

Laboration: Brinntid hos ett stearinljus

Syftet med experimentet är att undersöka hur snabbt ett stearinljus brinner. Dessutom ska du använda dina mätdata till att uppskatta hur länge ljuset kommer att kunna brinna.

Om du inte har möjlighet att genomföra experimentet själv kan du använda de data, som finns i tabellen nedan. Mätningarna har utförts på ett julgransljus och startades då ljuset brunnit ”förbi” den översta, smalare delen.

| Tid / min | Längd / cm |
|-----------|------------|
| 1,5 | 9,6 |
| 5,0 | 9,4 |
| 8,0 | 9,2 |
| 10,5 | 9,0 |
| 13,0 | 8,8 |
| 17,5 | 8,3 |
| 19,5 | 8,1 |
| 24,5 | 7,5 |
| 26,5 | 7,3 |
| 29,5 | 7,0 |
| 33,5 | 6,6 |
| 36,0 | 6,3 |
| 38,5 | 6,1 |



Matematisk nivå:

Kunskaper motsvarande grundskolans senare år eller matematik kurs A.

Teknisk nivå

Detta är en grundläggande laboration med TI-Nspire.

Lärraranvisning

Om experimentet utförs, tänd ljuset och börja tidmätningen när du anser det är lämpligt. Mät hela tiden med linjalen stödd mot underlaget så att du inte får något mätfel på grund av olika nollpunkt. Om linjalen inte har nollgraderingen intill kanten så korrigera mätvärdena för skillnaden.

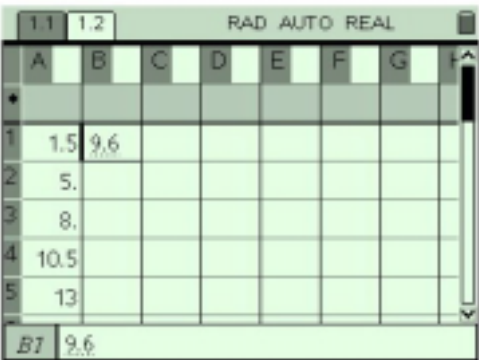

Utvärdering

Här visas med de data som finns i tabellen.

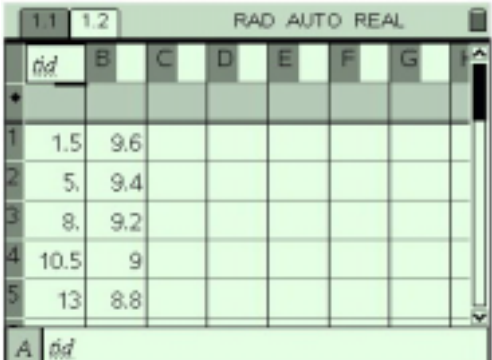
Tryck på \cdot -tangentsen och markera Lists & Spreadsheet. Tryck sedan på \cdot .

Skriv in tiderna med början i cell A1. Bilden nedan till vänster visar utseendet hos skärmen då samtliga tider har matats in och den första längden skrivs in i cell B1.

Till höger nedan har markören flyttats med piltangenterna högst upp i kolumn A till tabellens huvud, där namnet, *tid*, skrivits in. Detta följs av enter-tryckning.



| | A | B | C | D | E | F | G |
|---|------|-----|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.5 | 9.6 | | | | | |
| 2 | 5. | | | | | | |
| 3 | 8. | | | | | | |
| 4 | 10.5 | | | | | | |
| 5 | 13 | | | | | | |
| | B1 | 9.6 | | | | | |

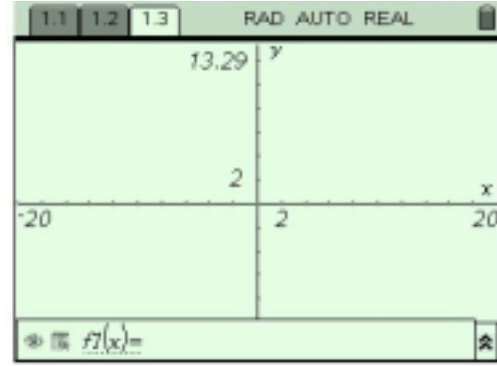
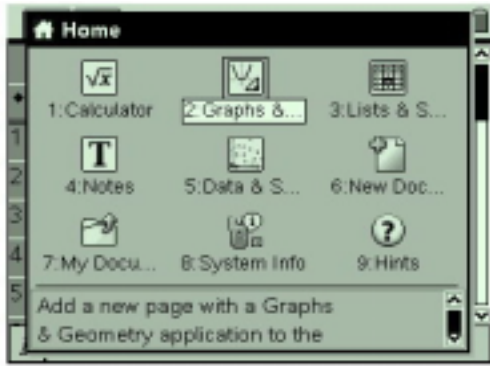


| | A | B | C | D | E | F | G |
|---|------|-----|---|---|---|---|---|
| 1 | tid | | | | | | |
| 2 | 1.5 | 9.6 | | | | | |
| 3 | 5. | 9.4 | | | | | |
| 4 | 8. | 9.2 | | | | | |
| 5 | 10.5 | 9 | | | | | |
| 6 | 13 | 8.8 | | | | | |
| | A | tid | | | | | |

På samma sätt placeras markören i huvudet på kolumn B och namnet, *langd*, skrivs in följt av enter.

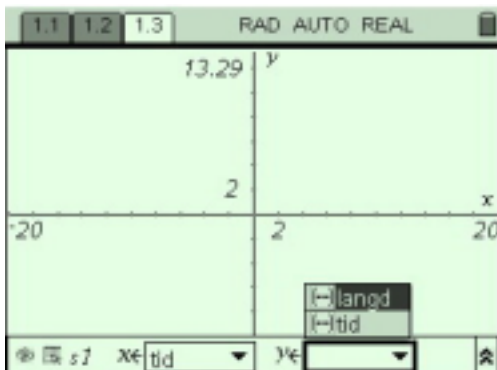
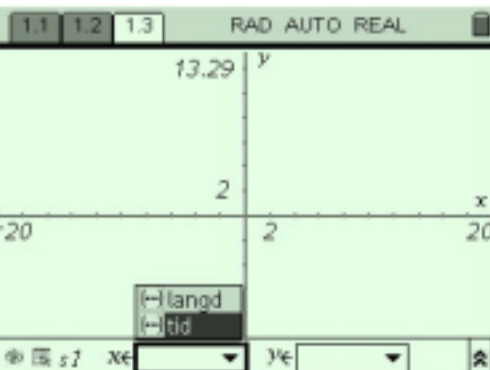
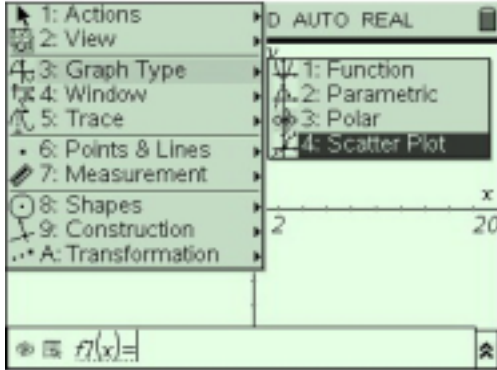
För att kunna åskådliggöra dessa data grafiskt infogas en sida med Graphs & Geometry. För att göra detta trycker du på Home-tangenten och väljer alternativ 2, antingen genom att flytta markören till detta alternativ och sedan trycka enter, eller genom att helt enkelt trycka på siffran 2. Se följande bilder.

| | A | B | C | D | E | F | G |
|---|------|-----|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.5 | 9.6 | | | | | |
| 2 | 5. | 9.4 | | | | | |
| 3 | 8. | 9.2 | | | | | |
| 4 | 10.5 | 9 | | | | | |
| 5 | 13 | 8.8 | | | | | |

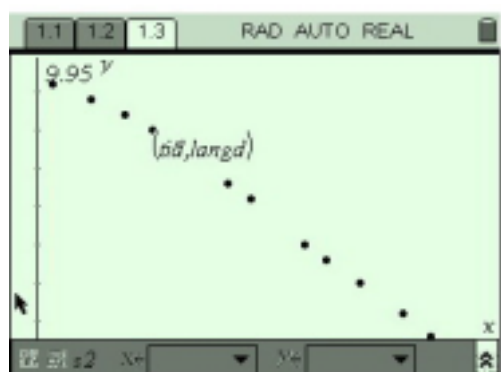
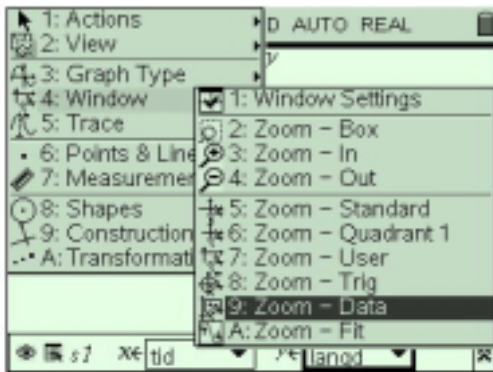
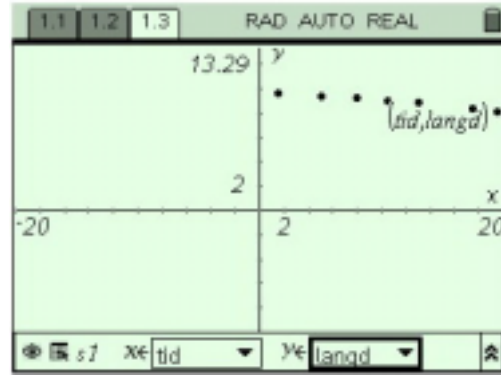


För att ändra typen av graf trycker du på meny-tangenten och väljer först 3, Graph Type, och sedan 4, Scatter Plot.

Nu klickar du i dialogrutan för x och i det fönster som öppnas flyttar du markören till *tid* och trycker enter. Genom att trycka på tab-tangenten flyttar du markören till dialogrutan för y, klickar i den och väljer på motsvarande sätt som ovan variabeln *langd* och trycker enter,



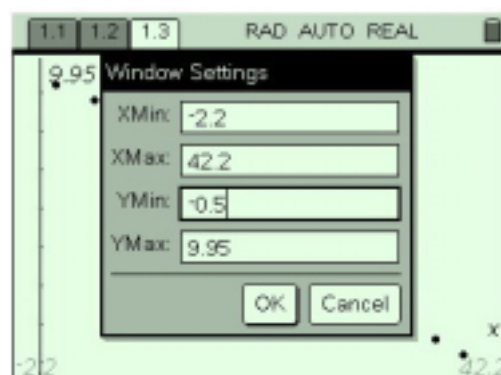
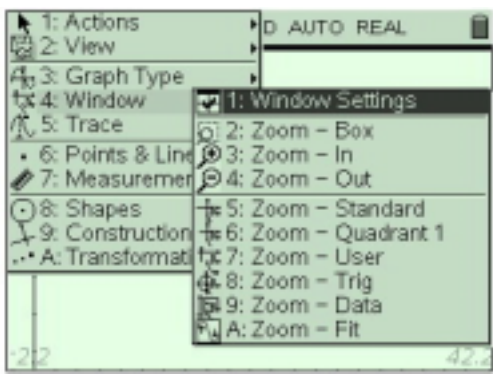
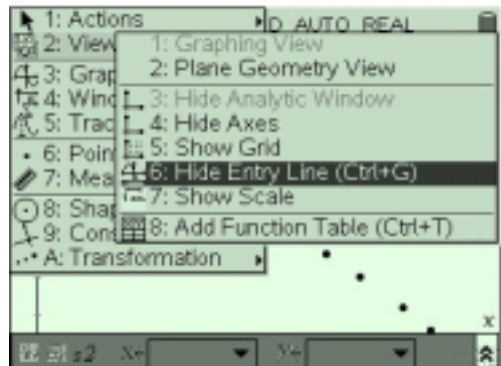
Nu syns några av datapunkterna i fönstret och för att se övriga ändras fönsterinställningarna. Detta kan ske på många sätt, till exempel genom att trycka på meny-tangenten och där välja 4, Window, följt av 9, Zoom Data. Härigenom anpassas ett fönster så att samtliga punkter blir synliga. Se följande bilder!



För att dölja inmatningsraden, som inte behövs, trycker du på meny-tangenten och väljer 2, View, följt av 6, Hide Entry Line.

Det skulle vara bra att ha x-axeln synlig. För att få det trycker du på meny-tangenten och väljer 4, Window Settings, följt av 1, Window Settings.

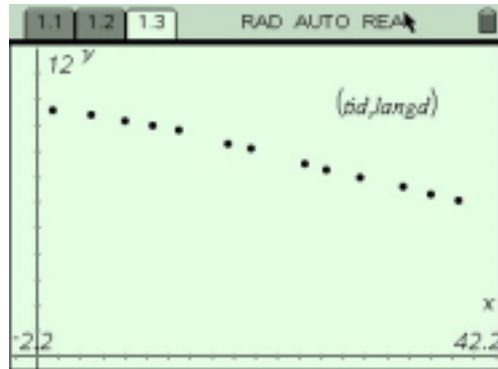
Använd tab-tangenten för att flytta markören till fältet för yMin och skriv in värdet -0.5 och tryck på enter. Se bilderna nedan!



Nu kan du se dessa data prickade och de tycks ligga längs en rät linje.

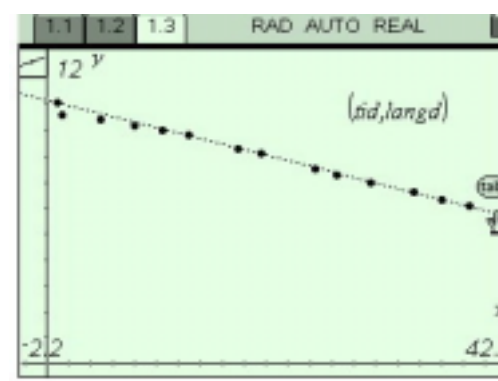
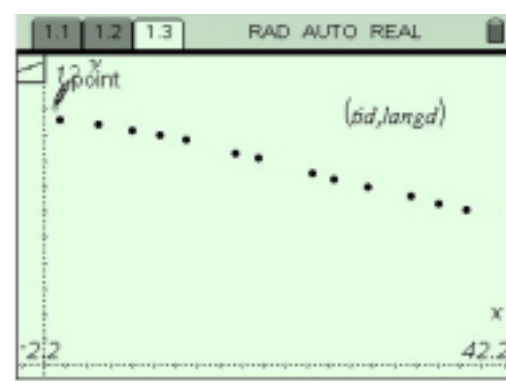
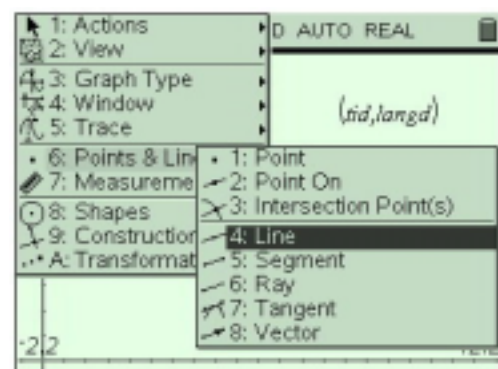
För att rita en linje trycker du på meny-tangenten och väljer alternativ 6, Points & Lines, följt av 6, Line.

Linjen ritas du genom att klicka någonstans i arbetsytan på ett ställe som du anser linjen ska gå genom. Undvik att klicka i någon av datapunkterna. Det försvårar för dig om du vill flytta linjen sedan. Se följande bilder!



För sedan markören till den andra punkten som du vill markera. Nu dyker en streckad linje upp för att underlätta för dig att markera den följande punkten.

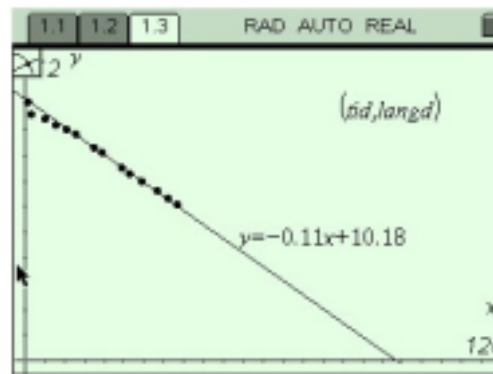
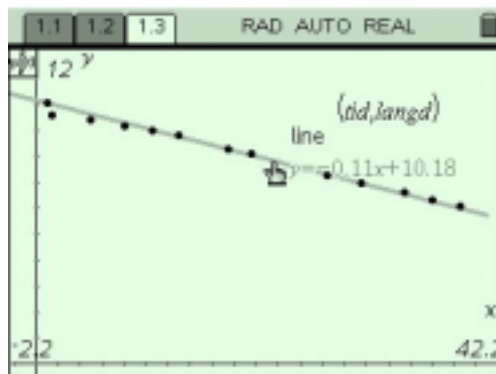
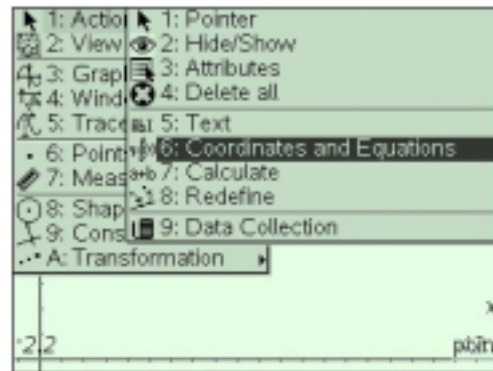
När du funnit ett lämpligt läge klickar du i arbetsytan för att definiera linjen. Skulle du inte vara nöjd med läget av linjen kan du flytta den senare. Hur detta går till visas om en stund.



För att ta reda på ekvationen för den ritade linjen trycker du på meny och väljer 1, Actions, följt av 6, Coordinates and Equations.

Sedan flyttar du markören med piltangenterna så att den hamnar på linjen varvid dess ekvation visas "dimmat".

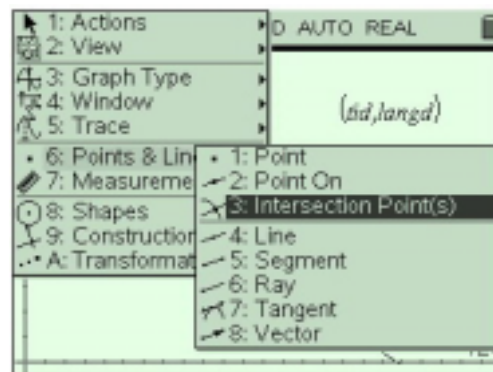
Klicka på linjen och för sedan ut markören till lämplig plats och klicka på nytt så placerar du ekvationen där. Se bilderna nedan där, i den högra bilden, även fönsterinställningarna ändrats så att yMax är 120. För att göra detta, tryck på meny-tangenten och välj: Window, Window Settings.

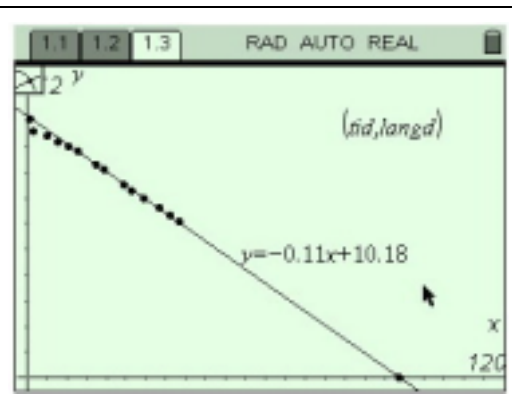
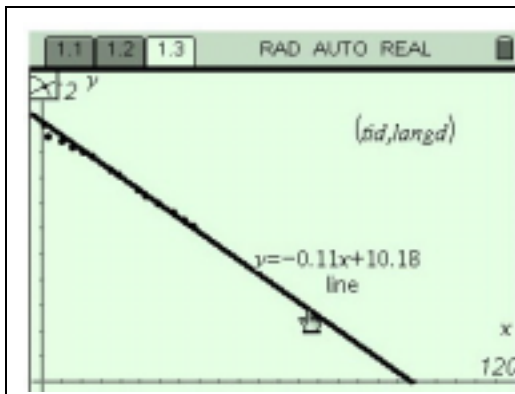


Eftersom riktningskoefficienten hos linjen är -0,11 vet vi nu att ljuset brinner cirka 0,11 cm per minut. Du skulle kunna ta reda på brinntiden genom att sätta $y=0$ i ekvationen och lösa ut värdet på x med hjälp av TI-Nspire.

Du kan också bestämma skärningspunkten grafiskt. För att göra det, tryck på meny-tangenten och välj 6, Points & Lines följt av 3, Intersection Points.

Klicka först på linjen och sedan på x-axeln för att bestämma skärningspunkten.

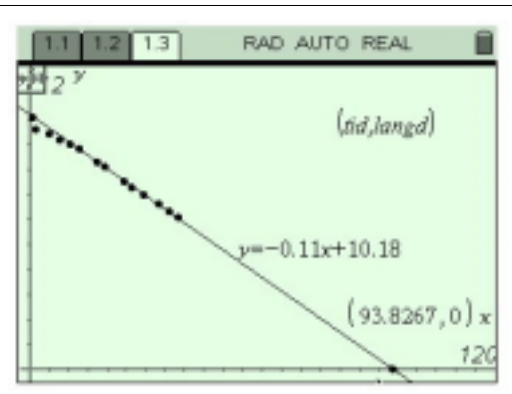
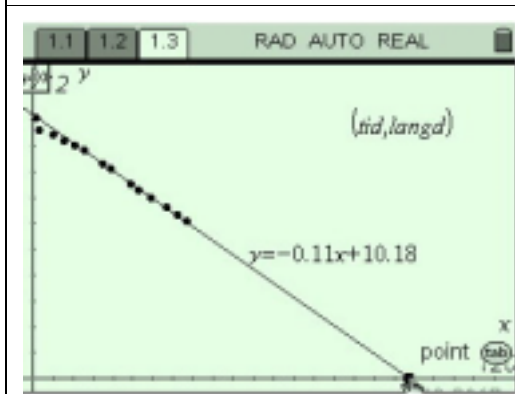
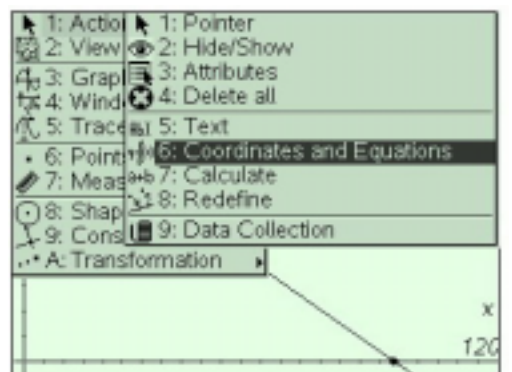




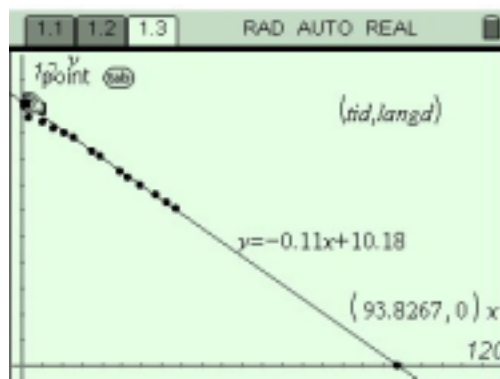
Avslutningsvis bestämmer du koordinaterna för skärningspunkten genom att trycka på meny-tangenten. Därefter väljer du först 1, Actions, och sedan 6 Coordinates and Equations.

Sedan klickar du på punkten på x-axeln och för ut värdet och klickar på nytt för att placera det.

Enligt bilden nedan kan du förutsäga en brinntid hos ljuset på cirka 94 min.



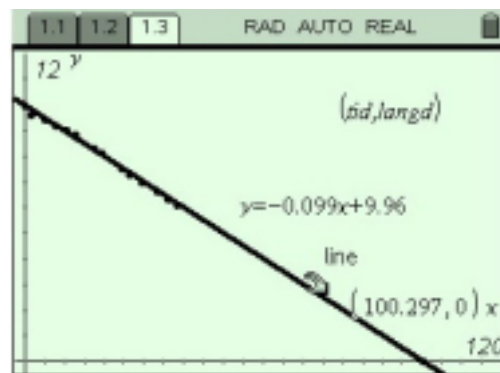
Flytta gärna linjen något. För att göra det trycker du först på esc-tangenten för att lämna Coordinates and Equation verktyget. För markören till den punkt på linjen som du använde dig av då du konstruerade den. Nu kan du ta tag i punkten genom att trycka på ctrl följt av klick-tangenten. Nu kan du flytta punkten och därmed linjen med piltangenterna. Se bilden till höger.



Tryck på esc-tangenten för att frigöra greppverktyget. Flytta sedan markören ett stycke ner på linjen. Här kan du på nytt ta tag i linjen genom att trycka på ctrl följt av klick-tangenten. Nu kan du vrida linjen. Observera att linjens ekvation dynamiskt ändras då du flyttar linjen. Givetvis förändras koordinaterna för skärningspunkten samtidigt.

Nu har du en lutning på $-0,099$ och en skärningspunkt med x-axeln som är $x=100,297$.

Utifrån detta brinner ljuset med $0,099$ cm per minut och har en brinntid på ca 100 minuter. Ändå ser denna linje ut att anpassa lika bra till punkterna. Med tanke på att du extrapolerar ganska långt för att nå x-axeln bör du ange brinntiden till cirka 100 minuter och brinnhastigheten till $0,1$ cm/min.



Alternativ behandling med linjär regression

En annan metod att rita linjen och samtidigt bestämma dess ekvation är att använda linjär regression. Denna utförs direkt i Lists & Spreadsheet applikationen. Så när punktdiagrammet är ritat och fönsterinställningarna justerats återvänder du till List & Spreadsheet-sidan genom att trycka på ctrl följt av pil-vänster. Detta är en av teknikerna att bläddra mellan sidorna i ett dokument.

Arbetsgången med den linjära regressionen är ett alternativ till beskrivningen på sidorna 5-7. Den visas i det följande:

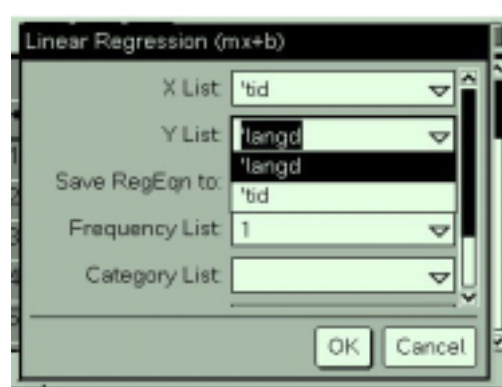
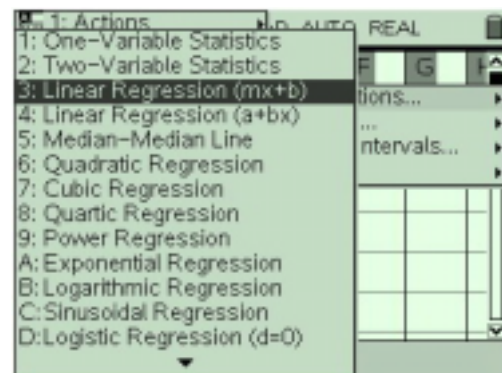
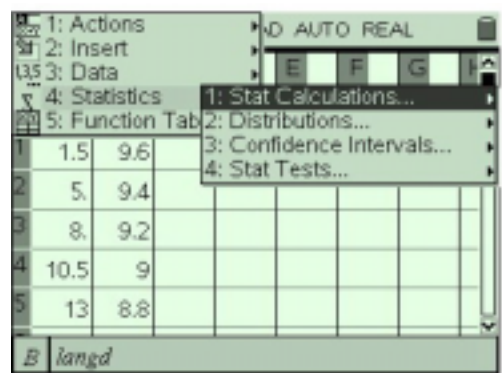
Tryck på meny-tangenten och välj 4, Statistics, sedan 1, Stat Calculations, följt av 3, Linear Regression (mx+b).

Se de båda bilderna till höger.

Klicka sedan i den första dialogrutan X List och välj bland de listvariabler som finns definierade. Du ska ha *tid* på x-axeln och flyttar därför markören ned till *tid* och trycker på enter. Se vänster bild nedan.

Med hjälp av tab-tangenten flyttas markören till fältet Y List där du klickar på nytt. Välj *langd* genom att trycka på enter.

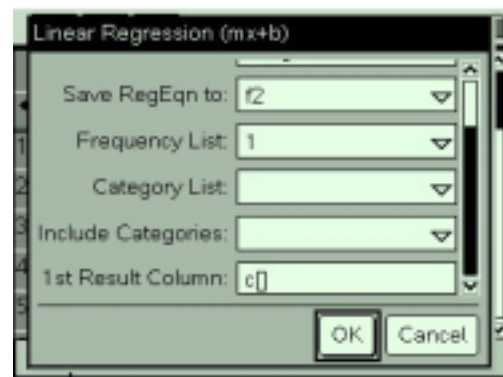
Tryck på nytt på tab-tangenten för att flytta markören till fältet Save Reg Eqn to.



I det avbildade fallet är f2 förvalt beroende på att f2 är den första lediga funktionen i funktionseditorn. Funktionen f1 är redan utnyttjad här.

Flytta vidare bland fälten med tab utan att göra några val förrän du kommer ner till 1st Result Column. Se till att det står c eller senare bokstav. Se bilden nedan där du också ser två hakparenteser efter bokstaven c, dvs c[].

Tryck på tab för att komma till OK och tryck enter.



| | 1.1 | 1.2 | 1.3 | RAD AUTO REAL | | | |
|---|------|-----|----------------|---------------|---|---|---|
| | A | B | C | D | E | F | G |
| | tid | la. | | =LinR | | | |
| 1 | 1.5 | 9.6 | Title.. | Line.. | | | |
| 2 | 5. | 9.4 | Reg.. | m*x.. | | | |
| 3 | 8. | 9.2 | m | -.09.. | | | |
| 4 | 10.5 | 9 | b | 9.95.. | | | |
| 5 | 13 | 8.8 | r ² | .994.. | | | |

D1 ="Linear Regression (mx+b)"

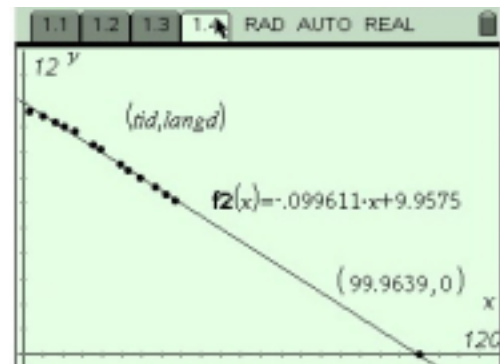
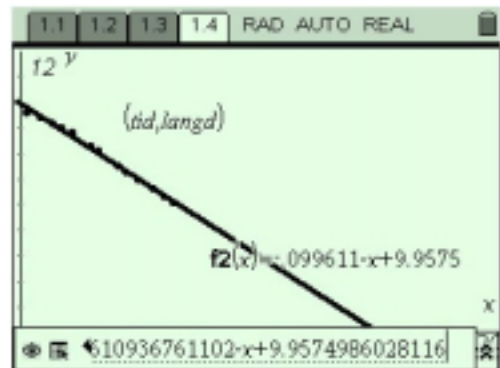
Tryck på ctrl följt av pil-höger-tangenten för att återvända till Graphs & Geometry applikationen.

Tryck på meny-tangenten och välj View och Show Entry Line. Tryck på nytt på meny och välj Graph Type följt av Function.

Klicka i inmatningsraden och använd pil-upp för att visa regressionsekvationen, i detta fall f2(x). Tryck enter för att rita grafen. Dölj på nytt inmatningsraden (Hide Entry Line).

Du kan se att resultatet överensstämmer väl med det du redan funnit med den tidigare valda, mer manuella metoden.

Vilken metod som används är en smakfråga. Den manuella har den stora fördelen att den är mera uppenbar för eleven, men tar lite mer tid. Ofta är denna därför att föredra, åtminstone inledningsvis.



Utvidgning


När är två ljus lika långa?

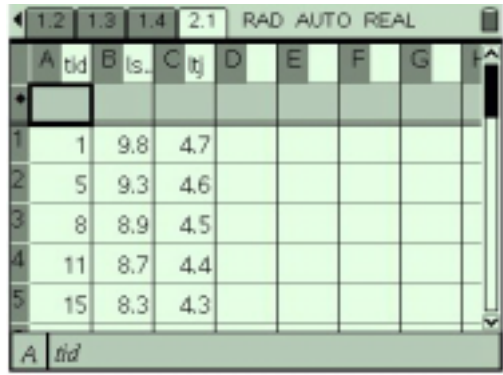
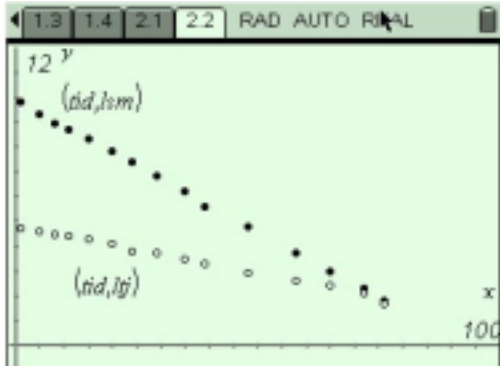
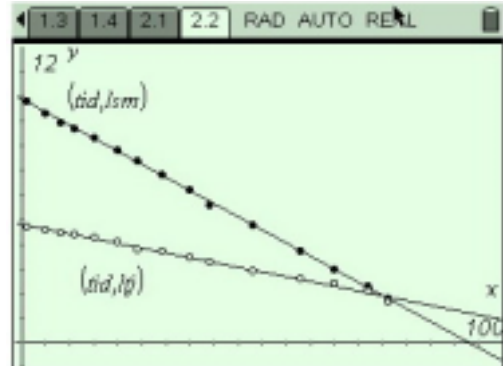
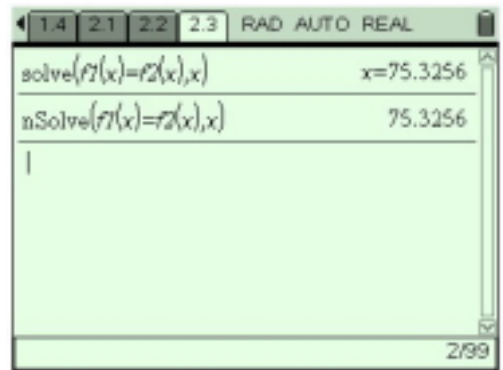
Använd två ljus, ett julgransljus, som det ovan, och ett grövre ljus som redan varit tänd och är kortare. Studera båda ljusens längder då de brinner och använd insamlade data för att förutsäga när de båda ljusen kommer att vara lika långa.

| tid/min | längd tunt /cm | längd tjockt/cm |
|---------|-------------------|--------------------|
| 1 | 9,8 | 4,7 |
| 5 | 9,3 | 4,6 |
| 8 | 8,9 | 4,5 |
| 11 | 8,7 | 4,4 |
| 15 | 8,3 | 4,3 |
| 20 | 7,8 | 4,1 |
| 24 | 7,4 | 3,8 |
| 29 | 6,8 | 3,7 |
| 35 | 6,2 | 3,5 |
| 39 | 5,6 | 3,3 |
| 48 | 4,8 | 2,9 |
| 58 | 3,7 | 2,6 |

Det finns flera mätningar som inte är redovisade i tabellen ovan. I hemlighet kan avslöjas att ljusen var lika långa efter 76 minuter. Men vad ger mätserierna för resultat?

Följande sida visar några bilder som påminner dig om arbetsgången. Alla stegen är behandlade i den föregående texten.



| <p>Värdena är inmatade i en Lists & Spreadsheet-applikation och kolumnerna har döpts till <i>tid</i>, <i>lsm</i> och <i>ltj</i>.</p> <p>En ny sida med Graphs & Geometry infogas och Graph Type väljs till Scatter Plot. Seda aktiveras två stycken plottar, en som <i>s1</i> med <i>tid</i> och <i>lsm</i> och en som <i>s2</i> med <i>tid</i> och <i>ltj</i>.</p> <p>Därefter återvändes till Lists & Spreadsheet-applikationen och två stycken linjära regressioner utförs efter varandra. Se högra bilden nedan.</p> |  <table border="1"> <thead> <tr> <th>tid</th> <th>lsm</th> <th>ltj</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>9.8</td><td>4.7</td></tr> <tr><td>5</td><td>9.3</td><td>4.6</td></tr> <tr><td>8</td><td>8.9</td><td>4.5</td></tr> <tr><td>11</td><td>8.7</td><td>4.4</td></tr> <tr><td>15</td><td>8.3</td><td>4.3</td></tr> </tbody> </table> | tid | lsm | ltj | 1 | 9.8 | 4.7 | 5 | 9.3 | 4.6 | 8 | 8.9 | 4.5 | 11 | 8.7 | 4.4 | 15 | 8.3 | 4.3 |
|--|--|-----|-----|-----|---|-----|-----|---|-----|-----|---|-----|-----|----|-----|-----|----|-----|-----|
| tid | lsm | ltj | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 9.8 | 4.7 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | 9.3 | 4.6 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 8 | 8.9 | 4.5 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11 | 8.7 | 4.4 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 15 | 8.3 | 4.3 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  |  | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>Infoga gärna en Calculator applikation och lös ekvationen $f1(x)=f2(x)$ med avseende på x. Detta kan göras med det algebraiska verktyget Solve eller det numeriska nSolve. Se bilden intill. Att båda ger approximativa värden beror på att de båda funktionerna är definierade med närmevärden.</p> <p>Observera att på $f1$ och $f2$ på nytt är använda eftersom dessa ej redan är definierade. Att så är fallet beror på att ett nytt problem är infogat, nämligen problem 2. Detta framgår av flikarna på skärmbilderna av numreringen 2.1, 2.2 respektive 2.3.</p> |  <pre> solve(f1(x)=f2(x),x) x=75.3256 nSolve(f1(x)=f2(x),x) 75.3256 </pre> | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Avslutande modellering

Ett oanvänt ljus av den tjockare typen är 19,7 cm långt. Hur länge kommer ett sådant ljus troligen att brinna?