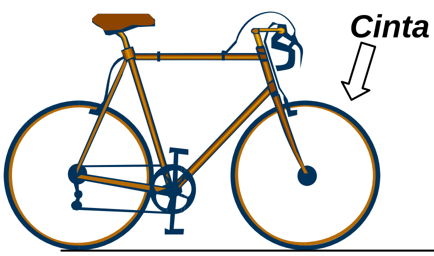
Nombre: ______________________________ Fecha: ________________

Actividad *NUMB3RS*: La curva cicloide I

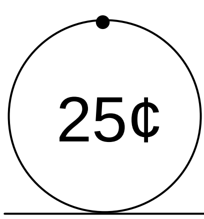
En “El Topo” Charlie ayuda al FBI a analizar un accidente en que estaban envueltos una mujer y un conductor que se dio a la fuga. Para entender mejor la situación, Charlie examina la mecánica de caminar. Dice que “cuando caminas, es como una serie de círculos rotando dentro de otro círculo mayor. El talón que sigue una órbita hacia atrás y después hacia adelante pasando por la rodilla es un círculo pequeño dentro de un círculo más grande: el de caminar”. Entonces el objetivo viene a ser determinar la trayectoria del talón, no sólo dentro del ciclo, sino cuando la persona anda hacia adelante.

Imagina que Charlie pega un trozo de cinta reflectora a la rueda de la bicicleta de Larry. Mientras Larry va en su bicicleta, Charlie va marcando los puntos de la trayectoria de la cinta.

1. Traza abajo tu predicción de la trayectoria de la cinta cuando Larry anda en su bicicleta.



La trayectoria que sigue la cinta se llama cicloide, y es una combinación de traslación (la bicicleta yendo hacia delante) y de rotación (la rueda girando). Ahora tú crearás tu propia cicloide usando una moneda, una ficha o cualquier objeto plano y circular. Pon un libro o una regla en la línea de abajo y marca en el borde del círculo el punto que quieres trazar. Para una moneda de 25 centavos usa la **e** sobre la cabeza de Washington. Rueda la ficha a lo largo del libro o la regla sin que resbale. Marca la ubicación de diez puntos que puedas conectar para formar la trayectoria.



2. Cómo se compara la trayectoria que dibujaste con tu predicción sobre la bicicleta de Larry?

3. ¿Hay algún instante en que el punto no se mueve hacia adelante?

4. ¿En qué parte de la curva el punto se movería más rápidamente?

 © 2006 Texas Instruments Incorporated
Brock Wenciker, Escuela Secundaria Shawnee Mission East, Overland Park, KS

Nosotros podemos generar una cicloide usando la ecuación paramétrica:

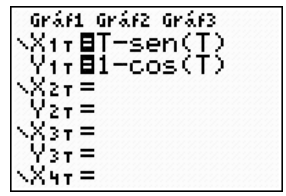
$$x = a(t - \operatorname{sen} t)$$
$$y = a(1 - \cos t)$$

donde *a* es el radio del círculo y *t* es el tiempo.

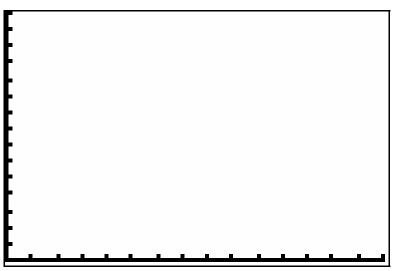
Para este ejemplo, sea *a* = 1.

Entra la ecuación en tu calculadora gráfica usando los parámetros que se muestran a continuación:

Tmín = Ø	Xmín = Ø	Ymín = Ø
Tmáx = 4π	Xmáx = 15	Ymáx = 15
Tpaso = π/12	Xescal = 1	Yescal = 1



5. Dibuja el gráfico que se genera de la ecuación.



6. ¿Cómo se compara este gráfico con el que generaste a mano?

7. ¿Cuál es la altura de la curva?

8. El punto inferior se llama el punto cúspide**.** ¿Dónde ocurre este punto?

9. ¿Qué distancia hay entre los puntos cúspide?

10. ¿Qué relación hay entre esta distancia y el círculo?

 © 2006 Texas Instruments Incorporated
Brock Wenciker, Escuela Secundaria Shawnee Mission East, Overland Park, KS

El objeto de esta actividad es dar a los estudiantes un vistazo breve y sencillo de un tema matemático muy extenso. TI y NCTM lo invitan a usted y a sus estudiantes a aprender más sobre este tema con las extensiones que se ofrecen abajo y con su propia investigación independiente.

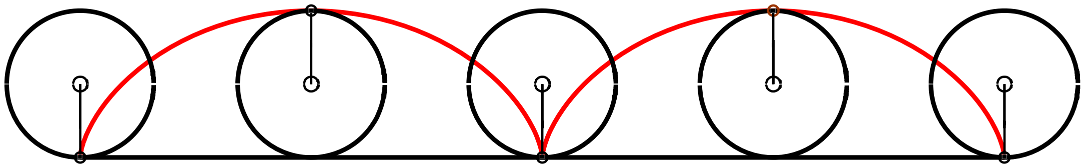
Extensiones

Introducción

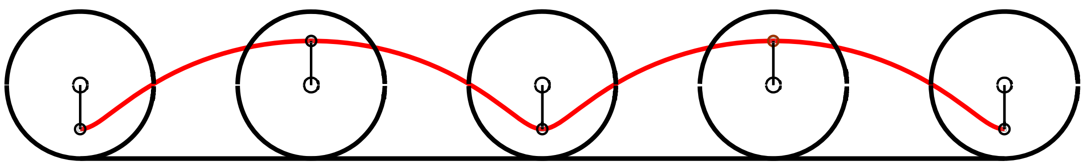
La cicloide pertenece a la familia de las curvas trocoides, las cuales se forman con el trazo de un punto fijo en un círculo que rueda sobre una línea. La ecuación paramétrica general de una curva trocoide es:

$$x = aT - b\,\mathrm{sen}\,T$$
$$y = a - b\cos T$$

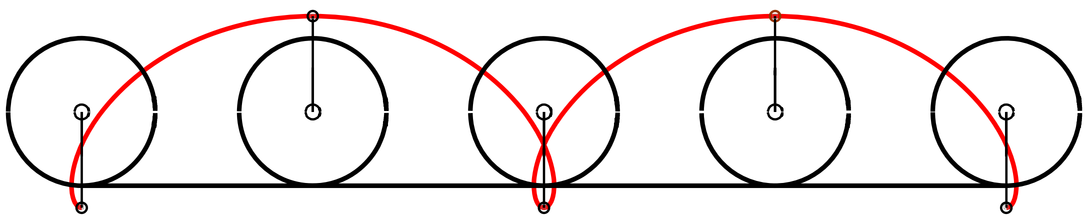
donde *a* es el radio del círculo, *b* es el radio del punto trazado y *T* es el tiempo.



En la actividad, examinaste una cicloide donde *a*= *b,* donde el punto está en el círculo.



Si el punto está adentro del círculo, donde *a*<*b*, entonces creas una cicloide acortada.



Si el punto está fuera del círculo, donde *a*<*b*, entonces creas una cicloide alargada.

Prueba con diferentes valores de *a* y *b* en tu calculadora para explorar esta familia de curvas. Dibuja las diferentes curvas que obtuviste y anota los valores de *a* y *b* que usaste.

Recursos adicionales

- El applet de esta página Web tiene un radio ajustable y traza gráficos de cicloides. **http://www.univie.ac.at/future.media/moe/galerie/geom3/geom3.html**
- La cicloide también es conocida como la Elena del Geómetra por las discusiones que ha generado entre los matemáticos. La siguiente página Web describe muchas de estas disputas: **http://www.mathpages.com/rr/s8-03/8-03.htm**.
- ¿Por qué no podemos caminar tan rápidamnte como corremos? Explora las matemáticas de ambos fenómenos en: **http://plus.maths.org/issue13/features/walking**.

 © 2006 Texas Instruments Incorporated
Brock Wenciker, Escuela Secundaria Shawnee Mission East, Overland Park, KS