



Objetivos Matemáticos

A través de esta actividad se espera que los estudiantes:

- Tengan la experiencia de participar en una labor colaborativa para hallar puntos de un lugar geométrico de puntos.
- Distingan el patrón de este lugar geométrico, mientras aparece en tiempo real.
- Entiendan la relación entre la descripción (constante perímetro de un triángulo) y la definición familiar de un elipse (constante suma de dos distancias).
- Extiendan la experiencia grupal de un lugar de puntos con una investigación individual de *familias* de lugares de puntos, bajo varias dimensiones de cambio en las condiciones de la figura.

Vocabulario

- Lugar de Puntos
- Perímetro
- Elipse

Acerca de la Actividad

Empezamos con la formulación sencilla de un reto. Tenemos un triángulo dibujado con un perímetro de 16 unidades. Moviendo solamente un vértice de la figura ¿Podemos encontrar otros triángulos con perímetro 16? ¿Hay otros? ¿Cuántos hay? ¿Podemos encontrarlos *todos*? ¿En qué partes del plano existen?

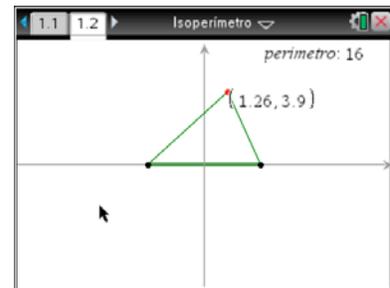
En la primera actividad de esta secuencia, investigamos este reto como un trabajo colaborativo, utilizando el [TI-Nspire™ Navigator™](#).

La clase experimenta con el punto móvil del triángulo, buscando ubicaciones en que el perímetro del triángulo sea 16. La actividad pide que los alumnos contribuyan con puntos que cumplan con el requisito en el momento que los encuentren. Así se ven los resultados en tiempo real.

Después de unos minutos de trabajo, podemos discutir los hallazgos de la clase. Viendo el grupo de puntos-encontrados, algún patrón empieza a aparecer. Esto empuja a la clase investigar regiones poco exploradas para completar la imagen.

Una vez que aparece que el patrón es una elipse, tenemos una discusión acerca de la formulación del reto (un perímetro de 16), y de qué relación hay entre esta condición y la definición familiar de la elipse.

Para continuar la investigación, enviamos a todos los alumnos, los datos recopilados por la clase entera. Cada alumno recibe los datos de la elipse y un ambiente para explorar más de cerca la relación



Destrezas con la Tecnología

TI-Nspire™:

- Manejo de documento
- Agarrar y arrastrar objetos geométricos
- Usar los menús del ambiente de Geometría.
- Copiar y Pegar para transferir una página de un documento .tns a otro.
- [Encuesta Rápida](#) y el Espacio de Trabajo para Revisión
- Usar herramientas del profesor, dentro del Espacio de Trabajo para Revisión.

Materiales:

- Isoperímetro.doc
- Isoperímetro.pdf
- IsoperímetroLaboratorio.tns
- IsoperímetroEncuesta.tns



entre la forma de la elipse y los componentes de la figura (especialmente el tamaño del perímetro y la ubicación de los dos focos). Los alumnos cambian estos componentes para visualizar familias de elipses, con la variación de cada componente. Terminamos con una discusión grupal de los hallazgos y pensamientos de la clase.

Oportunidades con el Sistema TI-Nspire™ Navigator™

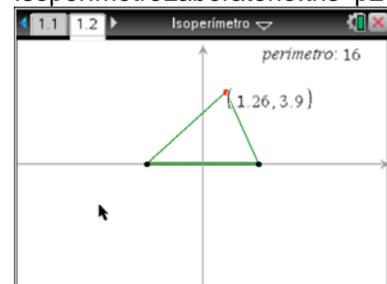
- Enviar y recopilar archivos.
- Utilizar una Encuesta Rápida para recopilar un grupo de puntos encontrados por los miembros de la clase.
- Formar un nuevo documento basado en estos puntos de la clase.

Secuencia de las Actividades, con sugerencias para la discusión.

Ambiente del Laboratorio de Triángulos

En la primera actividad de la secuencia, cada miembro de la clase va a utilizar un ambiente de investigación: IsoperímetroLaboratorio.tns. En la imagen a la derecha, se ve la página más importante. Utilizando este ambiente, van a buscar ubicaciones posibles del punto rojo, que cumplen con el requisito que el triángulo que resulta en la figura, tenga un perímetro de 16.

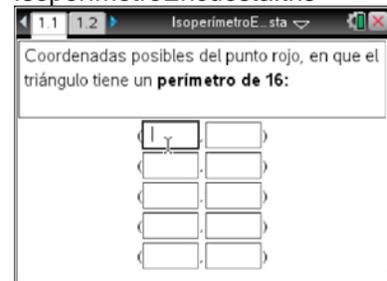
IsoperímetroLaboratorio.tns_p2



Ambiente para Reportes de Hallazgos

Cada vez que encuentran a un punto que cumpla, anotan las coordenadas y pondrán su hallazgo en una base de datos común. Para hacer esto, van a utilizar un formulario que enviamos como Encuesta Rápida del documento IsoperímetroEncuesta.tns. La hoja de la encuesta está en la imagen al lado.

IsoperímetroEncuesta.tns



Preparativos Técnicos:

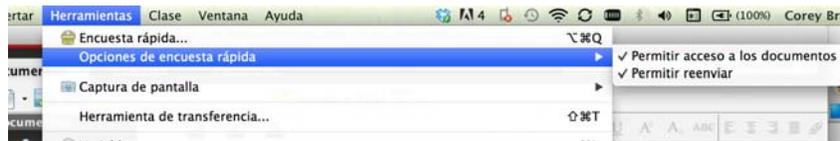
Para que los alumnos se puedan mover entre estos dos ambientes, es necesario chequear que un *setting* del Software TI-Navigator para Profesores este puesto correctamente. Si estás en el Espacio de Trabajo de Documentos, busca en la barra de herramientas, el menú **Herramientas>Opciones de Encuesta Rápida**. En este submenú, deben aparecer dos opciones:

- Permitir acceso a los documentos



- Permitir reenviar

Es necesario que la primera opción, **Permitir acceso a los documentos**, esté marcada. Esto indica que el alumno puede salir de la Encuesta para hacer trabajo en el ambiente del Documento.



También es importante tener abierto y listo los dos documentos de la actividad: IsoperímetroLaboratorio.tns, que se va a enviar a la clase, y IsoperímetroEncuesta.tns, que contiene la pregunta que se va a usar como Encuesta Rápida.

Últimos Preparativos

Para iniciar la actividad, tienes que enviar el documento-laboratorio y pedir que los alumnos seleccionen la opción de **Abrir** el documento cuando llegue. Luego, inicias la Encuesta y aparecerá la tabla de coordenadas en las pantallas de los alumnos.



Los alumnos tienen que saber cómo mover entre el ambiente de la Encuesta y el ambiente del documento. Para ir de la Encuesta al Laboratorio, pulsan **Home** y después **4:Actual** (que les trae al "documento actual" que es el laboratorio). Luego, para regresar a la Encuesta, pulsan **Home** y después **C:Encuesta**.





El espacio común, dentro del Espacio de Trabajo de Revisión.

Cuando inicias la Encuesta Rápida, el software TI-Navigator te lleva al Espacio de Trabajo de Revisión. Allí se ve una copia de la “pregunta” de la Encuesta. Si pasas a la siguiente ‘Página de Revisión’ (con la barra de desplazamiento a la derecha, o yendo al “Ordenador de páginas” y pasando a la próxima), verás un plano Cartesiano, como el de la derecha.

Cómo cambia el espacio común durante la actividad

Supongamos que el primer estudiante ha encontrado su primer punto (en el ejemplo es el punto de inicio (1.26, 3.9)). En la pantalla a la derecha, el alumno ha introducido la coordenada x, pero todavía no la y: entonces, todavía no aparece nada de él en el espacio común.

Pero en el momento de introducir la coordenada y y que pase a la segunda fila, el primer punto va a aparecer en el espacio común.

Los puntos “cruces” son las contribuciones de los alumnos.

Si quieres tener los dos otros vértices del triángulo como referencia, puedes introducirlos utilizando las Herramientas de Revisión>Herramientas de Gráficos>Agregar punto marcado por el profesor.

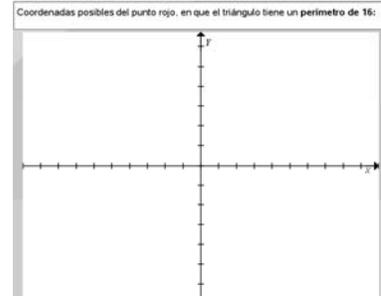


Los vértices tienen coordenadas (-3,0) y (3,0). Cuando el profesor marca un punto, aparece en color violeta.

Manejando la discusión durante la recopilación de puntos.

Aunque los alumnos estén trabajando en sus propios ambientes privados, hay ventajas de coordinar su trabajo con referencia al espacio común. Por ejemplo, puede ser que la mayoría esté explorando e identificando puntos en el primer y segundo cuadrante.

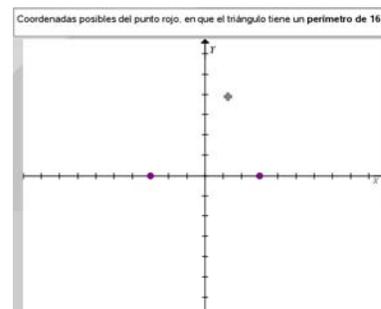
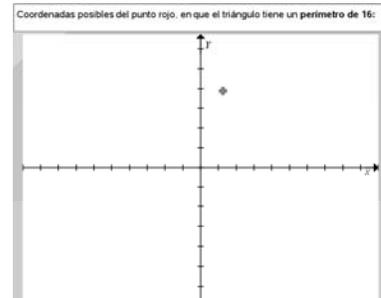
Al inicio de la actividad:



Encue...ida

Coordenadas posibles del punto rojo, en que el triángulo tiene un perímetro de 16:

1.26	





Pero una vez que el primer punto aparece en el tercer o cuarto cuadrante, la clase como grupo se dará cuenta que a lo mejor hay otros puntos allí.

También, tú puedes preguntar si los alumnos pueden adivinar un patrón que empieza aparecer en los datos.

Manejando la discusión después de la recopilación de puntos.

Una vez que la mayoría de los estudiantes hayan encontrado 3 o más puntos, el patrón debe aparecer con bastante claridad. No obstante, debes preguntar si este patrón esté visible a los estudiantes. Es muy probable que varios estudiantes digan que el patrón es una circunferencia. En este caso, o en el caso que dicen que el patrón sea una elipse, puedes preguntar como sería posible justificar su hipótesis. En el espacio común hay marcas en los ejes (cada uno tiene un valor de 1), que pueden ayudar con esta discusión.

Enviando todos los resultados a la clase.

Para extender la actividad colaborativa, queremos poner los datos de la elipse en un documento para enviar a los estudiantes. Para hacer esto, cambia la vista de información de un gráfico a una tabla. Se cambia utilizando los botones en la parte abajo-derecho de la pantalla.

Hay 3 opciones allí: . Elige la tabla (opción de la derecha).

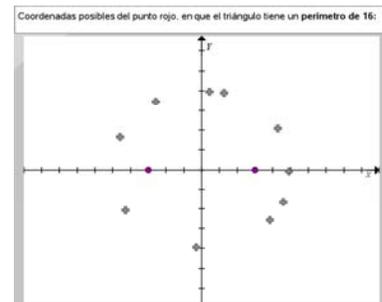
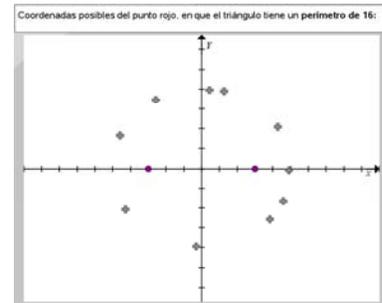
La tabla que aparece es una tabla de frecuencias. La tabla que queremos es una tabla de listas de coordenadas. Haz clic-derecho y elige "Vista de Lista".

De aquí, haz clic-derecho otra vez y elige "Enviar tabla a un documento nuevo." Aparece un nuevo documento en el Espacio de Trabajo de Documentos, con los datos de la clase.

Ahora queremos visualizar estos datos. En la segunda página de MediatrixEncuesta.tns, hay un ambiente preparado. Copia y pega esta página en el nuevo documento....

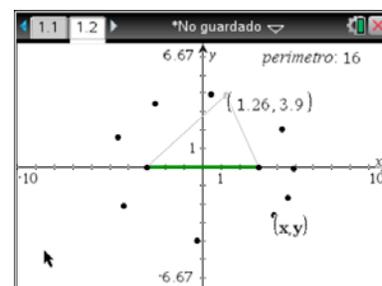
...y los puntos de la clase deben aparecer como un gráfico de dispersión. Nota: Con una clase real, la nube de datos va a ser mucho más denso que es en la imagen a la derecha.

Este ambiente es distinto al ambiente de la actividad colaborativa. En



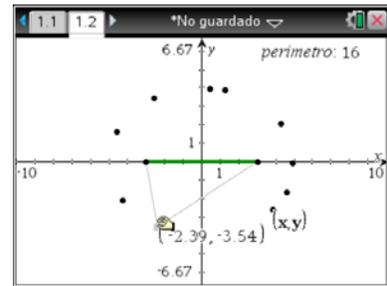
Vista de Lista

Estudiante	X	Y
AAA	4.91	-0.082
AAA	4.28	2.08
AAA	0.44	3.96
AAA	-4.59	1.64
AAA	1.26	3.9
BBB	-2.58	3.46
BBB	-4.28	-2.08
BBB	-0.31	-3.96





este caso, el valor del perímetro está *bloqueado* – siempre queda en 16. Entonces, el alumno puede agarrar el punto, y moverlo, pero nunca cambiando este valor.



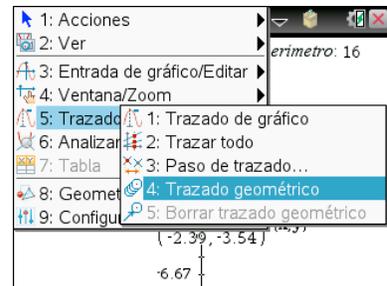
Explorando el efecto de cambios en la figura.

Ahora queremos que los alumnos exploren la relación entre partes claves del reto inicial y la elipse que resulta. Primeramente, experimentamos con cambiar el perímetro. Para hacer esto, necesitan saber hacer 2 cosas.

- Cómo “poner tinta” en un punto para que deja un rastro.
- Cómo desbloquear el número 16 y bloquearlo en otro número

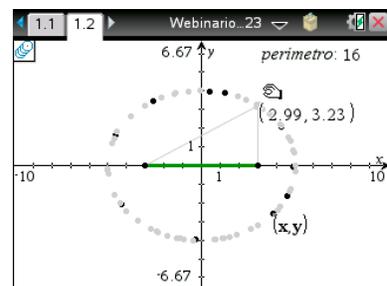
Poniendo tinta:

Para poner tinta en un punto, el alumno debe elegir tecla **menu>5:Trazado> 4:Trazado geométrico**.



Ahora cuando lo mueva, el punto deja su rastro (utilizando su color, que es gris).

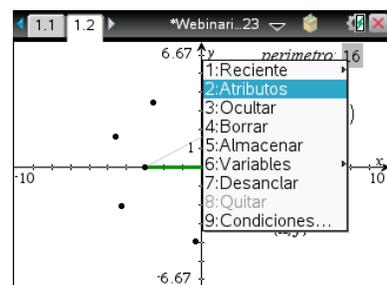
Para borrar el trazado geométrico, usa tecla **menu>5:Trazado> 5:Borrar trazado geométrico**.



Desbloqueando y bloqueando el valor de perímetro.

Para cambiar el número 16 hay que desbloquear este valor. Esto se hace acercando el número y dando **ctrl-clic**. Aparece un menú. Selecciona **2:Atributos**.

Ahora aparece el panel de control de los atributos. Elige el segundo control, en que aparece un ícono de cerradura, con un puntero a la izquierda. Dando flecha-izquierda, se ve que el objeto (en número 16) ahora está desbloqueado. Dando flecha-derecha se bloquea otra vez

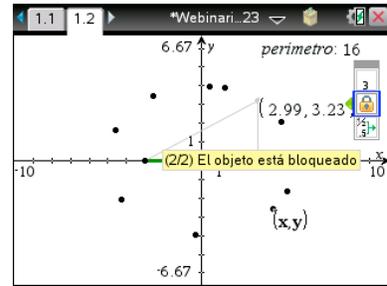




el número. Los alumnos pueden utilizar este control, para desbloquear el 16, cambiar la figura a otro perímetro, y luego bloquear el perímetro otra vez.

Ahora los estudiantes tienen lo que necesitan para hacer un experimento:

Desbloquea el número 16, cambia el perímetro a otro valor y bloquéalo de nuevo. Usando el trazado geométrico, dibuja la elipse que resulta con este valor distinto del perímetro.



Compartiendo los resultados del primer experimento.

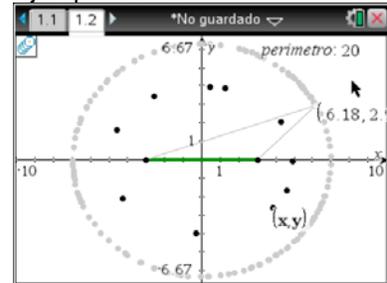
Usa la Captura de pantallas para ver los resultados del experimento.

Para valores entre 12 y 20, toda la figura va a caber en la pantalla.

Para valores entre 20 y 25, se verá una parte de la elipse.

Mostrando la captura de pantallas de la clase, puedes preguntar, ¿Cómo cambia la elipse con el cambio de perímetros?

Ejemplo de 20

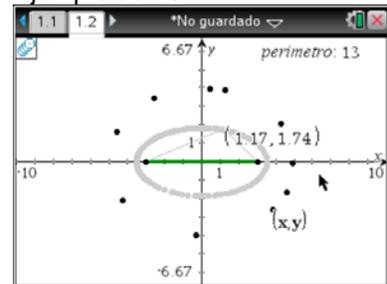


También, se sugiere preguntar a los alumnos si sería posible utilizar un valor menor que 12. En este momento puede ser útil mencionar que las coordenadas exactas de los vértices son (-3,0) y (3,0).

Entonces el triángulo no puede tener un perímetro menor que el doble de longitud 6.

Entonces el triángulo no puede tener un perímetro menor que el doble de longitud 6.

Ejemplo de 13



Segundo experimento. La distancia entre los focos (longitud de la base del triángulo).

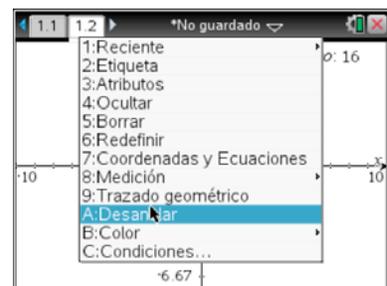
En un segundo experimento, vamos a modificar la ubicación de los focos de la elipse. Para resetear la clase al estado inicial del documento, puedes re-enviar el documento a la clase.

Para el segundo experimento, los alumnos tienen que cambiar la posición de los focos, haciendo estos pasos:

- 1) Desbloquea el perímetro como hicimos en el experimento anterior.
- 2) Acerca a un foco y da **ctrl-clic**. Aparece un menú. Selecciona la opción, A:Desanclar.

Ahora se puede mover el vértice. Repitiendo la misma rutina es posible anclar el vértice de nuevo, cuando esté en el lugar deseado.

OJO: como vamos a elegir un perímetro de 16, los alumnos no deben





posicionar sus focos a una distancia mayor que 8. (Si hacen esto, van a descubrir su error rápidamente: no podrán formar un perímetro de 16).

Cada alumno debe elegir una ubicación de sus focos, mover el punto móvil a un lugar en que el perímetro es 16 y bloquear este valor otra vez. Ahora, la tarea es:

Usar el trazado geométrico para ver la forma de la elipse que resulta con tu configuración de focos.

Discusión de resultados.

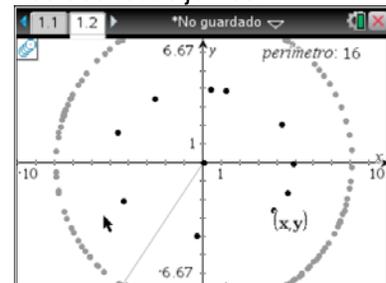
Con distintas distancias entre los focos, los estudiantes van a ver distintas formas de su elipse. Además, si no mueven los focos para mantener simetría con los ejes, van a ver distintas relaciones con la nube de puntos de la elipse colaborativa. En las imágenes a la derecha hay dos ejemplos de posibles soluciones. En el primer caso, el estudiante ha puesto los dos focos en el mismo lugar, resultando en una circunferencia. En el segundo caso, los focos tienen una distancia de casi 8. En el tercer caso, los focos no están en posiciones simétricas con respecto al eje y .

OJO: Recuerda que el gráfico de dispersión va a ser más denso en una clase real, con todos los puntos de los estudiantes. Entonces, tendrán esta elipse colaborativa como un punto de comparación para sus creaciones.

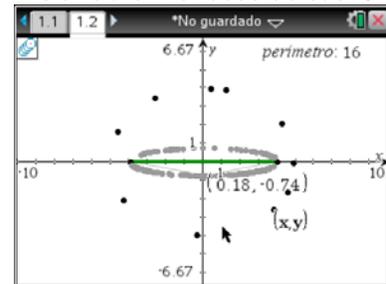
Terminamos el segundo experimento con una discusión, apoyados con la Captura de Pantallas de la clase.

¿Cómo cambia la elipse con cambio de focos? ¿Qué tipo de cambio tiene el mayor efecto?

Los dos focos juntos:



Distancia entre focos de casi 8:



Focos no simétricos:

