F4n – NOMBRE DERIVE

Auteur : Jean-Pierre Bouvier **TI-Nspire™ - TI-Nspire™ CAS**

Mots-clés : coefficient directeur, tangente, nombre dérivé.

Fichiers associés : F4nElev_NbDeriv.tns, F4nProf_NbDeriv.tns

1. Objectifs

Approcher la notion de nombre dérivé comme coefficient directeur d'une tangente.
Conjecturer l'expression de la fonction dérivée de la fonction carré.

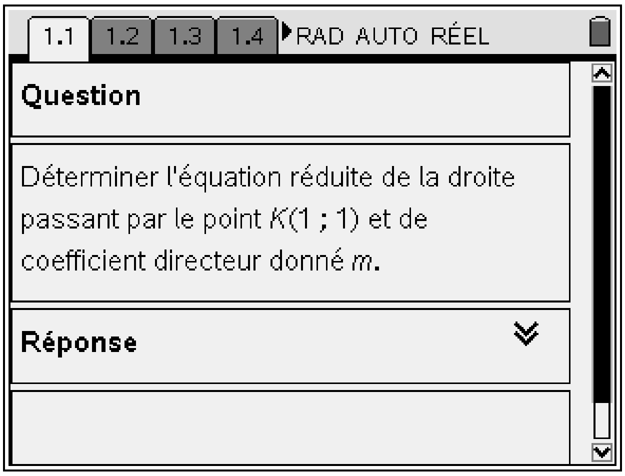
2. Commentaires

Cette activité répond à la directive du programme de Première STG (B.O. n°5 du 9 septembre 2004 HS) :
« Pour introduire le nombre dérivé, on peut, par exemple, montrer par une étude graphique avec un traceur de courbe et une étude numérique avec un tableur que la fonction $x \mapsto 2x - 1$ est une approximation affine de $x \mapsto x^2$ au voisinage de 1. La droite d'équation $y = 2x - 1$ est alors la tangente à la courbe au point de coordonnées (1 ; 1). »
« Nombre dérivé des fonctions de référence (…). Les formules sont admises. »
Le professeur peut, selon le temps dont il dispose, se limiter à l'activité 1 qui porte sur l'approche du nombre dérivé ou accompagner ses élèves dans la recherche de la fonction dérivée de la fonction carré (activités 1 à 4).
En complément, le professeur peut valider avec la classe le résultat conjecturé dans cette activité.
Deux procédures sont proposées : dans l'une, l'élève valide lui-même la conjecture (activité 5), dans l'autre, plus courte, le professeur expose à la classe cette validation (activité 6).
Cette activité peut être aménagée pour l'approche de la fonction dérivée dans une autre classe de Première.

3. Conduite de l'activité

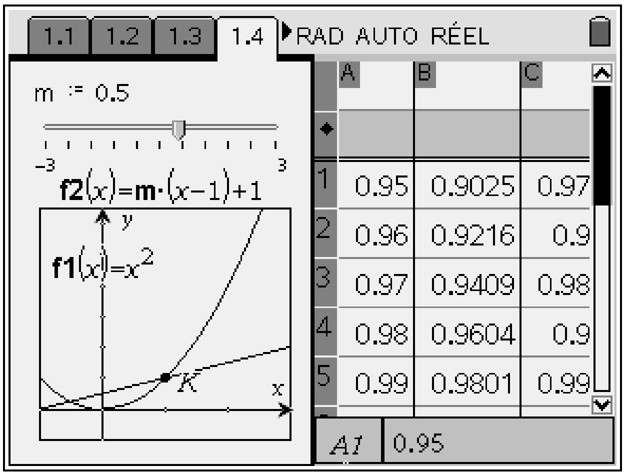
Pour obtenir à l'écran de l'ordinateur la même présentation que sur la calculatrice de l'élève (voir ci-contre), cliquer sur Affichage/Vue Unité nomade TI-Nspire.

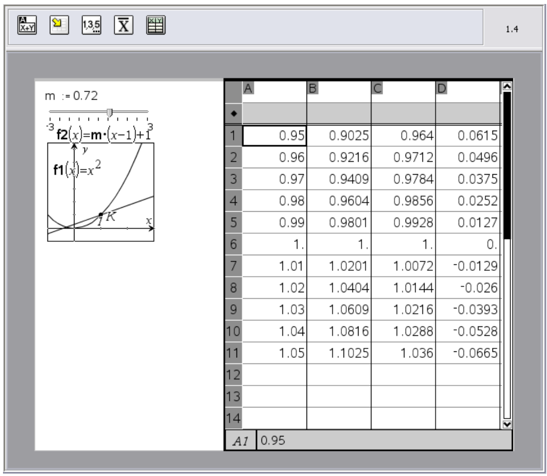
L'élève doit d'abord déterminer l'équation réduite d'une sécante à la courbe représentant la fonction carré passant par le point $K(1 ; 1)$.
En première STG, l'équation obtenue sera plutôt de la forme $y = mx + 1 - m$. Pour la compréhension de la suite (et, en particulier, des problèmes 2 et 3) il faudra constater que l'équation : $y = m(x - 1) + 1$ est équivalente à l'équation trouvée par l'élève.



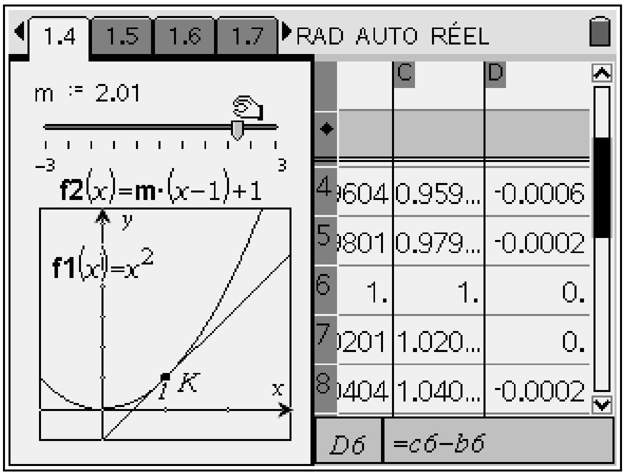
On considère la fonction carré, $f1$, définie sur $\mathbb{R}$ par : $f1(x) = x^2$.
Dans la partie gauche de la page 4, on représente sur un même graphique, la fonction $f1$ et la droite d'équation $y = m(x - 1) + 1$ qui passent par le point $K(1 ; 1)$.
Dans la partie droite, on examine, dans le tableur, les "écarts" entre la courbe et la droite au voisinage du point K.
Dans la colonne A du tableur, figurent les nombres 0,95 ; 0,96 ; ... ; 0,99 ; 1,00 ; 1,01 ; ... ; 1,04 ; 1,05.
Dans la colonne B, on écrit les images de ces nombres par la fonction $f1$, c'est-à-dire les ordonnées des points de la courbe C qui ont les abscisses de la colonne A.
Dans la colonne C, les ordonnées des points de la droite qui ont les abscisses de la colonne A.

Enfin, dans la colonne D, les différences des ordonnées des points de même abscisse de la courbe et de la droite.
On obtient alors l'écran suivant (à gauche, dans le format « unité nomade »). Le professeur peut, avec profit, changer de format d'affichage (image de droite) pour que l'élève ait une vue d'ensemble du tableur.

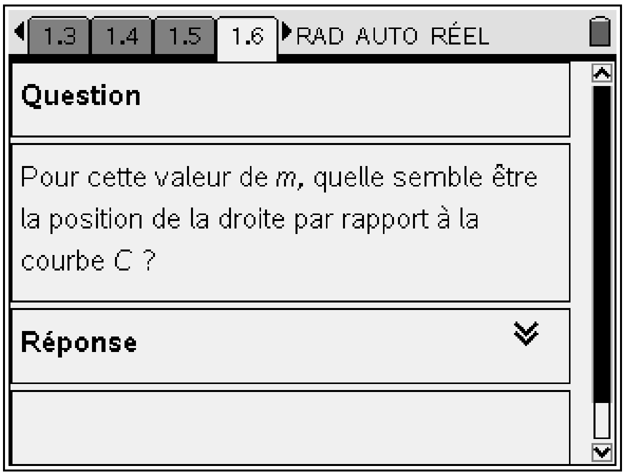


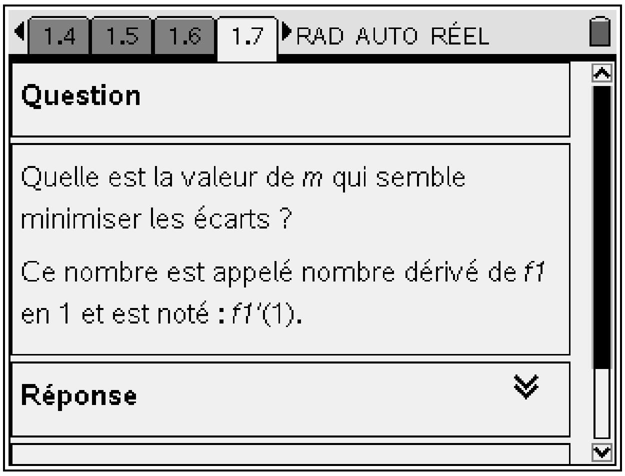


Ensuite, l'élève est invité à bouger le curseur, ce qui modifie la position de la sécante.
Le professeur demande auparavant de modifier la disposition de la fenêtre affichée du tableur en déplaçant la cellule d'édition pour faire apparaître les cellules D4 à D8 (image de droite).
L'élève modifie la position de la sécante de telle façon que les nombres situés dans la colonne D soient les plus proches possibles de 0.



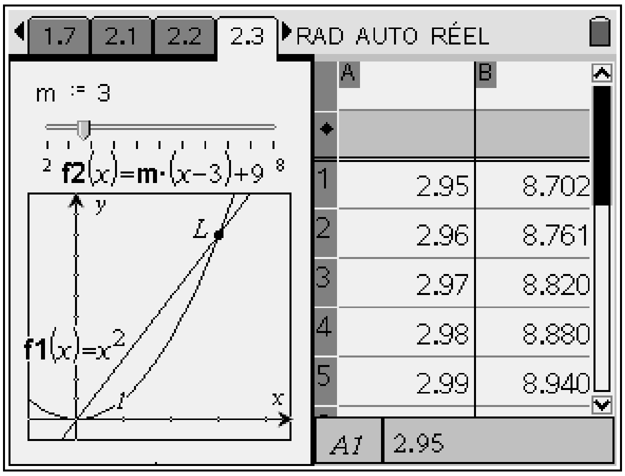
Les deux dernières pages permettent de conclure.

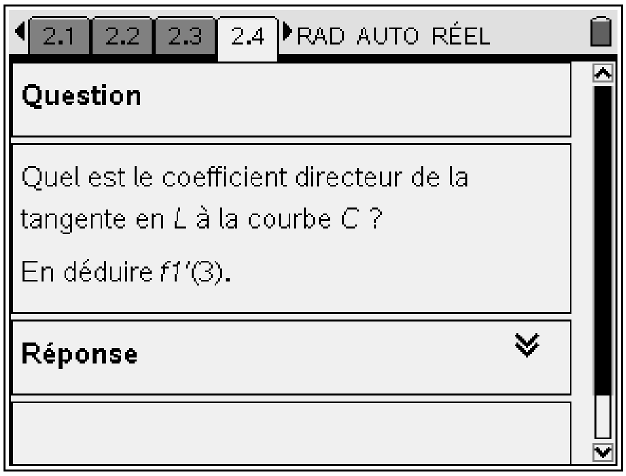




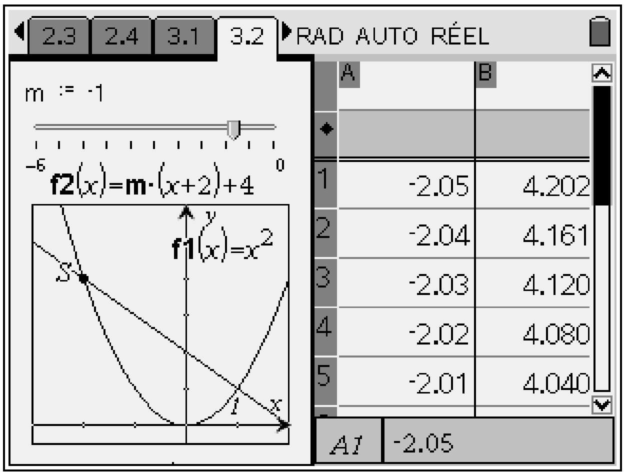
On considère, dans l'activité 2, un autre point de la courbe. Pour permettre d'affecter une autre valeur à la variable *m*, nous devons changer d'« Activité ». La méthode employée est la même que dans l'activité 1. Elle ne nécessite donc pas d'explication.

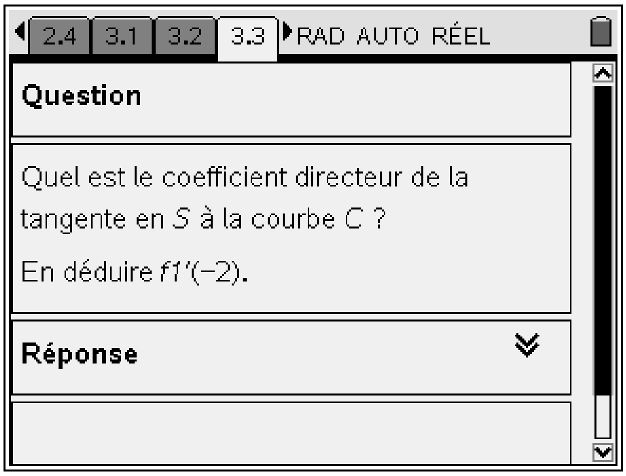
Il s'agit de déterminer le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point *L* (3 ; 9).



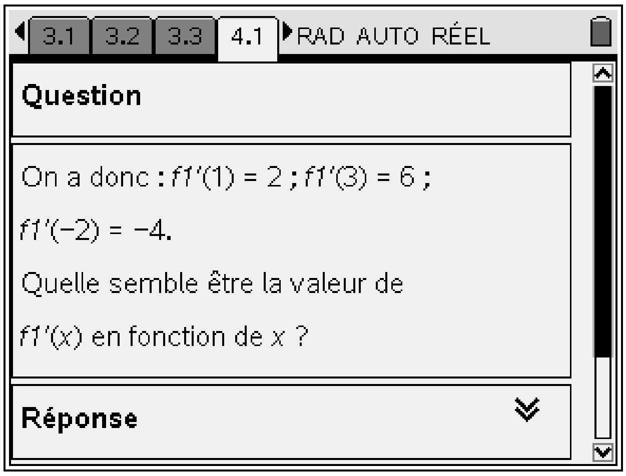


Un troisième point (S (−2 ; 4), activité 3) va permettre de conjecturer l'expression de la fonction dérivée.





Le dernier écran, caché durant l'exécution de l'activité 3, n'est donné qu'en conclusion de la séance.

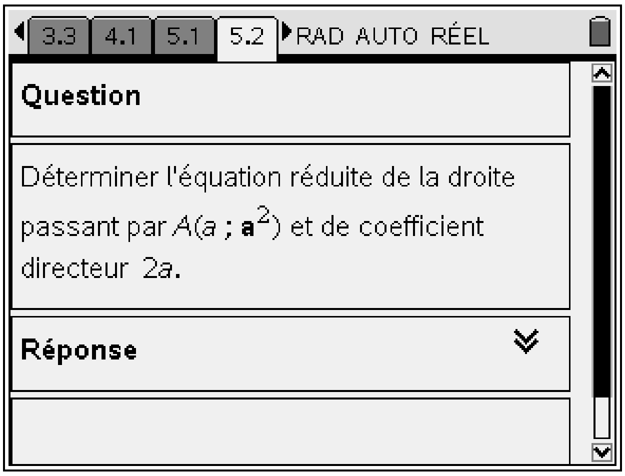


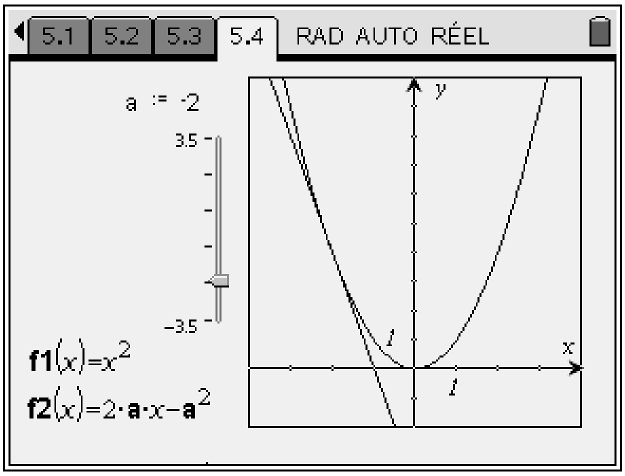
4. Complément

Il s'agit de valider la conjecture qui vient d'être établie. Deux procédures sont proposées ; le choix de l'une ou l'autre dépend du temps dont le professeur dispose et de la maîtrise, par les élèves, de la machine.

Procédure A

L'élève valide lui-même sa conjecture (activité 5).
Il a conjecturé que le coefficient directeur de la tangente à C au point d'abscisse a est $f1'(a) = 2a$.
On va valider ce résultat en vérifiant que la droite passant par le point $A(a\ ;\ a^2)$ et de coefficient directeur $2a$ est tangente à C en A. L'élève doit d'abord déterminer l'équation réduite de la tangente en A. Ensuite, il construit la tangente ($f2(x) = \ldots$), puis fait varier cette tangente en modifiant les valeurs de a, grâce au curseur.





Procédure B

Le professeur valide la conjecture (activité 6).
Avec l'aide des élèves, il détermine l'équation réduite de la tangente en $A(a\ ;\ a^2)$, puis fait varier le curseur.

Sur l'ordinateur, effectuer un clic-droit sur le curseur et choisir **Animer**. La droite prend alors les positions successives dues à la variation du curseur dans la plage [–3,5 ; 3,5], avec un pas de 0.1, incrément défini précedemment lors du réglage du curseur.

Dans la nomade, **ctrl** + **menu** remplace le clic-droit.

Pour arrêter l'animation, opérer de même (clic-droit ou ctrl + menu) et choisir **Arrêter l'animation**.