EP 008 –2007 : Ajustement

Auteur du corrigé : Alain Soléan **TI-Nspire™ /TI-Nspire™ CAS**

***Avertissement** : ce document a été réalisé avec la version 1.4 ; il est disponible dans sa version la plus récente sur notre site http://education.ti.com/france, menu Ressources pédagogiques.*

Fichier associé : EP008_2007_Ajustement.tns

1. Le sujet

Sujet 008 de l'épreuve pratique 2007 – Planètes et ajustement

Enoncé

Le tableau ci-contre donne, pour chaque planète du système solaire, sa période de révolution et le rayon de l'orbite considérée comme circulaire.

A	B	C
Planète	***r* (en m)**	***T* (en s)**
Mercure	5.79E +10	7.60E +06
Vénus	1.08E +11	1.94E +07
Terre	1.49E +11	3.16E +07
Mars	2.28E +11	5.94E +07
Jupiter	7.78E +11	3.74E +08
Saturne	1.42E +12	9.30E +08
Uranus	2.87E +12	2.66E +09
Neptune	4.50E +12	5.20E +09

1. Entrer, sur une feuille de calcul d'un tableur, les données des colonnes A, B et C. Tracer, à l'aide du tableur, le graphique représentant la période T en fonction du rayon r.
Combien de points apparaissent nettement sur le graphique ? Les identifier et expliquer le phénomène.

2. Faire afficher le graphique donnant ln (T) en fonction de ln (r). Combien de points apparaissent sur le graphique et que constatez-vous ?

3. Déterminer, à l'aide du tableur, le coefficient directeur d'une droite qui permet de donner un ajustement des points représentés. Quelle est l'équation de la droite que l'on peut retenir expérimentalement ?

4. En déduire que, pour les huit planètes étudiées, $T \approx k\left(\sqrt{r}\right)^3$, où k est une constante réelle. Vérifier avec le tableur.

Production demandée

- Pour la question **1**, une analyse argumentée du graphique obtenu est attendue.
- Pour la question **2**, une analyse du nouveau graphique obtenu est attendue. L'argumentation fera l'objet des questions suivantes.
- Pour la question **3**, préciser la méthode de calcul choisie pour établir une équation de la droite d'ajustement.
- Pour la question **4**, une rédaction détaillée du calcul de la valeur de k est attendue.

Compétences évaluées

- **Compétences TICE**
  - Utilisation d'un tableau de nombres, représentations graphiques et ajustements.
- **Compétences mathématiques**
  - Fonction logarithme népérien ;
  - Equation réduite de droite.

© Texas Instruments 2008 / Photocopie autorisée

2. Corrigé

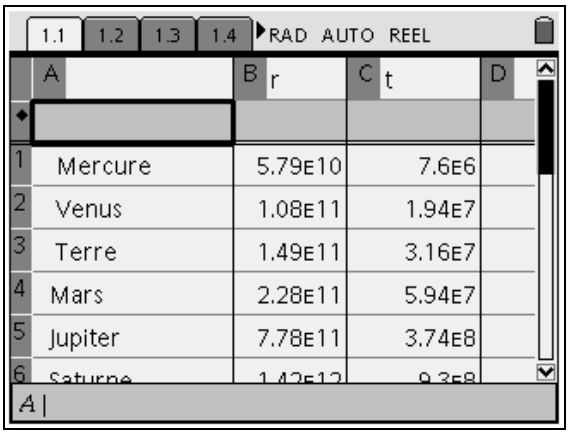
Les écrans sont obtenus à partir de la calculatrice.

1) Ouvrir une page **Tableurs & listes**.

Dans la colonne **A** inscrire les noms des planètes (commencer par " puis inscrire le nom dans le cadre qui apparaît).

Inscrire, dans les colonnes **B** et **C**, les nombres indiqués dans l'énoncé**.**

Pointer sur la « tête » de colonne **B** et inscrire **r**, puis pointer sur la « tête » de colonne **C** et inscrire **t**.



Ouvrir une page **Graphiques & géométrie**.

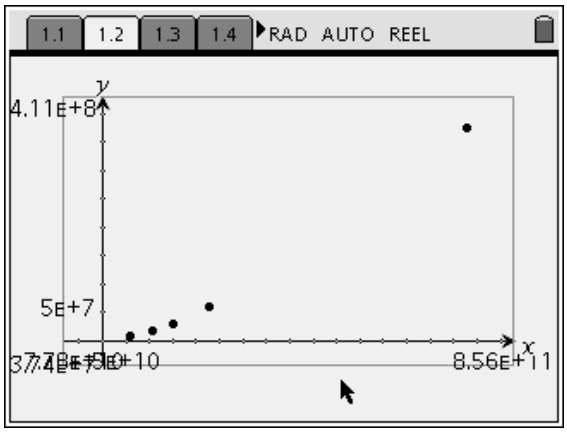
Définir, dans **Type de graphique**, **Nuage de points** et lier *x* à **r** et *y* à **t**

Choisir dans le menu **Fenêtre** choisir **Zoom-Standard** puis **Zoom-Données**
Les points s'affichent.

On distingue au maximum 5 points correspondant aux cinq premières planètes (Mercure, Vénus, Terre, Mars et Jupiter).

Cela s'explique par l'amplitude des données aussi bien pour *r* que pour *T*.

Amplitude d'ordre 100 pour *r* et de près de 1000 pour *T*.

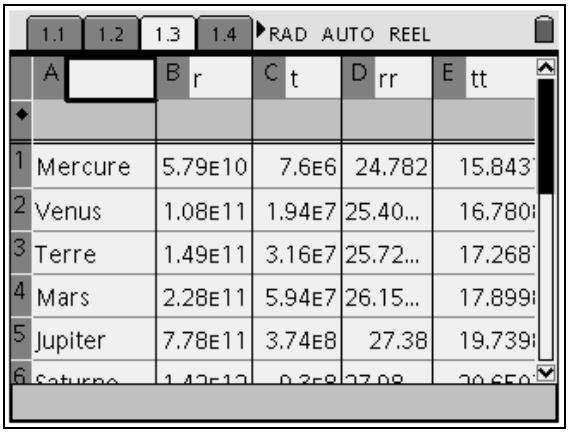


2) Revenir à la page **Tableurs & listes**.

Dans la cellule **D1**, inscrire la formule = ln(**B1**), copier cette cellule, sélectionner les cellules de **D2** à **D8** et coller (cette colonne contient donc les valeurs de ln (*r*)).

Dans la cellule **E1**, inscrire la formule = ln(**C1**), copier cette cellule, sélectionner les cellules de **E2** à **E8** et coller (cette colonne contient donc les valeurs de ln (*T*)).

Donner un nom aux colonnes **D** et **E** (dans les « têtes » de listes). Dans l'image ci-contre, les noms données sont **rr** et **tt**.



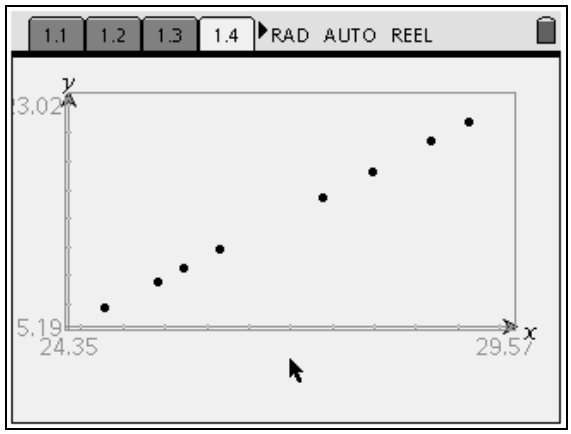
© Texas Instruments 2008 / Photocopie autorisée

Puis ouvrir une nouvelle page **Graphiques & géométrie**.

Définir dans **Type de graphique**, **Nuage de points** et lier x à **rr** et y à **tt** .

Choisir, dans le menu **Fenêtre**, le **Zoom – Stat**.

Les 8 points apparaissent sur le graphique et semblent alignés.



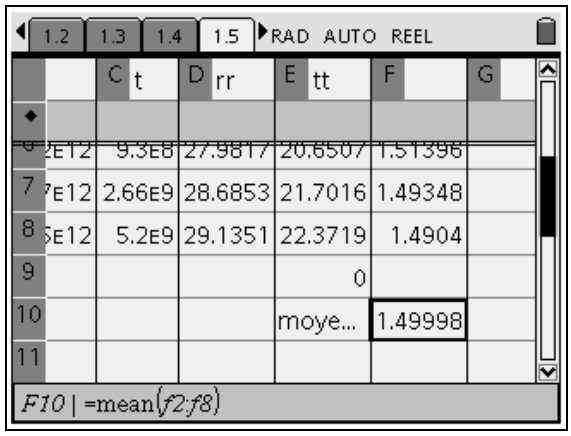
3) Pour obtenir le coefficient directeur de la droite d'ajustement, on peut inscrire dans la cellule **F2** la formule suivante : = $\dfrac{\mathbf{E2-E1}}{\mathbf{D2-D1}}$, puis la copier, sélectionner les cellules de **F3** à **F8** et coller.

Ensuite, en **F10** (par exemple), calculer la moyenne des 7 nombres obtenus.

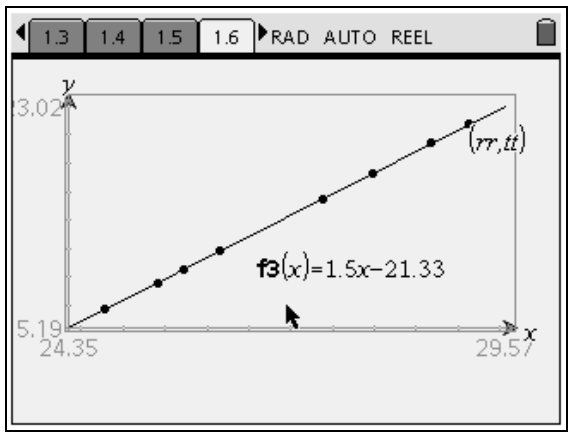
On trouve : $a \approx 1{,}5$. Donc la droite d'ajustement a pour équation : $y = 1{,}5\,x + b$.

On peut trouver b, soit en choisissant un point de la série, soit en calculant la moyenne des $y - 1{,}5\,x$.

On trouve : $b \approx -21{,}33$.
D'où l'équation de la droite : $\boldsymbol{y = 1{,}5x - 21{,}33}$.



On peut demander le tracé de cette droite sur la page graphique contenant le nuage (**rr** , **tt**).



4) On a donc :

$\ln(T) \approx 1{,}5 \ln(r) - 21{,}33$ soit $\ln(T) \approx 3 \ln(\sqrt{r}) - \ln(e^{21{,}33})$;

d'où $\ln(T) \approx \ln\left(\dfrac{(\sqrt{r})^3}{e^{21{,}33}}\right)$ soit, finalement, $T \approx \dfrac{1}{e^{21{,}33}}(\sqrt{r})^3$;

donc le réel k vérifie : $k \approx \dfrac{1}{e^{21{,}33}}$, $\boldsymbol{k \approx 5{,}45\ E\ -10}$.

© Texas Instruments 2008 / Photocopie autorisée

Vérifions avec le tableur

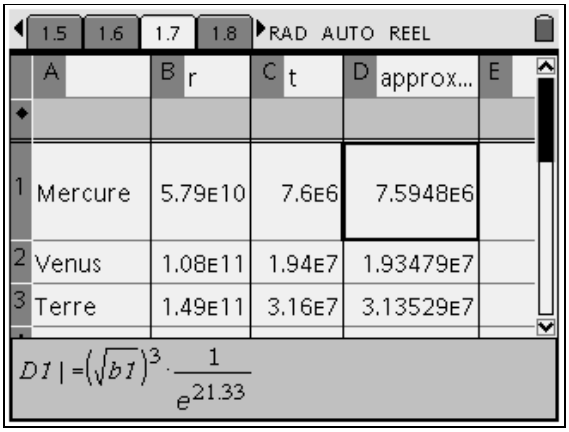
Dans la cellule **D1**, inscrire la formule :

$$= (\sqrt{\mathbf{B1}})^3 * \left(\frac{1}{e^{21,33}}\right),$$

copier cette formule, sélectionner les cellules **D2** à **D8** et coller.

Les résultats obtenus différent peu de *T*.

La loi de Kepler est donc vérifiée.

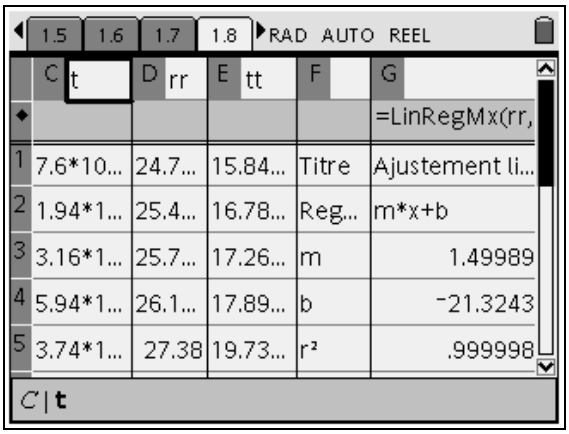


3. Pour aller plus loin

Pour obtenir la droite d'ajustement, on aurait pu demander dans le tableur un **Calcul statistique , Ajustement linéaire (mx + b)**.
Choisir la colonne contenant ln (*r*) pour **X** et celle contenant ln (*T*) pour **Y**.

On obtient la droite d'ajustement par la méthode des moindres carrés :

$$y = \mathbf{1,49989}\, x - \mathbf{21,3243}.$$



© Texas Instruments 2008 / Photocopie autorisée