数学目标：

- 学生会发现线性因子的零点和多项函数的零点是一样的。
- 学生会发现多项函数的真零点和线性因子的零点是一样的。
- 学生需要确定一个二次函数的线性因子。
- 学生需要将代数表达与几何表达联系起来。
- 学生需要看到三次函数两次根和/或三次根对图像的影响。
- 学生会看到首项系数对三次函数的影响。
- 学生会寻找并使用构造 (CCSS 数学操作) 。
- 学生会通过反复论证寻找并表达出规律 (CCSS 数学操作) 。

词汇

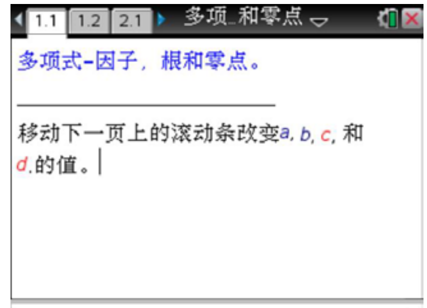
- 零点
- 两重根或三重根
- 首项系数

关于本课

- 本课多项函数以及它们因子的图像和代数表达，
- 因此学生需要:
  - 操作线性函数的参数，观察它导致的多项函数的变化。
  - 通过多项方程线性因子的零点，找到多项方程的零点。

TI-Nspire™ Navigator™ 课堂无线系统

- 使用屏幕截图来检测产生的模式。
- 使用 TI-Nspire 教师软件或 现场演示来检查学生文件，在全班讨论例题。
- 在课程结束时使用快速调查检测学生的理解。



TI-Nspire™ 技能：

- 下载 TI-Nspire 文件
- 打开文件
- 在页间切换
- 选中拖动一个点

教师提示:

- 确保首页你的手持 TI-Nspire 连接到了媒体
- 在图像应用中，你可以按 ctrl G 隐藏工具条。

课程材料:

学生活动

多项式——因子，根和零点_学生版.pdf
多项式——因子，根和零点_学生版.doc

TI-Nspire 文件

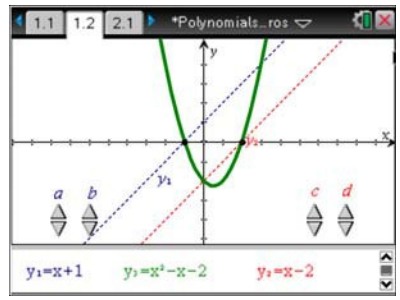
多项式——因子，根和零点.tns

浏览 www.mathnspired.com 获得课程更新和技术支持。

讨论要点或可能的答案：

> **教师提示：** 如果学生不会点击滚动条，检查确保他们将光标移动到滚动条上方，让他们按 改变滚动条的数值大小。

> **TI-Nspire 课堂无线系统运用:** *现场演示* 或 *屏幕截图*
> 参见本课最后 Note1 。



翻到 page 1.2.

1. 使用滚动条，设 $y_1 = 1x + 1$， $y_2 = 1x - 2$。观察 $y_1 = 1x + 1$ 图像，发现它似乎在 x=-1 处于 x 轴相交。当 $x = -1$, $y_1 = 0$ ，因为-1+ 1 = 0。$x = -1$ 又叫做方程 $y_1 = 1x + 1$ 的零点或方程的根。

a. 方程 $y_2 = 1x - 2$ 的图形在哪里与 x 轴相交？

<u>答案:</u> $x = 2$

b. 写出简单等式来证明此时 x 的值是方程 y_2 的零点。

<u>答案:</u> 1(2) – 2 = 0

> **教师提示:** 函数的零点是一个值，输入该值后，函数值为 0。因此，如果 x = 2 是函数的零点，那么 **f**(2) = 0，点 (2, 0) 在函数图象上。

c. 当方程 $y_1 = 1x + 1$ ，$y_2 = 1x - 2$ 时，方程 y_3 是什么？

<u>答案:</u> $y_3 = x^2 - x - 2$

d. 假如方程 y_3 的图形是抛物线，其图形能与 x 轴相交多少次？

<u>答案:</u> 图像与 x 轴相交两次。

e. 求出方程 y_3 的零点。

<u>**答案:**</u> $x = -1$ 和 $x = 2$

f. 因式分解方程 y_3。

<u>**答案:**</u> $x^2 - x - 2$ 的因子是 $(x + 1)$ 和 $(x - 2)$.

教师提示: 本活动假设二次式的因子是完全的。教师需要在此处做一些因子的检查工作。

g. 已知以下信息, 使用滑块来补充完表格：

<u>**答案:**</u> 完整表格如下所示。 答案可能会不同，因为学生可能选择的因子是分解完全的。选择不能被完全分解的因子也是可以接受的。

y_1	y_2	零点 y_1	零点 y_2	y_3	y_3的零点	y_3的零点
$(x + 4)$	$(x + 3)$	-4	-3	$x^2 + 7x + 12$	-4 和 -3	$(x + 4)(x + 3)$
$(2x - 4)$	$(x + 2)$	2	-2	$2x^2 + 0x - 8$	2 和 -2	$(2x - 4)(x + 2)$
$(x - 5)$	$(-1x - 2)$	5	-2	$-1x^2 + 3x + 10$	5 和 -2	$(x - 5)(-1x - 2)$
$(3x + 3)$	$(x + 4)$	-1	-4	$3x^2 + 15x + 12$	-1 和 -4	$(3x + 3)(x + 4)$
$(x + 1)$	$(x - 4)$	-1	4	$x^2 - 3x - 4$	-1 和 4	$(x + 1)(x - 4)$
$(2x + 4)$	$(3x - 3)$	-2	1	$6x^2 + 6x - 12$	-2 和 1	$(2x + 4)(3x - 3)$

h. 推测线性函数零点与二次方程函数的关系。

<u>答案</u>: 线性函数的零点时二次函数的零点。

教师提示: 一些多项式不能被完全分解。您可以选择这个问题与学生探讨。

i. 二次函数的因式与其零点的关系是怎样的?

答案: 二次函数的因式是相同的线性函数相乘，形成了平方，因此可以用来找到二次函数的零点，或与 x 轴的交点。如果一个多项式可以被分解，则可用分解法找到多项式方程的真正的解。

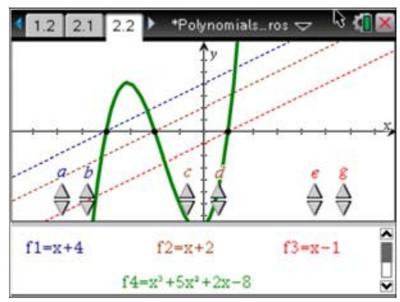
> **教师提示:** 如果学生还没有用分解法分解二次式，这会是讨论这个概念的好时机。

翻到 page 2.2.

2.使用滚动条，使得 $f1 = 1x + 4$, $f2 = 1x + 2$, $f3 = x – 1$。观察每一个图像，发现它们与 X 轴的交点分别在-4，-2，-1 处。

a. 用代数方法说明每一个交点是每一条线性函数的零点。

答案: 1(–4) + 4 = 0, 1(–2) + 2 = 0, 1(1) – 1 = 0



b. 当 $f_1 = 1x + 4$, $f_2 = 1x + 2$, $f_3 = x – 1$, f_4 是什么?

答案: $f4 = x^3 + 5x^2 + 2x – 8$

c. f_4 与 X 轴相交几次，分别在哪里?

答案: 3 次: x=–4， –2，1

d. 显示因子 f_1, f_2, f_3 相乘等于 f_4。

答案: $(x + 4)(x + 2) = x^2 + 6x + 8$, 那么$(x^2 + 6x + 8)(x – 1) = x^3 + 5x^2 + 2x – 8$

> **教师提示:** 如果有必要的话，分配多项表达式第一个括号里的每一项与第二个括号里的每一项相乘，来检查多项表达式相乘的结果。

e. 试试其他数值，猜想线性函数的零点与三次方函数的零点的关系。

答案: 线性函数的零点时三次函数的零点。

3. 使用滚动条，使 $f1 = x + 4$, $f2 = x + 2$, $f3 = x + 2$.

   a. 图像发生了什么变化？值-2 叫做重根。

   <u>答案范例:</u> 答案可能会变化。但是学生的答案应该与事实相似。图像不再过 x 轴 3 次，而是 2 次。它依旧经过 x=-4，新函数为

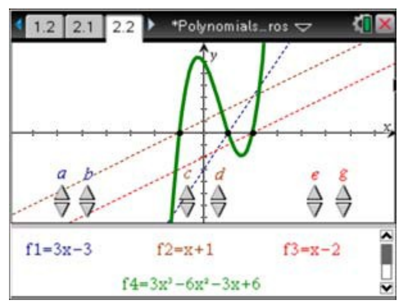
   $f4 = x^3 + 8x^2 + 20x + 16$.

   > **教师提示:** 通过变一个因子为 0x，然后得到一个抛物线，如之前看到的一样，学生会看到二次式的顶点。

   b. 改变 f1 = 1x + 2，图像发生什么变化？

   <u>答案范例:</u> 答案可能会变化，图像在 x=-2 处与 x 轴相交，-2 是 $f4 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$ 的三次方根。

4. 使用滚动条使 $f1 = 3x – 3$, $f2 = x + 1$, $f3 = x – 2$.

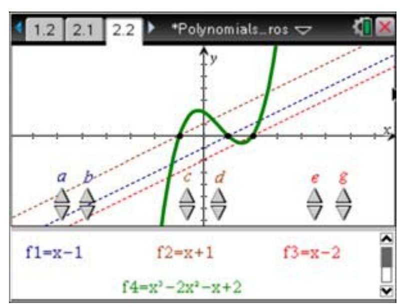


   a. 观察图像，判断零点，*f4* 是什么？

   <u>答案:</u> 零点是 1, –1, 和 2,

   $f4 = 3x^3 – 6x^2 – 3x + 6$.

   b. 使 $f1 = x – 1$, $f2 = x + 1$, $f3 = x – 2$。观察图像，零点是什么？*f4* 是什么？



   <u>答案:</u> 零点是 1, –1, 和 2,

   $f4 = x^3 – 2x^2 – 1x + 2$.

c. 辨别 4a 和 4b 的方程组的相同点和不同点。

<u>**答案:**</u> 两个方程的零点一样。但两个图像的的上升和下降不同。第一个函数式第二个函数乘以因数 3 而得。首项系数导致竖直方向 3 倍的增长。每一个因子可以用来找到函数零点或与 x 轴交点，或者找到对应方程的根。

教师提示: 通过变一个因子为 0x，然后得到一个抛物线，如之前看到的一样，学生会看到二次式的顶点。

TI-Nspire 课堂无线系统运用: ***快速调查***
参见本课最后 Note2 。

结语

完成本次讨论时，教师应确保学生明白：

- 如何利用图像找到二次函数的可能的线性因子。
- 二次和三次函数以及它们的因子的代数和几何表达方式之间的联系。
- 多项函数的线性因子的零点和多项函数的零点是一样的。
- 多项函数的零点和它的线性因子的零点是一样的。
- 一个多项函数的二次方根或三次方根是如何影响图像的。
- 三次函数的首项系数的影响。

检测

1. 已知零点为–4.5, –1, 和 2, 找出一个可能的三次方程。你的答案唯一吗？为什么？

2. 已知 $(x + 5)$ 和 $(2x – 1)$ 是三次多项式仅有的两个因子，找出一个可能的三次方程。你的答案唯一吗？为什么？

TI-Nspire 课堂无线系统

Note 1

整个课程，使用 *现场演示* 或 *屏幕截图:* 如果学生不会使用滚动条，使用 TI-Nspire 导航，屏幕截图或现场演示给全班展示。

Note 2

课程结束后，*快速调查:* 以下 *快速调查* 问题可以在课程结束时使用。你可以保存结果，在下次课程开始时给全班展示课堂分析，来讨论学生可能存在的误解。

1. 已知零点为 f –5, 1, 和 3, 一个可能的三次方程为：
   a. $y = (x - 5)(x + 1)(x + 3)$
   b. $y = (x + 5)(x - 1)(x - 3)$
   c. $y = (x - 5)(x - 1)(x + 3)$
   d. $y = (x + 5)(x - 1)(x + 3)$

   <u>**答案:**</u> b

2. $y = x(x + 4)(x - 2)$ 的零点是
   a. 1, –4, 2
   b. 0, 4, –2
   c. 1, 4, –2
   d. 0, –4, 2

   <u>**答案:**</u> d

3. 一个三次方程有一个根是 –6， 一个二重根是 4。等式的因子是：
   a. $(x + 6)$, $(x + 4)$, 和 $(x - 4)$
   b. $(x - 4)$, $(x + 6)$, 和 $2(x - 4)$
   c. $(x + 6)$, $(x - 4)$, 和 $(x - 4)$
   d. $(x - 6)$, $(x + 4)$, 和 $(x + 4)$

   <u>**答案:**</u> c