Exercice 1

Soit (E) : $2y' + y = xe^{2x}$

1°) Résoudre l'équation différentielle (E)

2°) Déterminer la solution de (E) qui vaut $-\frac{2}{25}$ en 0. On notera f_1 cette fonction.

3°) Déterminer $\lim_{x \to -\infty} f_1(x) \quad et \quad \lim_{x \to +\infty} f_1(x)$

4°) Calculer $f_1'(x)$.

5°) Résoudre $f_1'(x) > 0$.

6°) Dresser le tableau de variation de f_1

7°) Donner le tableau de valeurs de $f_1(x)$ pour $-5 \leq x \leq 5$ avec un pas de 0,5.

8°) Représenter graphiquement f_1 (on choisira la fenêtre graphique $-1{,}2 \leq x \leq 1{,}2$ et $-0{,}3 \leq y \leq 1{,}4$)

9°) Tracer (D) la tangente à C_{f_1} au point d'abscisse $\frac{3}{5}$ et donner une équation de (D).

10°) Déterminer les coordonnées de $(D) \cap C_{f_1}$

11°) Dans une feuille de calcul donner une équation (exacte) de (D). L'instruction à utiliser est

tangentline…

12°) Utiliser solve pour trouver l'abscisse du point de $(D) \cap C_{f_1}$.

SOLUTION

Exercice 1

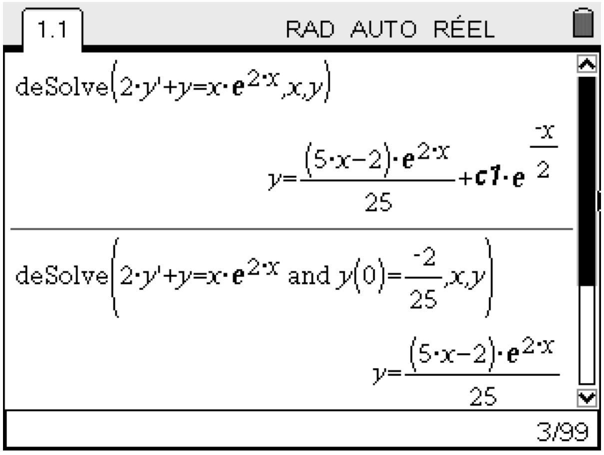
1°) Résoudre l'équation différentielle

$$(E)\ \ 2y' + y = xe^{2x}$$

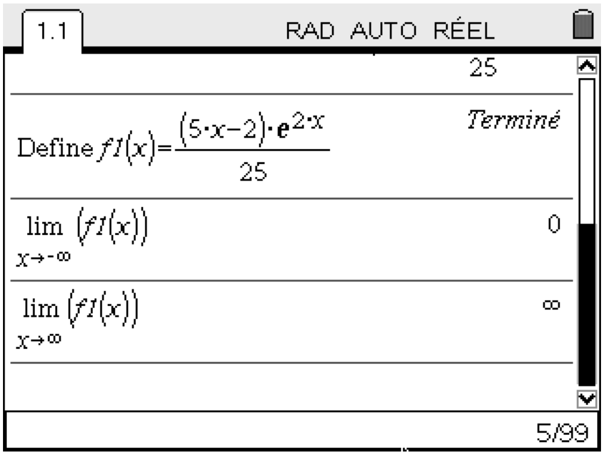
L'instruction pour résoudre les équations différentielles est **deSolve**, il ne faut pas oublier de préciser, dans l'ordre : La variable (x dans ce cas) puis la fonction inconnue (y dans ce cas).

2°) Déterminer la solution de (E) qui vaut $-\frac{2}{25}$ en 0. On notera f_1 cette fonction.

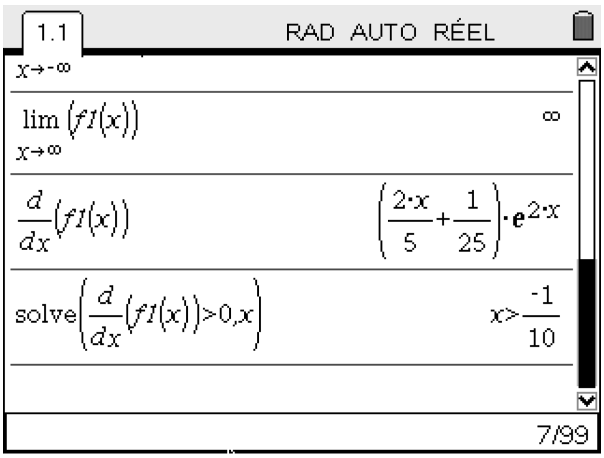
La condition initiale se rajoute après l'équation différentielle après **and** :



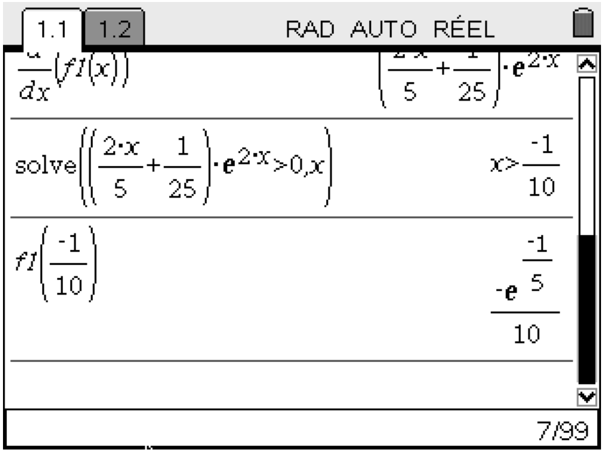
3°) Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f_1(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f_1(x)$



4°) Calculer $f_1'(x)$.
5°) Résoudre $f_1'(x) > 0$.



6°) Dresser le tableau de variation de f_1

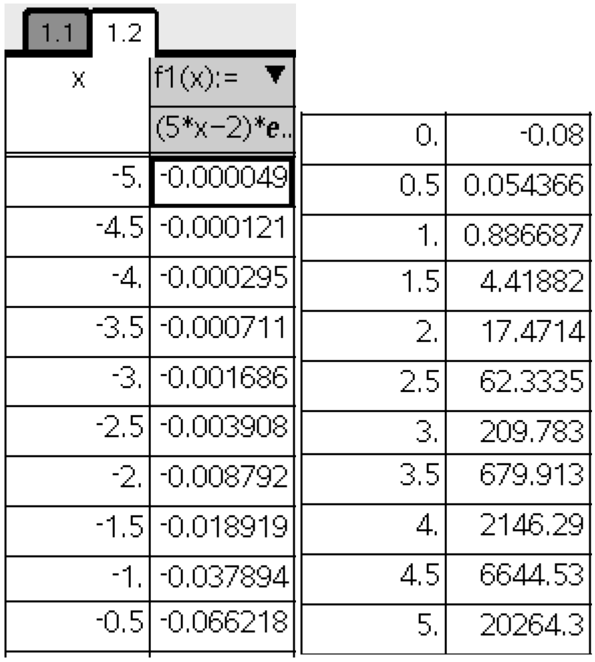


D'après la question 5°) f_1 est croissante sur $\left]-\frac{1}{10};+\infty\right[$ et donc décroissante sur $\left]-\infty;-\frac{1}{10}\right[$
On en déduit le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$	$-\frac{1}{10}$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	0 ↘	$-\frac{e^{-\frac{1}{5}}}{10}$	↗ $+\infty$

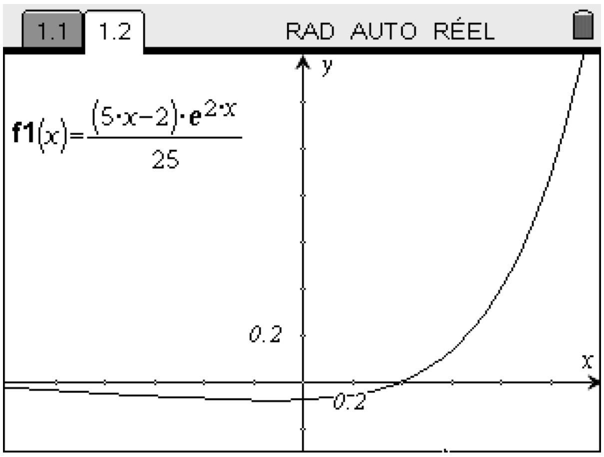
7°) Donner le tableau de valeurs de $f_1(x)$ pour $-5 \le x \le 5$ avec un pas de $0,5$.

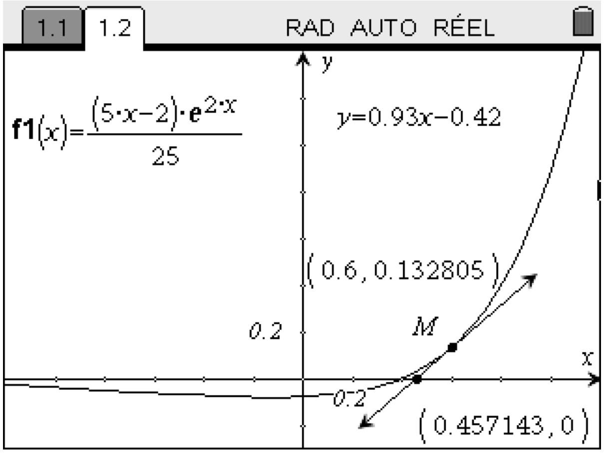
Pour obtenir le tableau de valeurs de la fonction f_1, on insère une nouvelle page **Tableur et listes**, puis on appuie sur (menu) **| Table des valeurs de la fonction | Basculer vers la table de valeurs** (Plus rapide par le raccourci (ctrl)- (T)).
On entre les valeurs initiales et le pas en appuyant sur (menu) **| Table des valeurs de la fonction | Modifier les réglages de la fonction** et compléter la boite de dialogue.



x	f1(x):= (5*x−2)*e..
-5.	-0.000049
-4.5	-0.000121
-4.	-0.000295
-3.5	-0.000711
-3.	-0.001686
-2.5	-0.003908
-2.	-0.008792
-1.5	-0.018919
-1.	-0.037894
-0.5	-0.066218
0.	-0.08
0.5	0.054366
1.	0.886687
1.5	4.41882
2.	17.4714
2.5	62.3335
3.	209.783
3.5	679.913
4.	2146.29
4.5	6644.53
5.	20264.3

8°) Représenter graphiquement f_1 (on choisira la fenêtre graphique suivante : $-1,2 \le x \le 1,2$ et $-0,3 \le y \le 1,4$)

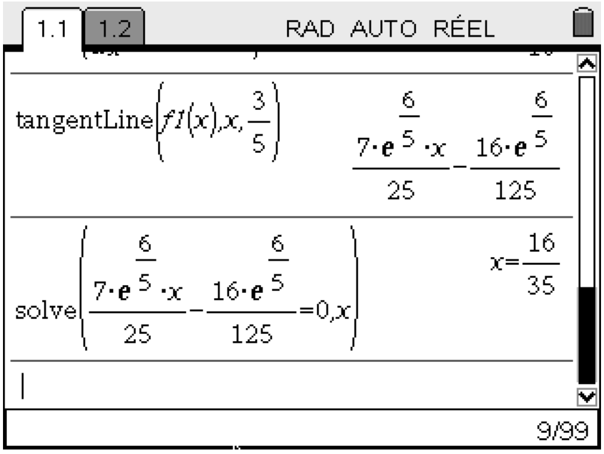




9°) Tracer (D) la tangente à C_{f_1} au point d'abscisse $\frac{3}{5}$ et donner une équation de (D).

10°) Déterminer les coordonnées de $(D) \cap C_{f_1}$

Notons que les coordonnées du point d'intersection de (D) avec C_{f_1} sont des valeurs numériques approchées.



11°) Dans une feuille de calcul donner une équation (exacte) de (D). L'instruction à utiliser est tangentLine…

On obtient comme équation de (D) :

$$y = \frac{7}{25}e^{\frac{6}{5}}x - \frac{16}{125}e^{\frac{6}{5}}$$

12°) Utiliser solve pour trouver l'abscisse du point de $(D) \cap C_{f_1}$.

On trouve $x = \frac{16}{35}$