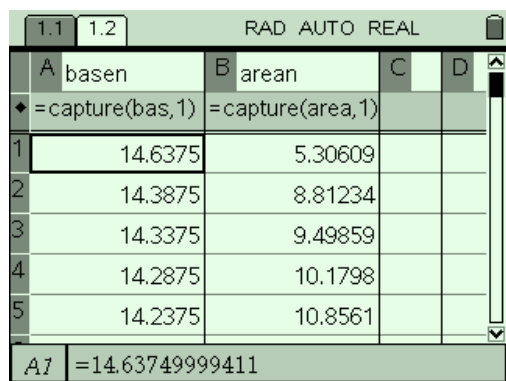


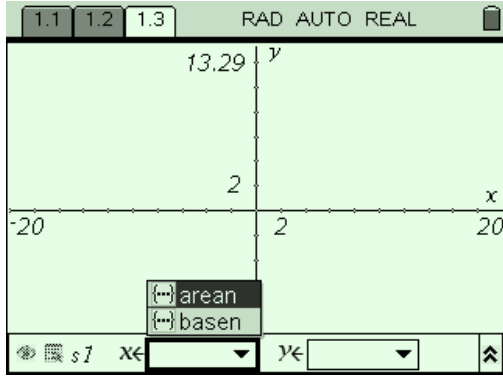
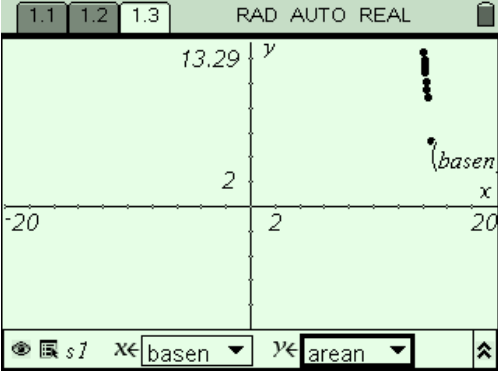
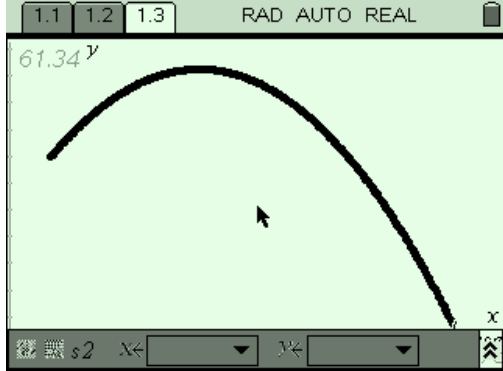
Döp de båda kolumnerna. Variabelnamn för dessa är nödvändiga för att det ska gå att åskådliggöra värdena grafiskt senare.

Döp dem förslagsvis till *basen* och *arean*.

Återvänd nu till sidan 1.1 (/ , pil-vänster) och ta tag i t ex det övre högra hörnet och dra det så att rektangeln ändrar form. I samband med detta sker automatisk datainsamling till listorna A och B.

Återvänd sedan på nytt till sidan 1.2. (/ , pil-höger) för att se resultatet.



<p>Infoga en sida med Graphs& Geometry för att åskådliggöra resultatet grafiskt.</p> <p>Välj ett punktdiagram (b , Graph Type, Scatter Plot).</p> <p>Klicka i dialogrutan för x, se bild, och välj <i>basen</i> genom att trycka på .</p> <p>Flytta markören till dialogrutan för y med \ominus tangenten. Klicka i rutan. Välj <i>arean</i> och tryck .</p> <p>Ändra fönsterinställningarna (b , Window, Zoom-Data) och hela grafen blir synlig.</p>	
	
<p>Reducera storlek på markörerna (b , Actions, Attributes). Klicka på grafen. Använd pil-höger och välj Thin. Avsluta med .</p> <p>Aktivera spårningsfunktionen (b , Trace, Graph Trace) och sök upp det största värdet.</p> <p>Kommentarer:</p> <p>Undersökningen har nu skett med några olika metoder, vilket kan ge eleverna en bättre förståelse. Den senast presenterade metoden kräver mycket mindre matematikkunskaper av eleverna men visar ändå på ett tydligt sätt hur arean varierar med basens längd.</p>	