

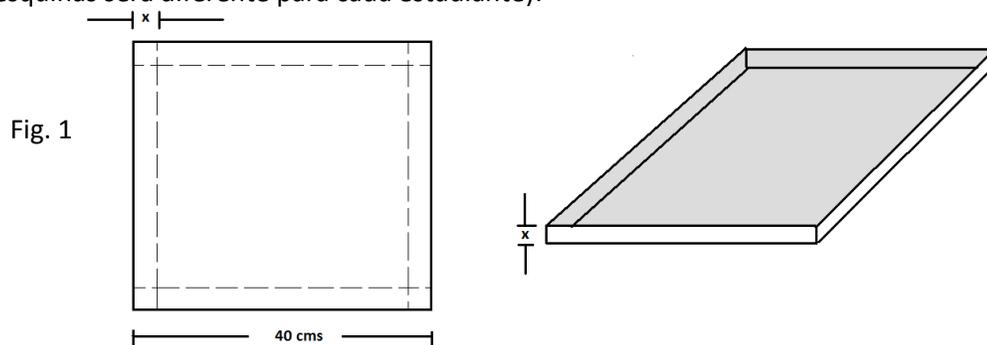
EL PROBLEMA DE LA CAJA¹

Competencias genéricas y matemáticas a desarrollar de acuerdo al Marco Curricular Común (MCC) eje de la Reforma Integral de Educación Media Superior (RIEMS) de la SEP.

- Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas o aleatorios mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales.
- Analizar las relaciones entre dos o más variables
- Interpretar tablas, gráficas, diagramas y textos con símbolos matemáticos
- Comunicar ideas de manera clara, completa y coherente, utilizando la notación y terminología matemática correcta.
- Argumentar la solución obtenida mediante el lenguaje verbal y matemático
- Usar recursos tecnológicos para la solución de un problema algebraico-geométrico-variacional
- Desarrollar la habilidad de trabajar con otros.
- Promover la responsabilidad del propio aprendizaje.
- Promover el respeto y tolerancia hacia las ideas y el trabajo de los compañeros.

I. ETAPA GENERATIVA

1. El profesor les pedirá a los estudiantes que construyan, usando una hoja de cartón cuadrada de 40 cms de lado, una caja de base cuadrada sin tapa, recortando en las esquinas cuadrados, como se muestra en la Figura 1 (la dimensión del corte de las esquinas será diferente para cada estudiante).



¹ Para visualizar correctamente esta actividad es indispensable instalar una fuente de caracteres especiales de la Nspire en su procesador de texto. Baje el archivo correspondiente de la página <http://education.ti.com/educationportal/downloadcenter/SoftwareDetail.do?website=US&apId=6661>

2. El profesor recibirá estos resultados a través del **TI-Navigator** y desplegará en pantalla los resultados de todo el grupo.

II. ETAPA DE CONSTRUCCIÓN CON LA TI-Nspire

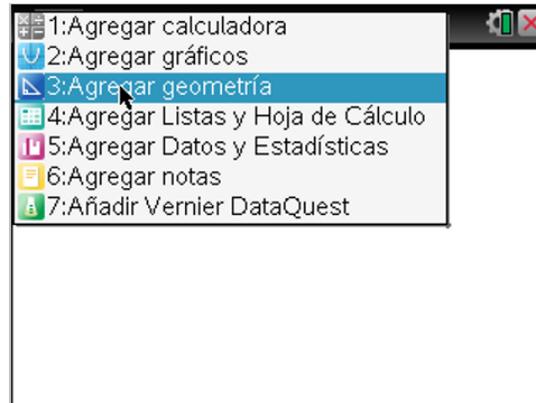
1. Abrir un Nuevo Documento y seleccionar la opción **Gráficos y Geometría**

Fig. 2



2. Nos encontramos interesados en construir la Figura 1 y para ello usaremos la TI-Nspire en la forma que se muestra a continuación.

Fig. 3



3. Ocultamos los ejes coordenados pulsando  y las opciones mostradas.

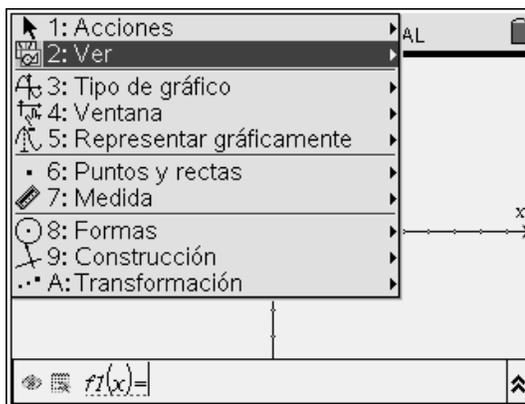


Fig. 4

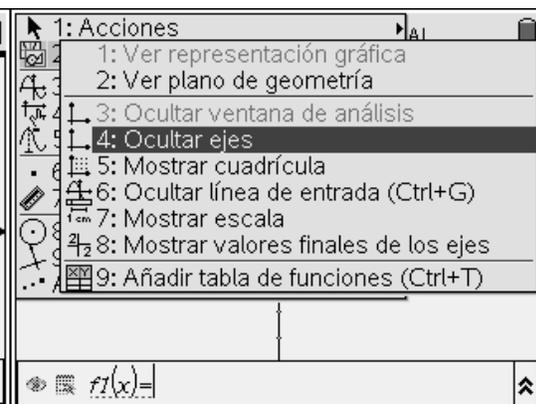


Fig. 5

4. Tracemos con -6-4 una recta horizontal en la parte superior de la pantalla.

Fig. 6

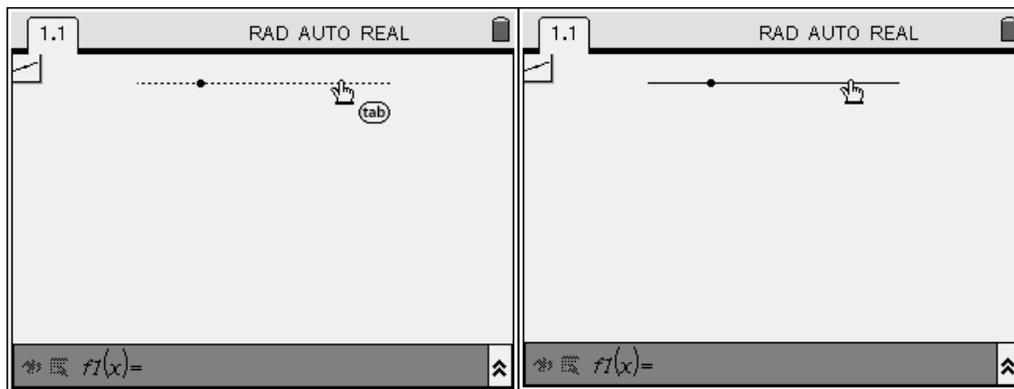
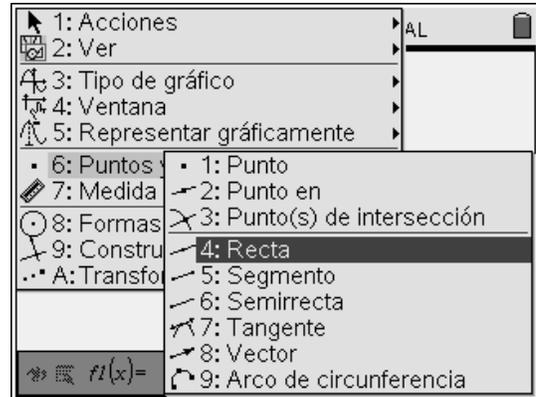
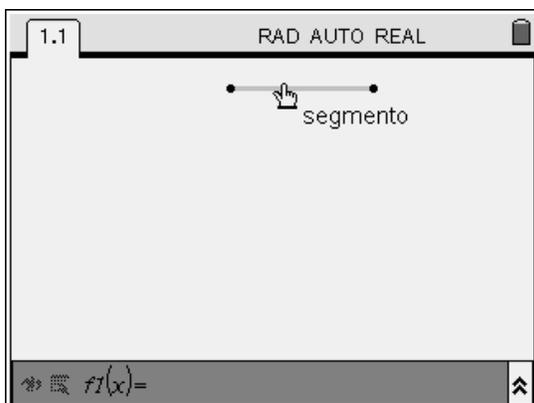
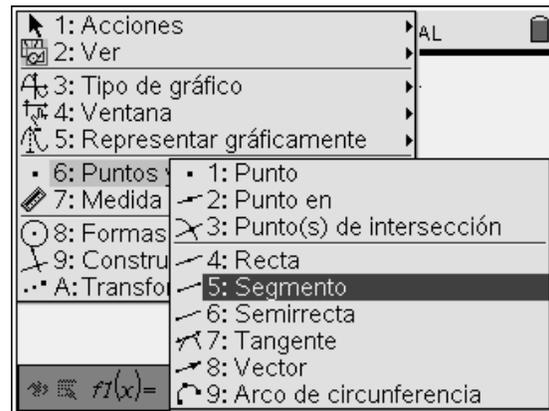


Fig. 7

Fig. 8

5. Sobre esta recta colocaremos un segmento (-6-5) cuya longitud corresponderá a la longitud del lado de la hoja de cartón cuadrado. Después de ello ocultaremos la recta y el punto sobre el cual la recta pasa (-1-3).

Fig. 9



6. A continuación, con -9-5, ubicaremos el punto medio de este segmento.

Fig. 10

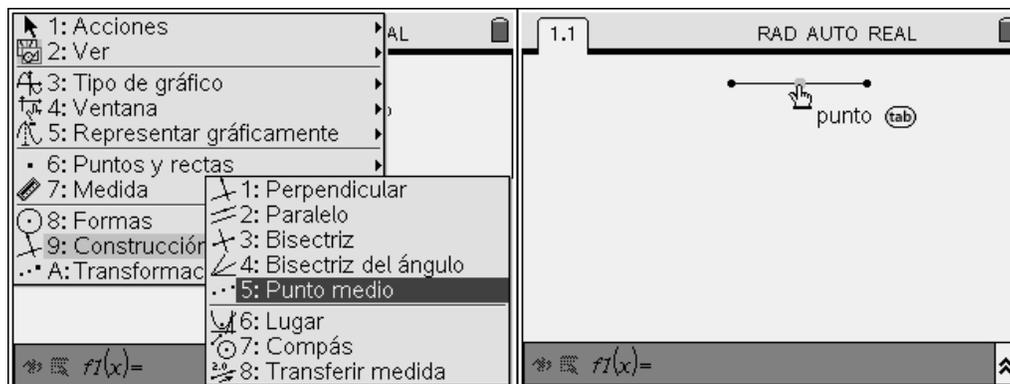


Fig. 11

Fig. 12

5. Tracemos, con (menu)-6-5 , un segundo segmento, encima del anterior, cuyos extremos serán, cualquiera de los extremos del primer segmento, y el punto medio recién colocado. Luego, encima de este segundo segmento, nuevamente con (menu)-6-5 trazaremos un tercer segmento encima del segundo. Sus extremos serán, el extremo que comparten los dos segmentos anteriores y cualquier otro punto del segundo segmento. Oculta el punto medio con (menu)-1-3 . Los dos segmentos que tenemos visibles, representan, respectivamente, la longitud de nuestra hoja de cartón, y la magnitud del corte que se hará en las esquinas de la hoja de cartón.

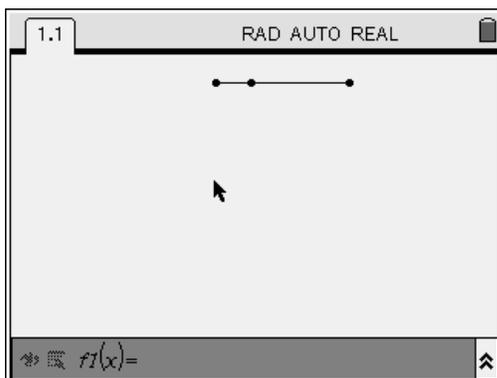


Fig. 13

6. Ahora, trazaremos una recta horizontal en la parte inferior de la pantalla ((menu)-6-4), sobre la cual construiremos la caja. Después de ello usando la herramienta Compás ((menu)-9-7), traslada la longitud a la recta recién trazada. Para ello, debes seleccionar primero el segmento correspondiente a la longitud del lado de la caja (segmento grande que está arriba) y después un punto sobre la recta horizontal.

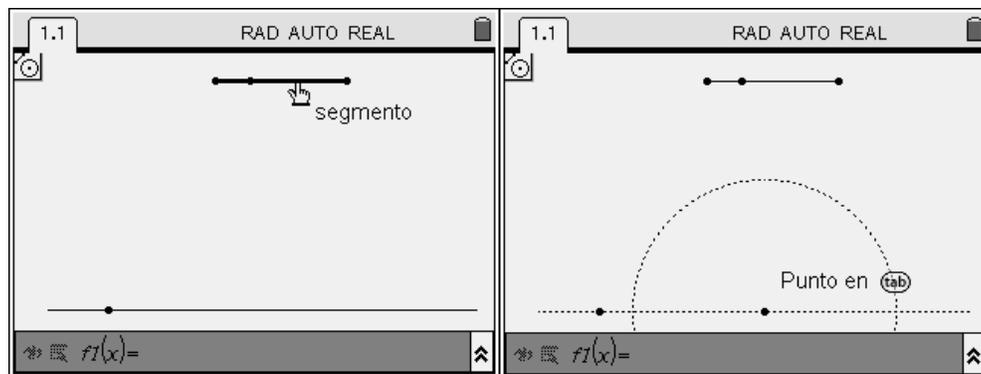


Fig. 14

Fig. 15

7. Traza un par de perpendiculares a la recta (menu-9-1) que pasen, una por el centro de la circunferencia y otra por la intersección derecha de la circunferencia con la horizontal. Agrega una tercera perpendicular para conseguir los cuatro vértices de la caja

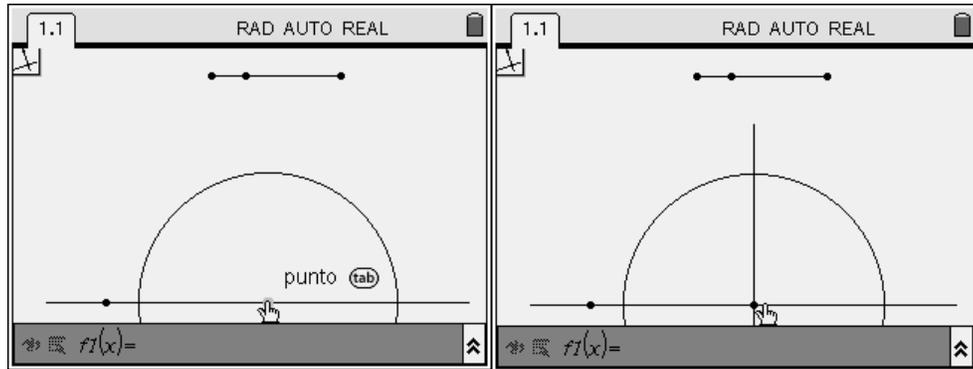


Fig. 16

Fig. 17

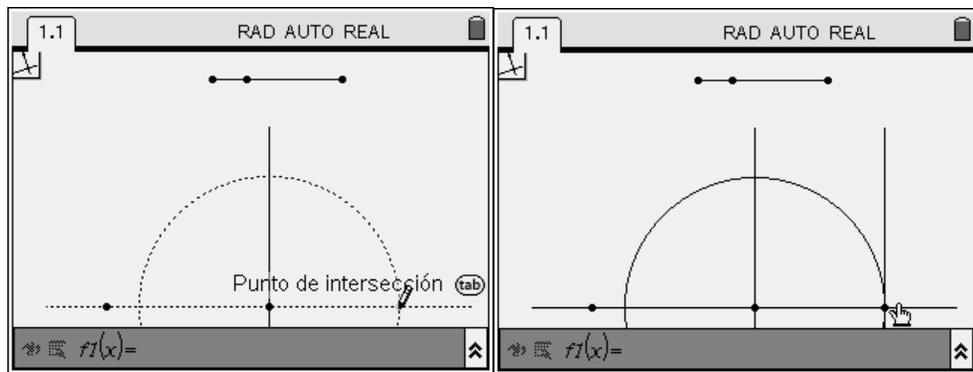


Fig. 18

Fig. 19

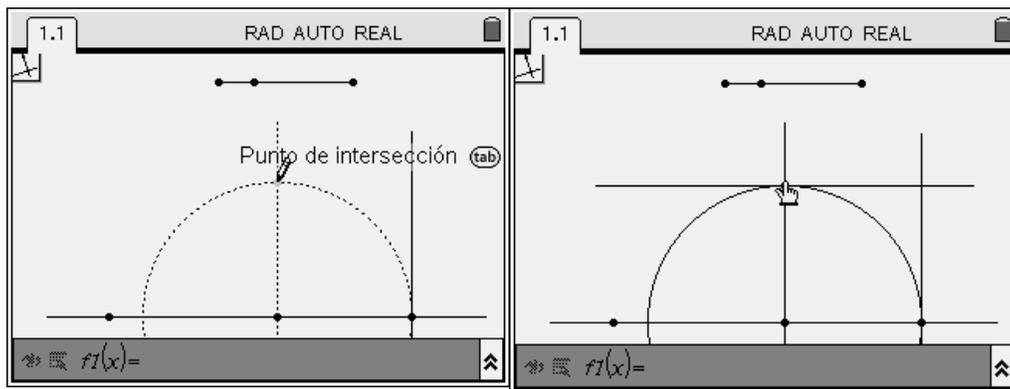


Fig. 20

Fig. 21

8. Coloquemos los vértices superiores del cuadrado pulsando (menu)-6-3 (son puntos de intersección)

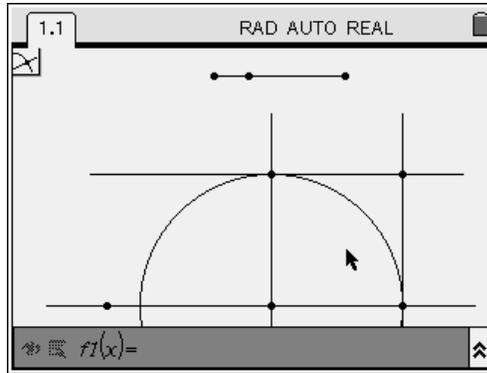


Fig. 22

9. Ocultemos las rectas (menos la horizontal de abajo) y la circunferencia (⌘-1-3) y dejemos visibles sólo los vértices del cuadrado y después, pulsando (⌘-6-5) unámoslos con segmentos.

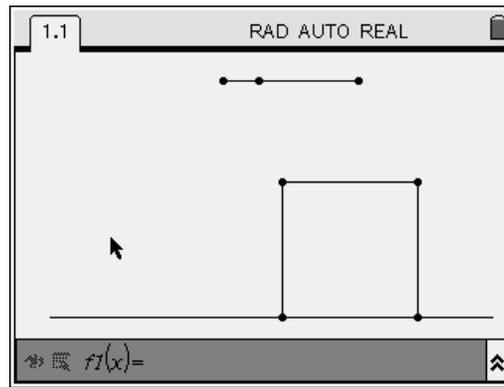


Fig. 23

10. Repitamos los pasos del 6 al 9 pero ahora para trasladar la longitud del segmento pequeño que se encuentra en la parte superior de la pantalla, al cuadrado de abajo.

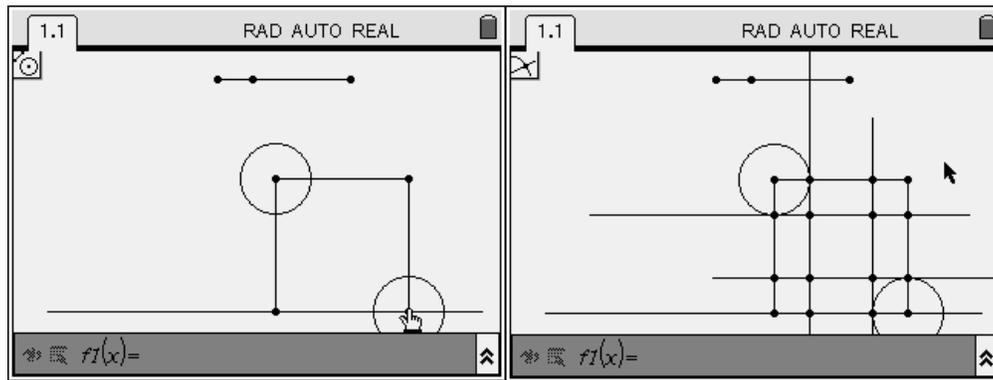


Fig. 24

Fig. 25

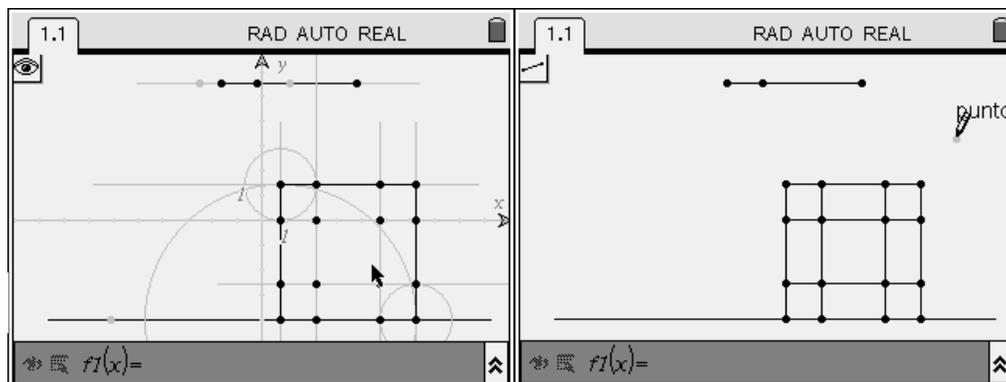


Fig. 26

Fig. 27

11. Lo que acabamos de construir es un cuadrado que representa la hoja de cartón abierta. Ahora, construiremos la caja armada a la izquierda de la pantalla. Por ello, primeramente es necesario colocar un segmento (Ⓜenu)-6-5) que una a los puntos **a** y **b**. Después trasladaremos esta medida con el compás (Ⓜenu)-9-7) al lado izquierdo de la recta horizontal

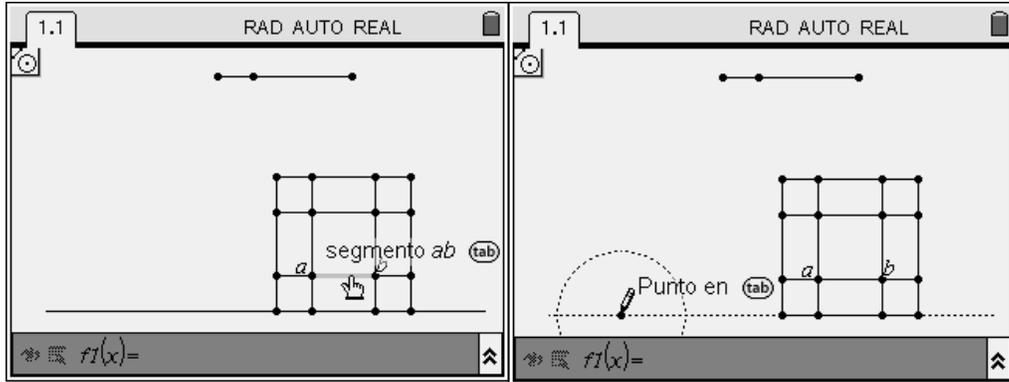


Fig. 28

Fig. 29

12. Sobre los puntos c y d, localizaremos perpendiculares a la horizontal (Ⓜenu)-9-1)

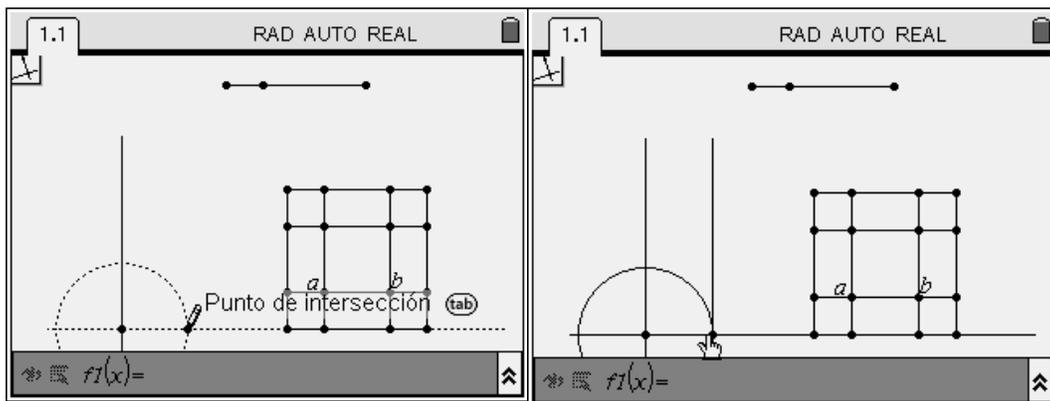


Fig. 30

Fig. 31

13. En este momento, es necesario trasladar la medida de la altura de la caja (Ⓜenu)-9-7) (el segmento pequeño que se encuentra en la parte superior de la pantalla) a cualquiera de las perpendiculares recién trazadas, y colocando una perpendicular que pase por la intersección de la circunferencia del compás con una de las verticales, terminar de construir una de las caras de la caja usando la herramienta Polígono (Ⓜenu)-8-4).

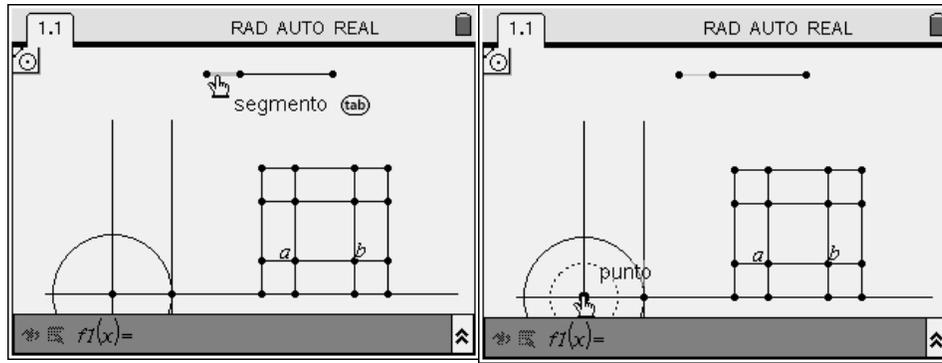


Fig. 32

Fig. 33

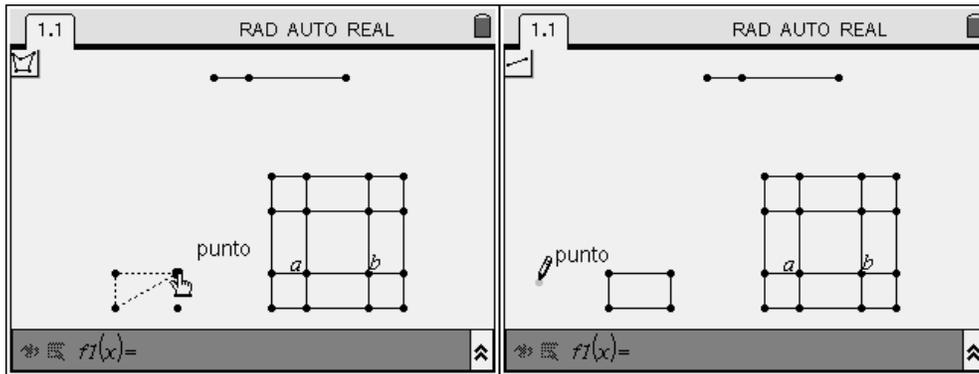


Fig. 34

Fig. 35

14. Tracemos una recta inclinada (Ⓜenu)-6-4) (que pase por uno de los vértices superiores del rectángulo recién trazado y después dos paralelas a ella (Ⓜenu)-9-2) que pasen por los otros dos vértices.

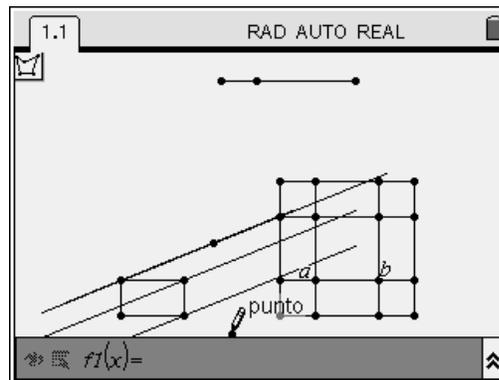


Fig. 36

15. Tomando en cuenta que el ancho de la caja es igual a su profundidad, usemos el compás (Ⓜenu)-9-7) para trasladar esta medida del rectángulo recién construido, a cualquiera de las rectas inclinadas

Fig. 37

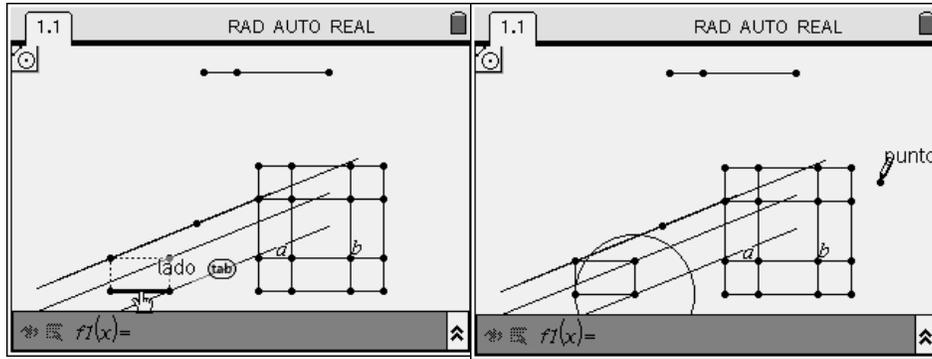


Fig. 38

16. Luego, por la intersección de la circunferencia con la recta inclinada que pasa por la esquina inferior derecha del rectángulo hacemos pasar una paralela (menu-9-2) a una de las caras laterales del rectángulo

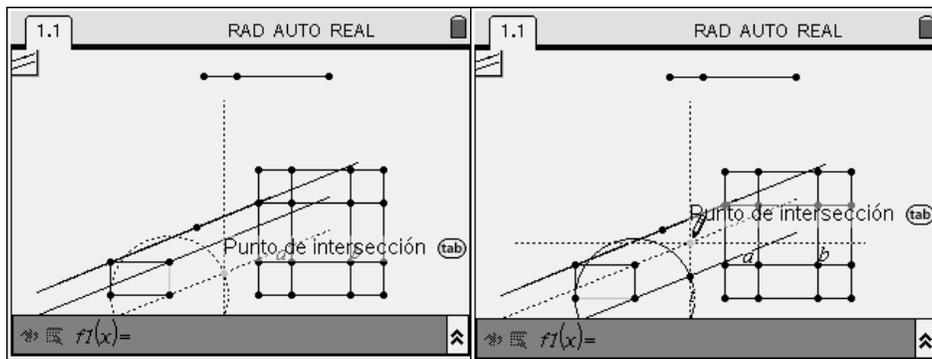


Fig. 39

Fig. 40

17. Ocultemos todas las rectas y tracemos las dos caras faltantes de la caja, con la herramienta Polígono (menu-8-4)

Fig. 41

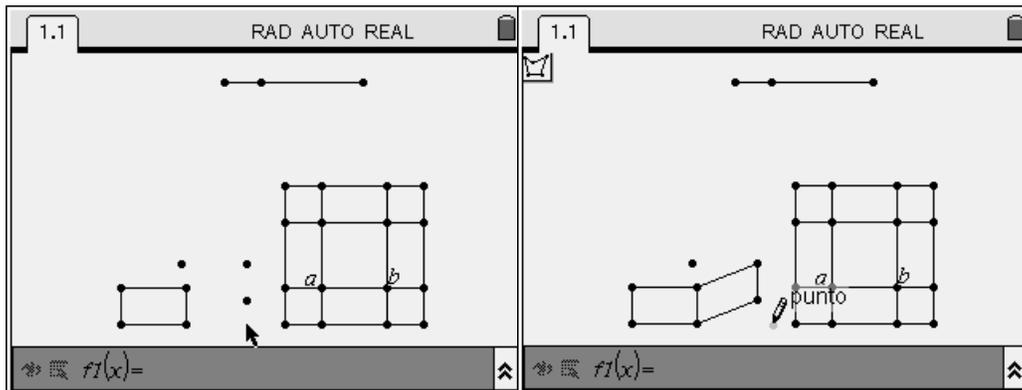


Fig. 42

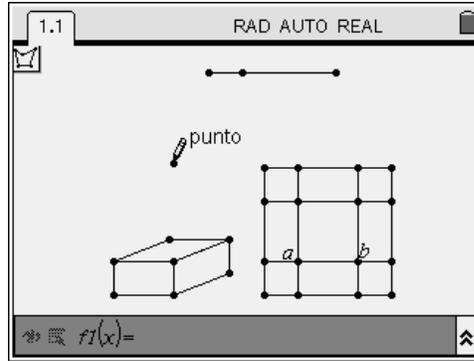


Fig. 43

18. A fin de darle una mejor presentación a nuestra construcción, ocultemos todos los vértices visibles en la figura (menu-1-3) y, con la herramienta Atributos activada (menu-1-4), aproximémonos a las caras laterales de nuestra cajita y colorémoslas de oscuro. Con esta misma herramienta, cambiamos el aspecto de las líneas interiores de la hoja de cartón.

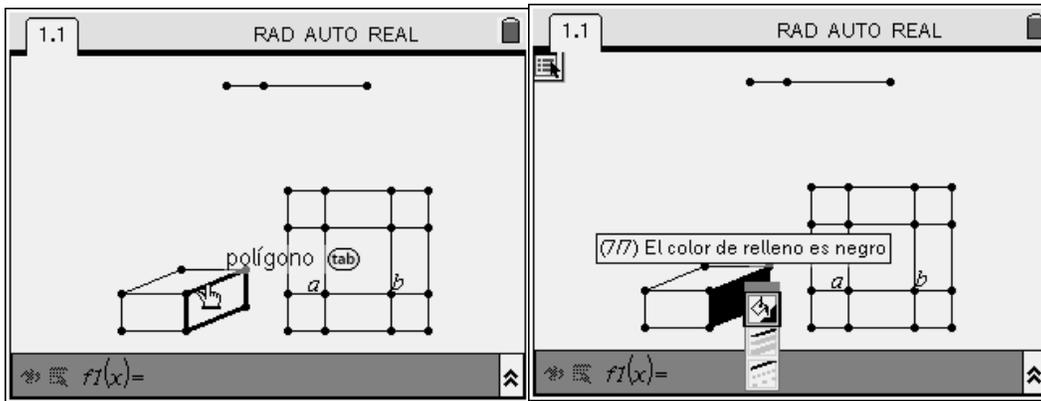


Fig. 44

Fig. 45

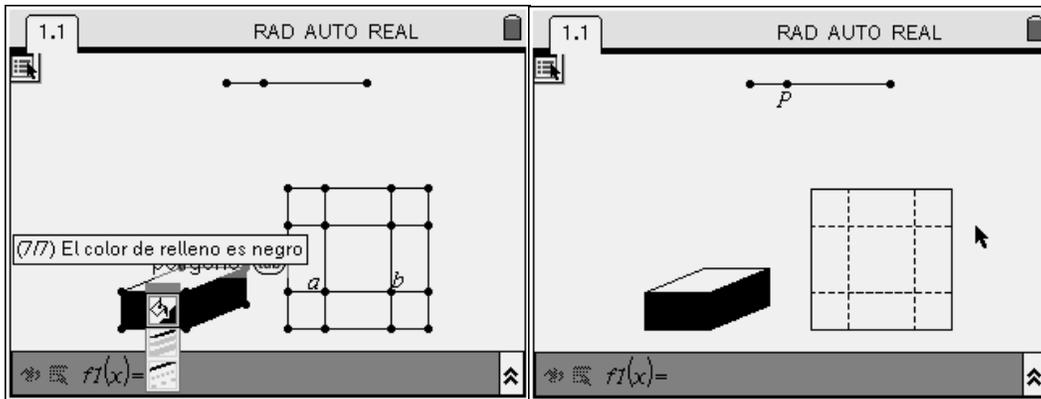


Fig. 46

Fig. 47

19. Ahora, incorporemos un control automático para animar nuestra construcción. Este control lo debemos colocar en el punto P y para ello pulsamos (menu-1-4) y pulsando ENTER sobre este punto observamos lo siguiente:

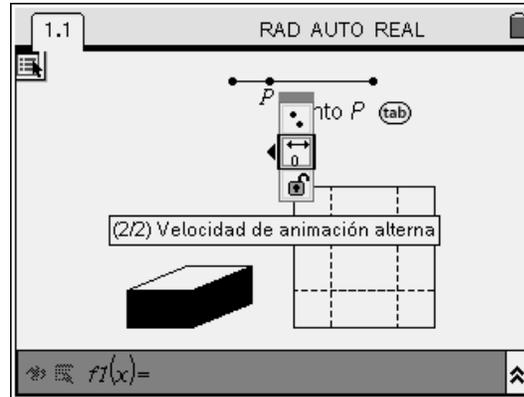


Fig. 48

20. Ubicándonos en la segunda de las opciones de **Atributos**, pulsamos el número 2, para activar el movimiento del punto **P**. Observamos que aparece una consola de control en la pantalla, a través de la cual podemos estar activando y deteniendo el movimiento de toda la construcción.

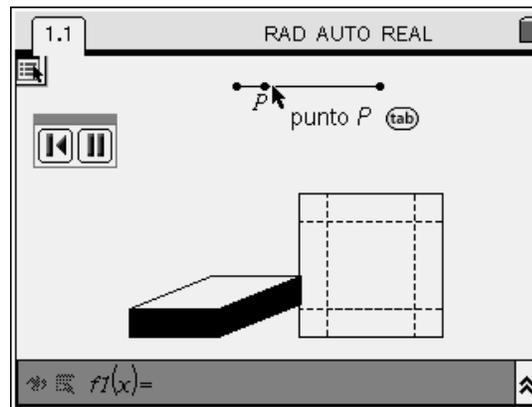


Fig. 49

21. En este momento nuestra construcción ya se encuentra terminada. Solo falta identificar algunos aspectos finos e importantes del problema. Primeramente, las dimensiones de la caja pueden ser diferentes aún cuando su construcción parta de una misma hoja de cartón. Segundo, conviene revisar cuánto vale el volumen de esta caja y si éste cambia o se mantiene constante cuando cambian las dimensiones de la caja. Para ello, será necesario, calcular el volumen de la caja a fin de conocer exactamente su valor. A continuación, pulsemos (menu)-1-6 para escribir una fórmula que nos permita determinar el volumen. Esta fórmula es

$$(\text{lado}-2*x)^2*x \quad \text{¿porqué?}$$

Donde **lado** = longitud del lado del cuadrado de cartón

x = el tamaño del corte de las esquinas de la hoja de cartón

Ubiquémonos con el cursor en la parte que se muestra en la figura, pulsamos **ENTER** y tecleamos la fórmula indicada ((menu)-1-6).

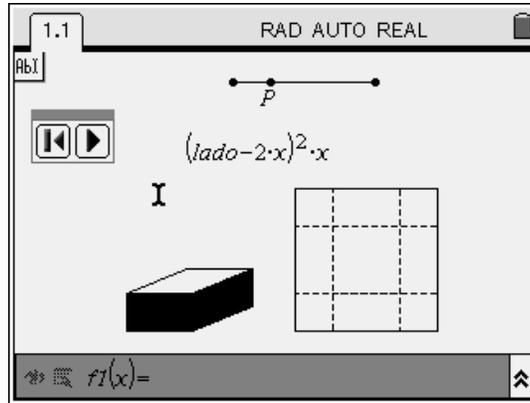


Fig. 50

22. Tomando en cuenta que la variable **lado** es la longitud del segmento grande que se encuentra en la parte superior de la pantalla y que la variable **x** es la longitud del segmento pequeño, entonces, desplegamos en pantalla ambos datos pulsando $\text{menu}-7-1$ para uno y otro segmento.

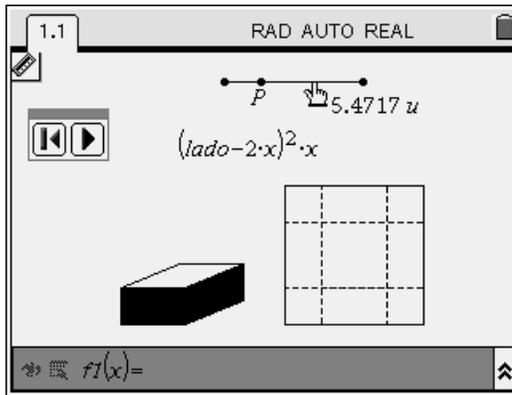


Fig. 51

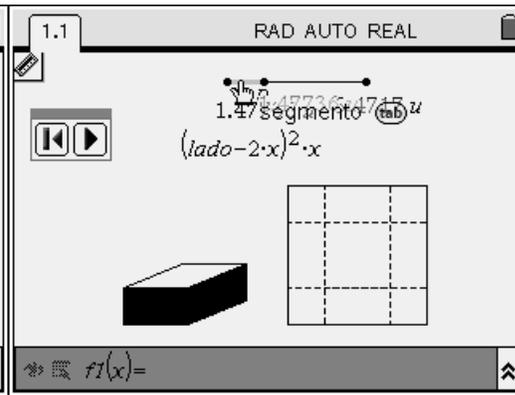


Fig. 52

23. Teniendo ambos resultados listos pulsamos $\text{menu}-1-8$ y enseguida dirigimos el cursor hacia la fórmula. Cuando el cursor la está apuntando, pulsamos **ENTER**. Aparece un mensaje en pantalla pidiendo, primeramente, el valor de la variable **lado**. El usuario entonces debe posicionarse sobre el valor de la longitud del segmento largo. Enseguida aparece el mensaje correspondiente al valor de la variable **x**. El usuario debe desplazar el cursor al lugar donde se encuentra este dato y pulsar **ENTER**. Ahora, es necesario desplazar el cursor al lugar donde se desee colocar el resultado (el valor del volumen) y terminar pulsando **ENTER**.

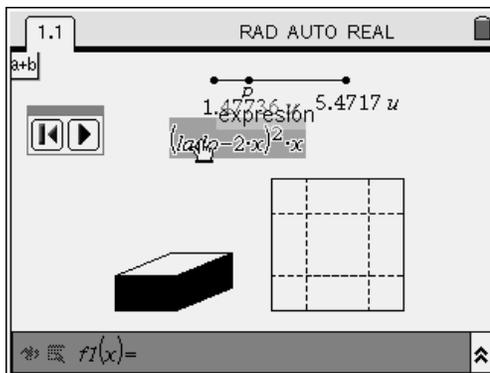


Fig. 53

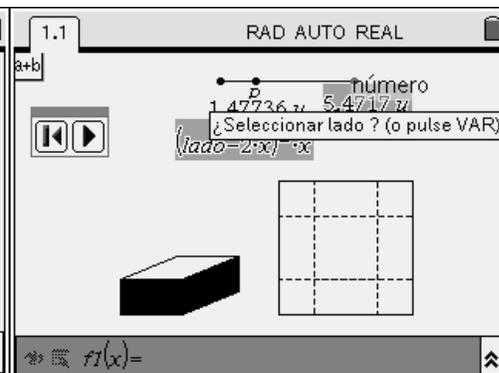


Fig. 54

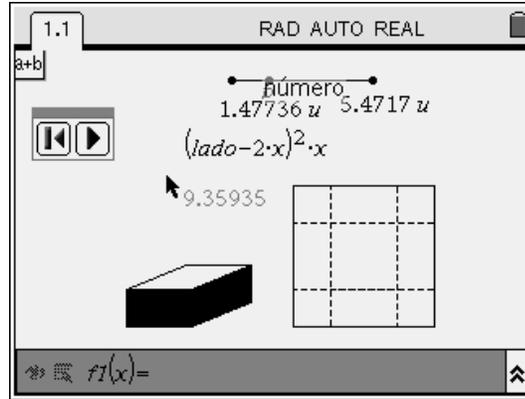


Fig. 55

24. Ahora es posible observar qué sucede con el volumen de la caja sin tapa, cuando cambia la magnitud de la altura de la caja. ¿Habrá alguna forma de observar con más claridad esta relación? La respuesta a esta pregunta es afirmativa. Los pasos siguientes nos indican cómo hacerlo.

25. Primeramente, vamos a crear un par de variables. Movamos nuestro cursor hacia el valor de la longitud del segmento pequeño, ubicado en la parte superior de la pantalla. Pulsamos **ENTER** encima de él y enseguida tecleamos **ctrl** **L** para crear una variable a la que denominaremos **altu**. Repitamos la operación y ubiquemos el cursor ahora en el valor del volumen y, pulsando nuevamente **ctrl** **L** ahora asignamos a esta variable el nombre de **volu**.

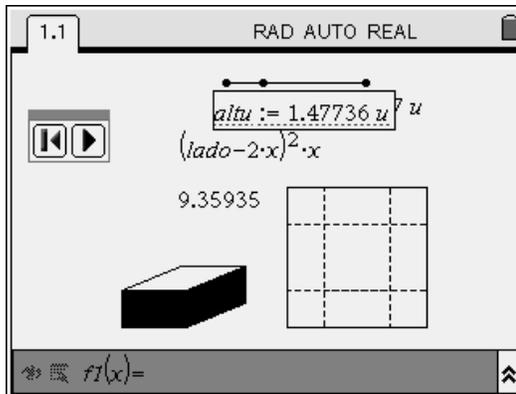


Fig. 56

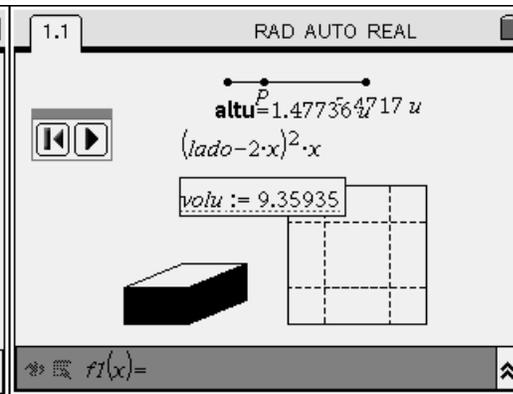


Fig. 57

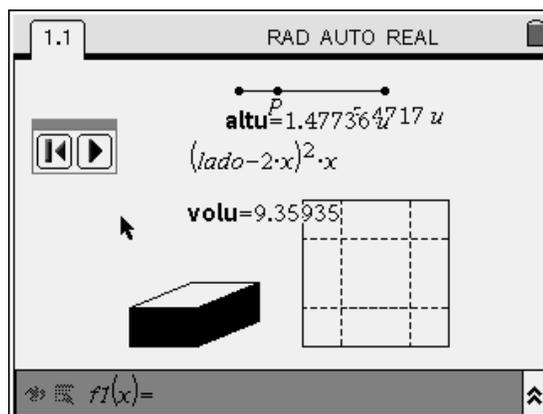


Fig. 58

26. Agregaremos una lista para tabular estas variables pulsando $\text{ctrl} + \text{I}$ y las opciones que a continuación se muestran



Fig. 59

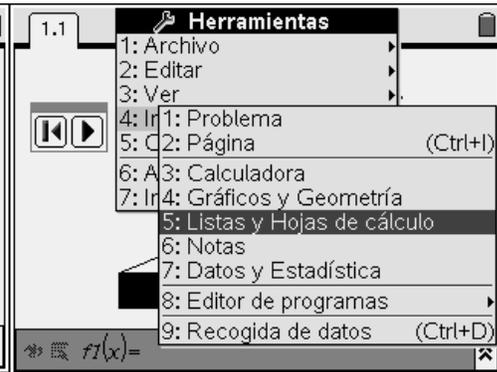


Fig. 60

27. Ubicándonos arriba de las celdas **A1** y **B1** respectivamente, pulsaremos $\text{menu} - 3 - 2 - 1$ y entonces teclearemos el nombre de la primera variable, **altu** y después **ENTER**. Haremos lo propio para la columna B.

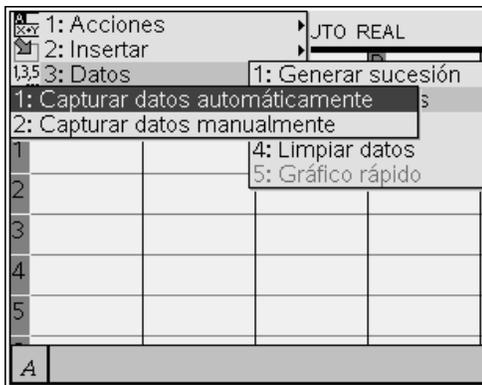


Fig. 61

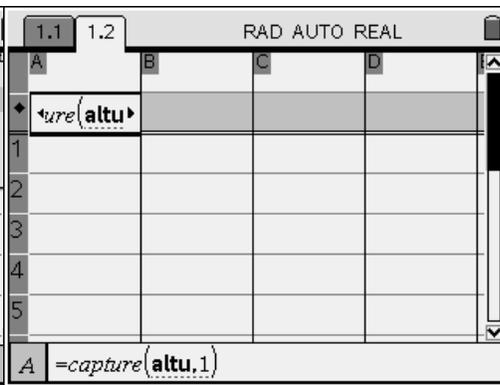


Fig. 62

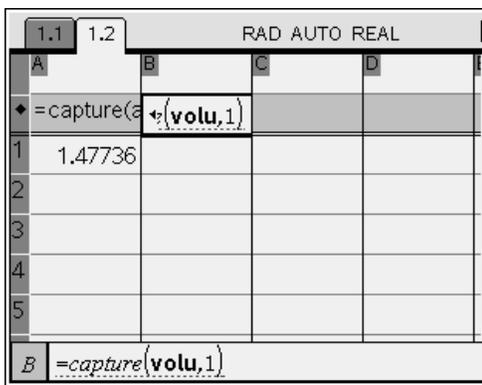


Fig. 63

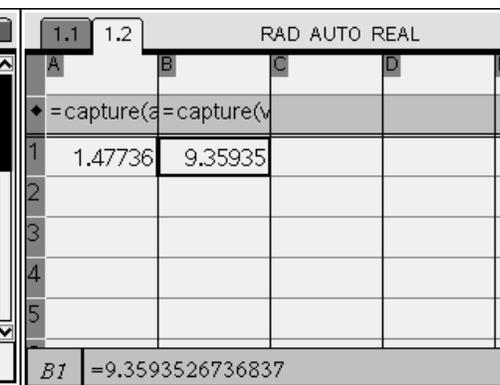


Fig. 64

28. Si regresamos a la página anterior ($\text{Ctrl} \leftarrow$), activamos la animación de nuestra construcción y después regresamos nuevamente a revisar nuestra lista de valores, observaremos que ésta contiene bastante más información que al principio

	A	B	C	D
	=capture(a=capture(v			
1	1.47736	9.35935		
2	1.42264	9.81346		
3	1.36792	10.2387		
4	1.31321	10.6312		
5	1.25849	10.9871		

Formula bar: B1 =9.3593526736837

Fig. 65

29. Coloquemos en las columnas A y B las etiquetas **a** y **v** respectivamente

	A	B	C	D
	a	v		
	=capture(a=capture(v			
1	1.47736	9.35935		
2	1.42264	9.81346		
3	1.36792	10.2387		
4	1.31321	10.6312		
5	1.25849	10.9871		

Formula bar: A a:=capture(altu,1)

Fig. 66

30. Insertemos una tercera página de **Datos y Estadística**, a fin de graficar la información de las listas, pulsando ($\text{Ctrl} \text{ } \text{Alt} \text{ } \text{D}$) y haga las selecciones siguientes:

Herramientas

- 1: Archivo
- 2: Editar
- 3: Ver
- 4: Ir1: Problema
- 5: C2: Página (Ctrl+I)
- 6: A3: Calculadora
- 7: Ir4: Gráficos y Geometría
- 8: 5: Listas y Hojas de cálculo
- 9: 6: Notas
- 10: 7: Datos y Estadística
- 11: 8: Editor de programas
- 12: 9: Recogida de datos (Ctrl+D)

Selection list:

- 1:Añadir Calculadora
- 2:Añadir Gráficos y Geometría
- 3:Añadir Listas y Hojas de cálculo
- 4:Añadir Notas
- 5:Añadir Datos y Estadística

Fig. 67

Fig. 68

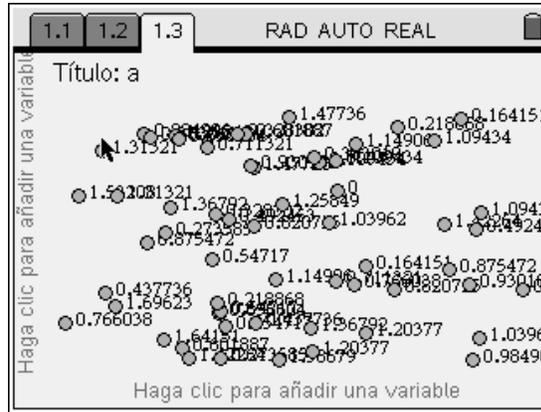


Fig. 69

31. Tenemos una nube de puntos sin lógica alguna. Desplacemos el cursor a la parte media inferior de la pantalla y, cuando se active un pequeño menú, seleccionemos ahí la variable **a**. Enseguida, nos desplazaremos al extremo izquierdo, a mitad de pantalla y seleccionemos la otra variable. ¿Qué sucede?

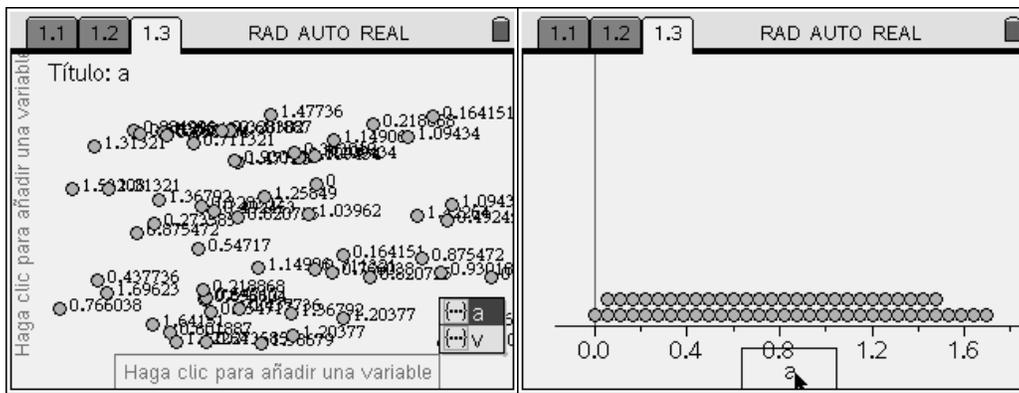


Fig. 70

Fig. 71

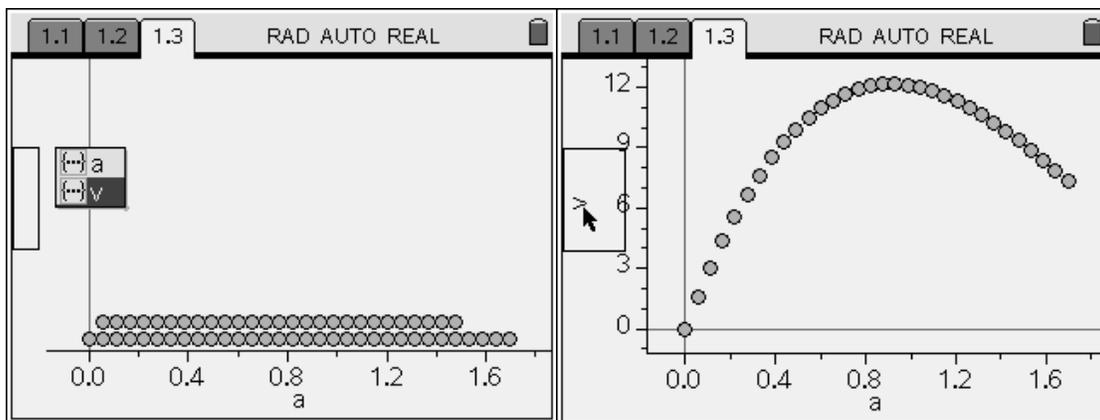


Fig. 72

Fig. 73

32. ¿Qué expresión algebraica corresponde a esta gráfica. Pulsemos -4-6-5 (¿por qué?)

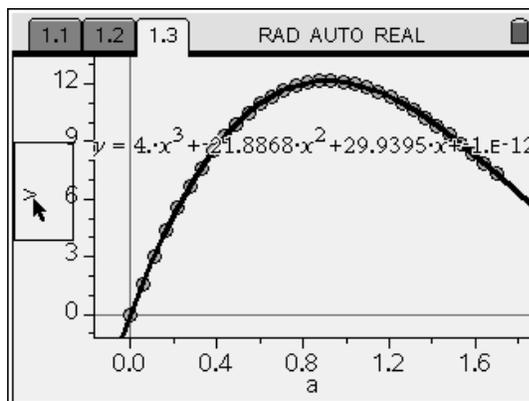


Fig. 74

SUGERENCIA: Después de que termine la construcción descrita anteriormente, en la página de inicio, pruebe a modificar la longitud del lado del cuadrado de cartón.