

Nombre: _____ Fecha: _____

Actividad NUMB3RS: En equilibrio

En "El apagón" hay una serie de atentados contra las subestaciones que suministran electricidad a la ciudad de Los Ángeles. La red de subestaciones en una ciudad se configura de tal manera que si una subestación queda fuera de servicio, las otras suministran electricidad para compensar el servicio que falta. Tu casa o escuela está atendida por varias subestaciones. Si una subestación se queda fuera de servicio, seguirás teniendo electricidad porque otra subestación compensa la pérdida. Pero si varias subestaciones se quedan fuera de servicio, puedes quedarte sin electricidad si las subestaciones siguientes no pueden suplir la demanda.

Charlie explica este tipo de falla en cascada usando el juego de JENGA®. Dice: "Hay suficiente redundancia para que puedan eliminarse o sacarse muchos bloques sin afectar grandemente el sistema en general... pero si se elimina un bloque equivocado, o en este caso la subestación equivocada, especialmente una vez que se ha debilitado la red... entonces se podría caer todo el sistema". En esta actividad, trabajarás con bloques del juego de JENGA para determinar cómo evitar que se caiga toda la red.

Cómo jugar JENGA

Hay 54 piezas de madera en el juego de JENGA. Todas las piezas son prismas rectangulares congruentes. Para jugar, se apilan primero las piezas por niveles alternos de 3 piezas. La primera torre tiene una altura de 18 niveles. Los jugadores se turnan para sacar un bloque de la torre y colocarlo encima de la misma. El que haga derrumbar la torre pierde. El último jugador que completó un turno antes del derrumbe de la torre es el ganador.



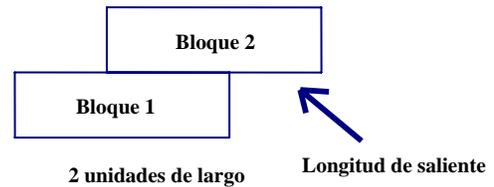
Puedes jugar JENGA usando el juego real o puedes ir a un sitio Web para jugar un juego virtual. El juego virtual puede tener un número diferente de bloques.

1. ¿Cuál es el número mínimo de piezas que podrías sacar para causar el derrumbe de la torre? Explica tu respuesta.
2. ¿Cuál crees que sea la torre más alta que puedas hacer con el juego de 54 piezas?

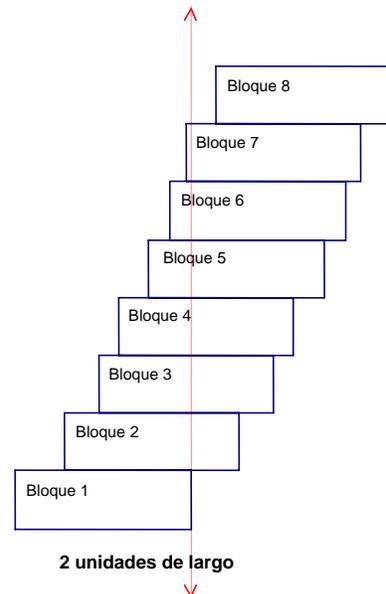
Cómo apilar los bloques

Quizá hayas notado que la torre se mantiene en pie si el centro de la masa en cada nivel está apoyado en los niveles que están más abajo. Para explorar el centro de masa puedes usar prismas rectangulares cualesquiera siempre y cuando todos sean de tamaño idéntico y tengan una densidad uniforme. Las que funcionan mejor son las reglas de metro porque se ven las medidas en la regla. También puedes usar piezas de JENGA, barajas, algunos textos de matemáticas o cajas de CDs o DVDs.

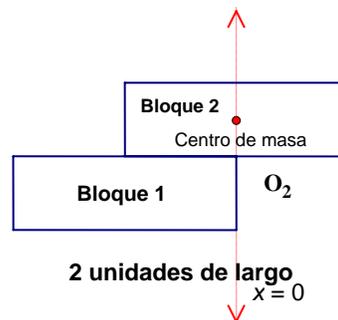
3. Toma dos bloques y apílalos como indica el diagrama de vista lateral a la derecha. Mide la longitud de la base y márcala como 2 unidades. (Por ejemplo, si la longitud de tu bloque es de 24 cm, usa 12 cm como unidad.) Empuja el Bloque 2 tan lejos como puedas sin que la torre se derrumbe. Determina la máxima longitud posible de la saliente (mídela en unidades) antes de que se derrumbe la torre.



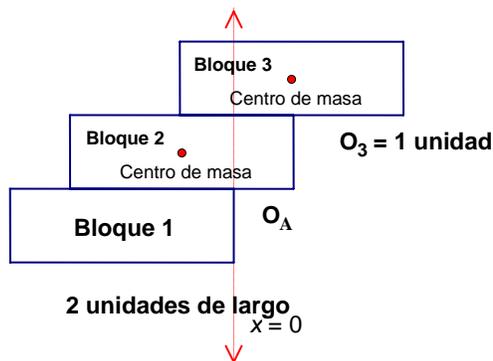
4. La torre a la derecha podría caerse. Nota que ninguna parte del Bloque 8 está sobre alguna parte del Bloque 1 (línea roja). ¿Es posible construir una torre así? Menciona una razón de tu respuesta.



En la pregunta 3 hallaste que la máxima **longitud de saliente** para el Bloque 2 era $O_2 = 1$ unidad. Esto ocurre porque el centro de masa está situado sobre la arista del Bloque 1. Teóricamente, el Bloque 2 no debe caer si el centro de masa está sobre el Bloque 1. Sin embargo, cuando lo intentaste, quizá hallaste que la longitud de saliente tiene que ser ligeramente inferior a 1 unidad.



5. a. Usa tres bloques. Halla el mayor valor experimental de O_2 si $O_3 = 1$ unidad. (Probablemente tendrás que hacer O_3 ligeramente menor que 1 unidad de largo para que esto funcione con tus bloques).



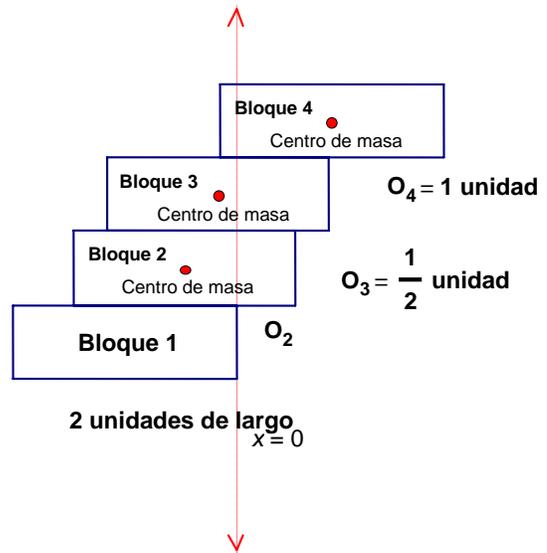
Para calcular el centro de masa teórico para los Bloques 2 y 3 combinados, supón que $O_3 = 1$ unidad y $O_2 = \frac{1}{3}$ unit. El centro de masa del Bloque 3 está a $\frac{1}{3}$ de la línea de referencia. El centro de masa del Bloque 2 está en $-\frac{2}{3}$. El centro de masa para los Bloques 2 y 3 combinados será:

$$\text{Centro de masa} = -\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = -\frac{1}{3}$$

Si el centro de masa es inferior o igual a 0, entonces los bloques guardarán equilibrio en el Bloque 1.

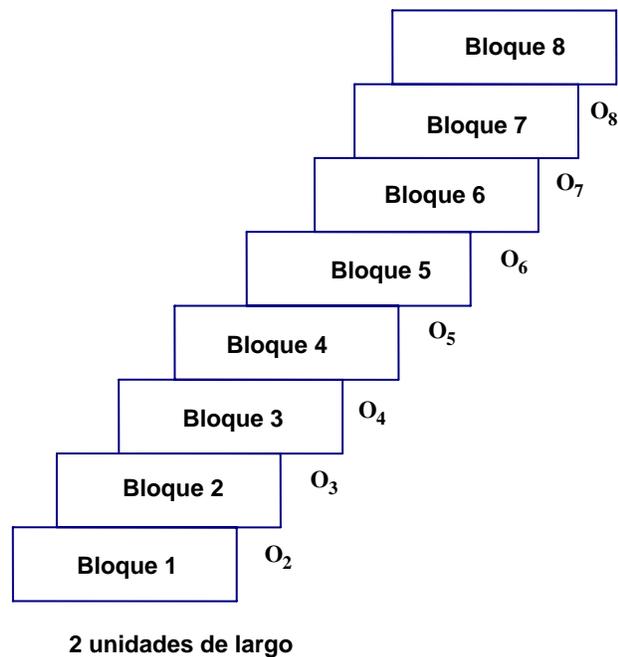
- b. Encuentra el valor de O_2 de manera que los centros de masa combinados sean den un total de 0. Esto significa que el centro de masa de los Bloques 2 y 3 juntos estarán en la arista del Bloque 1. Usa la fórmula $O_3 = 1$ unidad.

6. Halla el valor teórico de O_2 que pondría el centro de masa de los Bloques 2, 3 y 4 en $x = 0$ si $O_4 = 1$ unidad y $O_3 = \frac{1}{2}$ unidad.



7. Usa 8 bloques para formar una torre que maximice la suma de las longitudes salientes (es decir, que maximice la suma $O_2 + O_3 + O_4 + O_5 + O_6 + O_7 + O_8$). Si se usaran bloques reales la figura de la derecha probablemente se caería. Teóricamente, ¿cuál es la suma máxima de los salientes?

Usa tus resultados para hacer una torre así con 8 bloques. Recuerda que tus cálculos son teóricos y que al construir esta torre con bloques reales, tendrás que acortar cada saliente un poquito para vencer algunas limitaciones físicas.



El objeto de esta actividad es dar a los estudiantes un vistazo breve y sencillo de un tema matemático muy extenso. TI y NCTM lo invitan a usted y a sus estudiantes a aprender más sobre este tema con las extensiones que se ofrecen abajo y con su propia investigación independiente.

Extensiones

Desafío Problemas

- Halla la suma máxima de las longitudes de saliente si se apilan veinte cajas de CDs usando la serie armónica para las longitudes de saliente. Las cajas de CDs miden aproximadamente 14 cm de largo.
- Determina el número de cajas de CDs que se necesitan para hacer una torre cuya suma de longitudes de salientes sea igual a 100 cm. Puede emplearse la TI-84 Plus para hallar la suma de secuencias tal como se ve en la ventanilla de abajo. Para hallar los mandos **suc(** y **sum(** oprime **2nd** [LIST]; el mando **suc(** aparece bajo el menú de **OPER** y el mando **sum(** aparece bajo el menú de **MAT**. Determina la altura de la torre. Una caja de CDs mide aproximadamente 1 cm de alto.

```
suc(1/X,X,1,3)
(1 .5 .33333333...
sum(suc(1/X,X,1,
3))
      1.833333333
```

JENGA®

- Para una descripción matemática de movimientos de JENGA, visita:
<http://www.maths.tcd.ie/~icecube/maths/a-JENGA-probability-distribution/>
- Para algunos datos divertidos sobre JENGA, visita:
<http://www.hasbro.com/JENGA/pl/page.fun/dn/default.cfm>

Serie armónica

- Para más información sobre la serie armónica, visita:
<http://mathworld.wolfram.com/HarmonicSeries.html>