

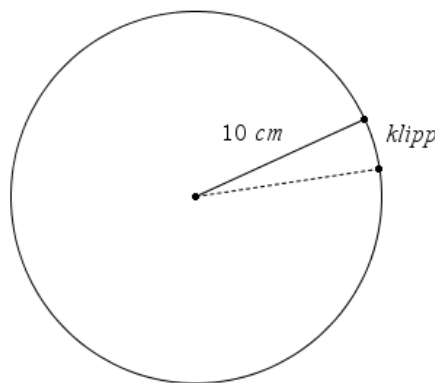
Att tillverka en strut

Du har ett cirkulärt papper med radien 10 cm. Genom att klippa upp cirkeln längs en radie får du ett papper som du kan forma till en strut genom att låta en del av ett cirkelsegment överlappa ett annat. Alternativt kan du efterhand klippa bort radiellt så att du efterhand reducerar periferin med olika mycket.

Hur stor volym kan den strut få som du tillverkar på detta sätt?

Några steg på vägen

- Tänk dig att du tar bort 1 cm, 2 cm osv längs omkretsen för att tillverka olika strutar. Starta ett nytt dokument och börja undersökningen genom att infoga en Lists & Spreadsheet applikation.
- Lägg in en sekvens av värden i lista A, från 1 och uppåt som ska fungera som det överlapp du gör (alternativt vad du klipper bort) för att kunna rulla struten. Använd gärna kommandot Fill Down för att bilda listan. Döp förslagsvis listan till *klipp*.
- Skriv in ett lämpligt uttryck i formelcellen i lista B, som med hjälp av de värden som finns i lista A, beräknar radien i konens (strutens) basyta.
- Fortsätt i formelcellen för lista C och skriv in ett uttryck för konens höjd, baserade på värdena i lista B.
- I lista D slutligen beräknar du volymen av konen baserade på värdena i listorna B och C. Döp listan till *volym*.
- Åskådliggör grafiskt volymen som funktion av det bortklippta. Vilka värden kan volymen anta?
- Infoga en Calculator-sida och definiera funktionen $f_1(x)$ som volymen av konen, baserat på din tankegång ovan och med variabeln x för det bortklippta. Rita denna funktion i samma diagram.
- Undersök med derivatans hjälp vilket värde på volymen som är det maximala.



Matematisk nivå

Kunskaper motsvarande matematik kurs C.

Teknisk nivå

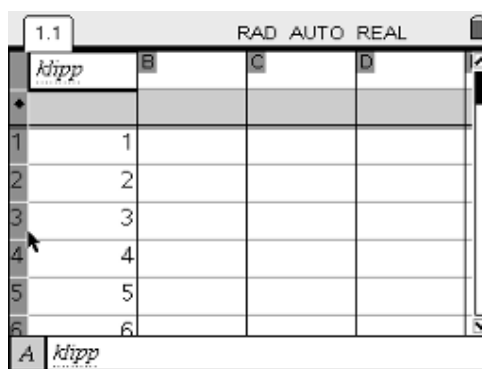
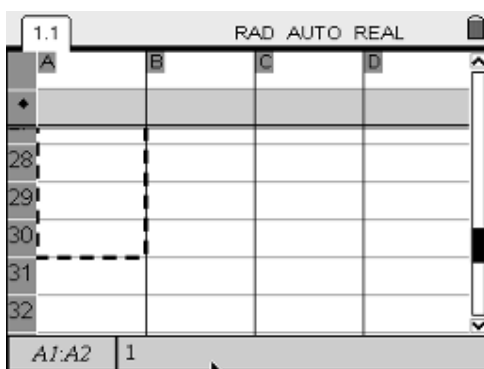
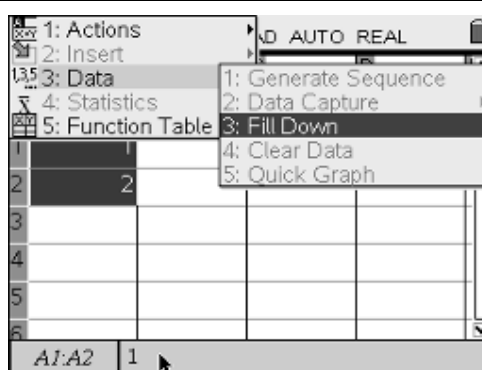
Tidigare erfarenhet av TI-Nspire CAS är nödvändig.

Lärraranvisning:

Infoga ett nytt dokument (☰, New Document) och infoga en Lists & Spreadsheet applikation (☰, L&S).

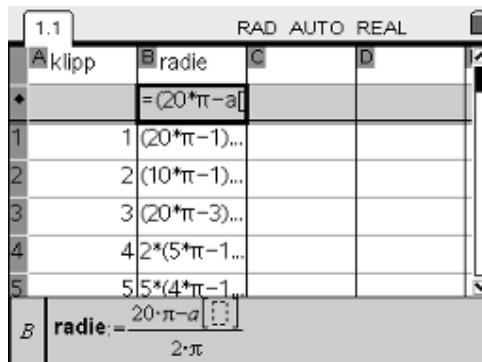
Skriv in värdet 1 i cell A1 och tryck Enter .
Skriv sedan in värdet 2 och välj kommandot fyll nedåt (☰, Data, Fill Down) och använd pil-ner-tangenten att markera cellerna nedåt förslagsvis t o m cell A30. Tryck sedan Enter .

Döp lista A till klipp. Se bilderna nedan!



Skriv in en formel för att beräkna bottenytans radie efter det att den sträcka som finns angiven i lista A blivit bortklippt.

Kvar av omkretsen är $2 \cdot 10 \cdot \pi - "A\text{-värde}"$.
Därför kan radien beräknas som detta dividerat med $2 \cdot \pi$. Se bilden till höger.
Observera att inga närmevärden utan exakta värden presenteras.



Skriv ett uttryck för konens höjd i formelcellen i kolumn C och tryck på $\left(\frac{\text{enter}}{\text{↵}}$). Se bilden till höger.

Döp kolumn D till volym och skriv in ett uttryck för volymen av konen i formelcellen i kolumn D. Se vänstra bilden nedan.

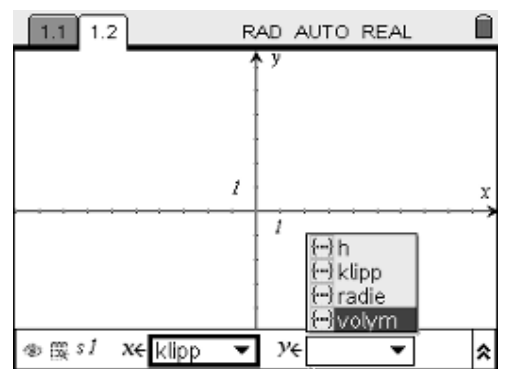
Infoga en Graphs & Geometry sida ($\left(\frac{\text{G&G}}{\text{G}}$), G&G). Välj ett punktdiagram ($\left(\frac{\text{menu}}{\text{M}}$), Graph Type, Scatter Plot). Klicka i dialogrutan för x och välj klipp. Upprepa i rutan för y och välj volym. Se högra bilden nedan.

klipp	radie	h
	$= (20 \cdot \pi - a)$	$= \text{sqrt}(10^2 - b^2)$
1	$(20 \cdot \pi - 1)$	$\sqrt{40 \cdot \pi}$
2	$(10 \cdot \pi - 1)$	$\sqrt{20 \cdot \pi}$
3	$(20 \cdot \pi - 3)$	$\sqrt{3 \cdot (40 \cdot \pi)}$
4	$2 \cdot (5 \cdot \pi - 1)$	$2 \cdot \sqrt{10 \cdot \pi}$
5	$5 \cdot (4 \cdot \pi - 1)$	$5 \cdot \sqrt{8 \cdot \pi}$

Formel i cell C: $h = \sqrt{10^2 - b^2}$

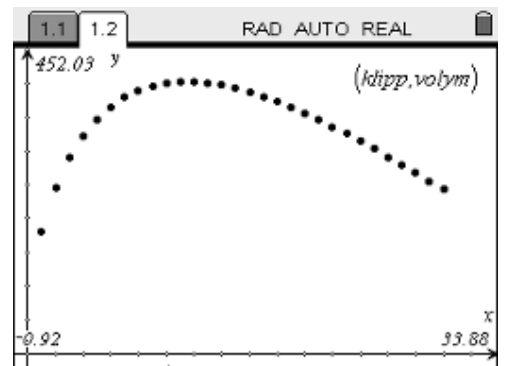
klipp	radie	h	volym
	$= (20 \cdot \pi - a)$	$= \text{sqrt}(10^2 - b^2)$	$= \pi \cdot b^2 \cdot c / 3$
1	$(20 \cdot \pi - 1)$	$\sqrt{40 \cdot \pi}$	$(20 \cdot \pi - 1)$
2	$(10 \cdot \pi - 1)$	$\sqrt{20 \cdot \pi}$	$(10 \cdot \pi - 1)$
3	$(20 \cdot \pi - 3)$	$\sqrt{3 \cdot (40 \cdot \pi)}$	$(20 \cdot \pi - 3)$
4	$2 \cdot (5 \cdot \pi - 1)$	$2 \cdot \sqrt{10 \cdot \pi}$	$8 \cdot (5 \cdot \pi - 1)$
5	$5 \cdot (4 \cdot \pi - 1)$	$5 \cdot \sqrt{8 \cdot \pi}$	$125 \cdot (4 \cdot \pi - 1)$

Formel i cell D: $\text{volym} = \frac{\pi \cdot b^2 \cdot c}{3}$



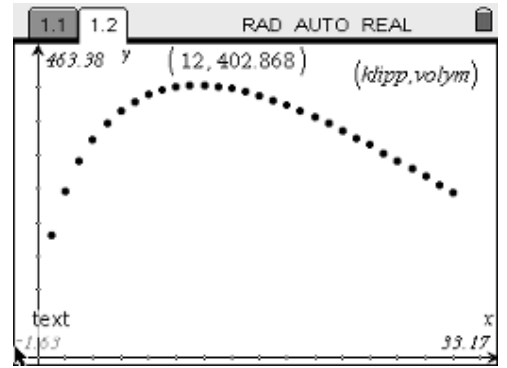
Ändra fönsterinställningarna ($\left(\frac{\text{menu}}{\text{M}}$), Window, Zoom Data). Finjustera så att båda koordinataxlarna blir synliga ($\left(\frac{\text{menu}}{\text{M}}$), Window, Window Settings) och se till att såväl x-min som y-min är negativa.

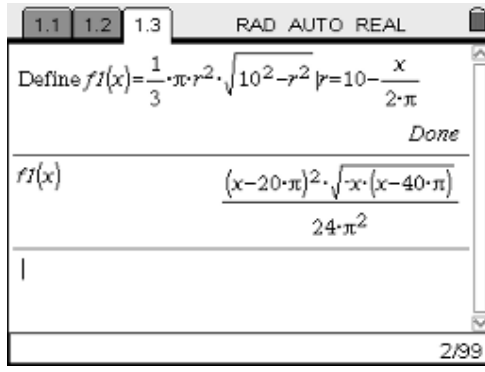
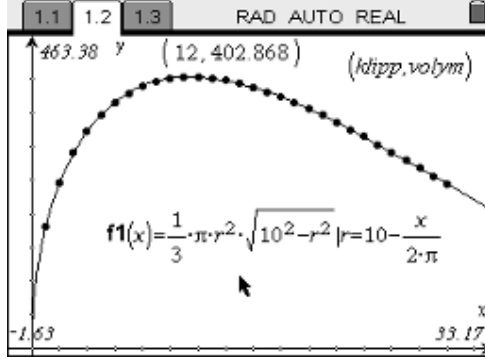
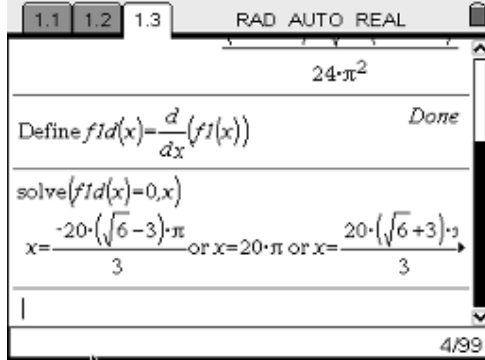
Som framgår av grafen antar volymen värden upp till ett maximum. Du kan inte fastställa detta så bra i denna graf, eftersom det inte nödvändigtvis antas för ett heltalsvärde på x-koordinaten.



Genom att använda spårningsfunktionen ($\left(\frac{\text{menu}}{\text{M}}$), Trace, Graph Trace) och flytta markören utmed punkterna kan du se att det största presenterade värdet, är cirka $402,9 \text{ cm}^3$.

Nu är det dags att definiera volymen som en funktion av x med stöd av tankegången ovan.



<p>Ett sätt att definiera funktionen är att infoga en Calculator-sida och där definiera $f1(x)$, där x är den bortklippta biten längs periferin. Tryck (menu) och välj Define. Skriv sedan in volymen definierad med hjälp av radien, som du kan döpa till r. För att förknippa r med x används slutligen, ”med-operatort” ett vertikalt streck, som du finner snett ner till höger om (ctrl)-tangenten. Om du vill se funktionen kan du skriva in $f1(x)$ och trycka (enter). Se bilden till höger!</p>	
<p>Genom att återvända till Graphs & Geometry-sidan och välja graftypeen Function aktiverar du sedan funktionen och ser att den överlappar de tidigare punkterna. Här är det nu möjligt att på nytt använda spårningsfunktionen för att nu hitta ett bättre närmevärde på maxpunkten. Detta överläts till dig själv. (För att komma från punktdiagrammet till $f1(x)$ måste du trycka pil-upp först).</p>	
<p>Återvänd till Calculatorsidan och definiera derivatan av funktionen $f1(x)$. Döp den förslagsvis till $f1d(x)$ ((menu), Define) Infoga sedan efter $f1d(x) =$ en mall för derivatan ((menu), Calculus, Derivative) och skriv in som bilden visar. Sätt sedan derivatan $=0$ för att bestämma extremvärdena ((menu), Algebra, Solve). Se syntaxen i bilden intill. För att få närmevärden tryck först (ctrl) sedan (enter).</p>	
<p>För att bestämma funktionsvärdet motsvarande det bestämda x-värdet går du tillväga så som bilden intill visar. Glöm inte att diskutera med eleverna vad de övriga nollställena till derivatan betyder.</p>	