

P2 – ADÉQUATION À UNE LOI ÉQUIRÉPARTIE

TI-82 Stats – TI-83 Plus – TI-84 Plus

Mots-clés : adéquation, loi équirépartie, simulation, déciles, vingtiles, histogramme.

1. Objectifs

- Simuler avec la calculatrice un, puis plusieurs, échantillons de lancers d'un dé cubique équilibré.
- Calculer, pour chaque échantillon, la « distance » entre la distribution de fréquences et la loi de probabilité

équirépartie : $d^2 = \sum_{i=1}^6 (f_i - \frac{1}{6})^2$ où f_i est la fréquence obtenue pour la face n° i .

- Relever des valeurs de d^2 en utilisant un programme et calculer le neuvième décile D_9 de la série statistique constituée de ces valeurs.
- Comparer D_9 à la valeur de d^2 observée lors des tirages d'un dé et conclure.

2. Énoncé

Voir fiche élève.

3. Mise en œuvre

a) Relevé d'un seul d^2 en utilisant les listes

Commencer par nettoyer les listes :

2nd [MEM] 4 : EffToutListes ENTER.

Un échantillon de 180 lancers est envoyé dans la liste L1.

La liste L2 est constituée des 6 fréquences obtenues pour chacune des six faces (écran 1).

Remarque : les guillemets permettent d'attacher une formule à une liste. Lorsque L1 varie, L2 est ainsi mise à jour.

```
entAléat(1,6,180
→L1
(2 3 6 6 4 6 6 ...
"suite(somme(L1=
X)/180,X,1,6)"→L
2
```

écran 1

Sur les 180 lancers, la fréquence d'apparition de la face n°1 est 0,161..., celle de la face n° 2 est 0,138... etc. (écran 2).

On calcule d^2 pour cet échantillon (écran 3).

Dans l'écran de calcul, l'utilisation de l'historique 2nd [ENTRY] permet de simuler de nouveaux échantillons de 180 lancers d'un dé équilibré, d'obtenir d'autres valeurs de d^2 et de mettre en évidence les fluctuations des d^2 (écran 4).

L1	1	L3	2
2	.16111	-----	
3	.13889		
6	.18889		
6	.16111		
4	.19444		
6	.15556		
6	-----		

L2 = "suite(somme(

écran 2

```
somme((L2-1/6)^2)
.0022222222
```

écran 3

```
.0022222222
entAléat(1,6,180
→L1
(5 2 1 3 1 2 6 ...
somme((L2-1/6)^2)
.0065432099
```

écran 4

b) Relevé de N valeurs de d^2 en utilisant un programme et calcul du neuvième décile

L'utilisation d'un programme va permettre d'observer un nombre important de d^2 et d'étudier ces fluctuations.

Se placer dans l'éditeur de programme pour nommer un nouveau programme (écran 5).

Appuyer sur ENTER pour débiter l'écriture du programme.

```
PROGRAMME
Nom=ADEQUATI
```

écran 1

Dans ce programme, N est le nombre d'échantillons et T la taille des échantillons (écran 6).
 On a relevé, dans la liste L_3 , N écarts d^2 (un par échantillon). On les ordonne dans l'ordre croissant : $\text{Tricroi}(L_3)$ (en anglais : $\text{SortA}(L_3)$) ; écran 7).
 On calcule le neuvième décile conformément au programme officiel. On demande de l'afficher (écran 8).

```
PROGRAM:ADEQUATI
:EffToutListes
:Prompt N
:Prompt T
:For(I,1,N)
:entAléat(1,6,T)
→L1
:suite(somme(L1
```

écran 6

```
PROGRAM:ADEQUATI
:suite(somme(L1
=X)/T),X,1,6)→L2
:somme((L2-1/6)²
)→L3(I)
:End
:Tricroi(L3)
```

écran 7

```
PROGRAM:ADEQUATI
:If (partEnt(9*N
/10)=9*N/10)
:9*N/10→D
:partEnt(9*N/10)
+1→D
:Disp "NEUVIEME
DECILE",L3(D)
```

écran 8

Avec 100 échantillons de taille 180, le neuvième décile est d'environ 0,0171 (écran 9).

Remarques :

- On peut considérer des échantillons de taille différentes de 180.
- La machine doit effectuer 18 000 tirages « aléatoires » et les calculs afférents.

L'exécution du programme demande donc un certain temps ...

```
PrgrmADEQUATI
N=?100
T=?180
NEUVIEME DECILE
.0097530864
Fait
```

écran 9

c) Encadrement du neuvième décile avec l'histogramme.

Les 100 valeurs de d^2 se trouvent dans la liste L_3 (où elles ont été ordonnées par le programme).
 Configurer le tracé de l'histogramme (écran 10).

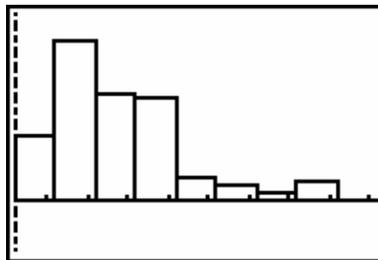
ZoomStat règle automatiquement la fenêtre et affiche l'histogramme (écran 11).

Avec la fonction TRACE, on cumule les effectifs au fur et à mesure, le neuvième décile appartient à la cinquième classe (écran 12).

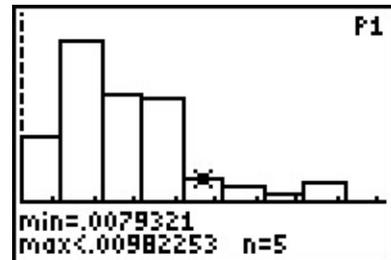
En outre, ce graphique permet de « visualiser » la répartition des d^2 obtenus.

```
Graph1 Graph2 Graph3
ZFF NAff
Type: [ ] [ ] [ ]
[ ] [ ] [ ]
ListeX:L3
Effectifs:1
```

écran 10



écran 11



écran 12

d) Interprétation

- En simulant 100 échantillons de taille 180, le neuvième décile affiché est $D_9 = 0,00975\dots$. 90 % des d^2 d'un dé équilibré sont plus petits que D_9 .
- Au vu de cette observation, on adoptera la règle suivante pour décider si un dé cubique est pipé ou non, à partir d'un échantillon de 100 lancers de ce dé qui fournit un d^2 observé noté d^2_{ob} :
 - si $d^2_{ob} \leq 0,00975\dots$, on déclare le dé équilibré ;
 - si $d^2_{ob} > 0,00975\dots$, on déclare le dé pipé.

On prend alors le risque de se tromper en moyenne 10 fois sur cent. On dit que le risque est de 10 %.

- Dans la fiche élève, on rejette l'hypothèse (dé équilibré) au risque de 10 %, mais on ne la rejette pas au risque de 5 %.

Nom :

Classe :

P2 – ADÉQUATION À UNE LOI ÉQUIRÉPARTIE

On a lancé un dé cubique 180 fois et obtenu les résultats suivants :

Numéro x_i de la face	1	2	3	4	5	6
Effectif n_i	26	22	34	41	35	22

- 1) Quelle est la probabilité p d'obtention de chaque face si on suppose le dé équilibré ?
- 2) a) Calculer pour chaque face la fréquence observée f_i puis saisir ces six fréquences dans la liste L1.
 b) On note $d^2_{ob} = \sum_{i=1}^6 (f_i - p)^2$.

Proposer un calcul de d^2_{ob} qui utilise la fonction somme de la calculatrice ainsi que la liste L1 ; calculer alors d^2_{ob} .

3) Expliquer le programme suivant (écrans 1 à 3) :

```
PROGRAM:ADEQUATI
:EffToutListes
:Prompt N
:Prompt T
:For(I,1,N)
:entAléat(1,6,T)
→L1
:suite(somme(L1
```

écran 1

```
PROGRAM:ADEQUATI
:suite(somme(L1
=X)/T),X,1,6)→L2
:somme((L2-1/6)^2
)→L3(I)
:End
:Tricroi(L3)
```

écran 2

```
PROGRAM:ADEQUATI
:If (partEnt(9*N
/10)=9*N/10)
:9*N/10→D
:partEnt(9*N/10)
+1→D
:Disp "NEUVIEME
DECILE",L3(D)
```

écran 3

- 4) Une simulation de 500 calculs de d^2 pour un dé équilibré, à partir du programme de la question 3, fournit l'écran 4 ci-contre. Au risque de 10 %, peut-on considérer le dé équilibré ?

```
PrgrmADEQUATI
N=?500
T=?180
NEUVIEME DECILE
.0087654321
Fait
```

écran 4

5) L'écran 5 donne quelques valeurs de la liste L3 obtenue lors de l'exécution du programme à la question précédente.

- a) A partir de cet écran, déterminer le dix neuvième vingtile V_{19} des d^2 observées pour un dé équilibré.
- b) Au risque de 5 %, peut-on considérer le dé équilibré ?

L1	L2	L3	3
		.00994	
		.01006	
		.01025	
		.01031	
		.01037	
		.01037	
L3(470) =		.00993827...	

écran 5