

Nombre: _____

Fecha: _____

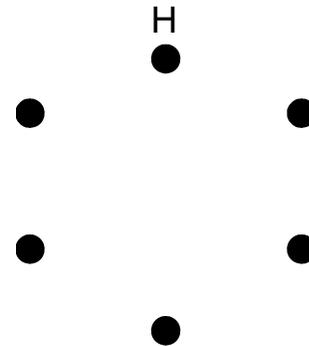
Actividad NUMB3RS: Todos se dan la mano

En "Democracia" Charlie trata de convencer al experto en estadísticas de béisbol Oswald Kitner (quien parece originalmente en el episodio de NUMB3RS "Béisbol") de que se una al programa académico CalSci, dándole a éste el siguiente problema:

Suponga que hay cinco parejas en una fiesta. Las personas se dan la mano, pero nadie se la da a la persona con quien vino. En un momento determinado, un hombre le pregunta a las otras nueve personas cuántos apretones de mano ha dado y recibe nueve respuestas diferentes. ¿Cuántos apretones dio el hombre?

Empieza con un problema más fácil. Supón que hay sólo seis personas en tres parejas.

1. Si nadie se da la mano con su pareja o consigo mismo, ¿cuál es el número máximo de manos que una persona puede apretar?
2. Una persona (el anfitrión) les pregunta a las otras cinco cuántas manos apretaron y recibe cinco respuestas diferentes. Escribe las respuestas que recibe el anfitrión.
3. Usa la lista de la pregunta 2 para nombrar a cada persona. Por ejemplo, llama a la persona que no le dio la mano a nadie P0. De las respuestas a las preguntas 1 y 2, alguien les dio la mano a todos menos a uno. ¿Quién es? ¿Qué tiene que cumplirse para esta persona y para la persona que no le dio la mano a nadie?
4. Saca de la lista a las dos personas identificadas en la pregunta 3. Nota que P1 está todavía en la lista y que no le dio la mano a nadie que esté en la lista (porque P1 le dio la mano a P4). A su vez, otra persona que continúa en la lista les dio la mano a todas las personas que siguen en la lista. ¿Quién es? De la misma forma que en la pregunta 3, ¿qué tiene que cumplirse para estas dos personas?
5. La solución completa al problema más fácil se ve con una gráfica de borde-vértice. El anfitrión será H. Nombra los vértices de P0 a P4, indicando cuántas manos apretó cada persona. Empieza con el vértice que tenga el mayor número y traza una arista (recta) a todas las personas con quienes se dio la mano. Nota que esto da respuesta a la pregunta 3. Encierra en un círculo este vértice y la pareja de esta persona para mostrar que acaban de apretar manos. ¿Qué otro vértice también terminó de apretar manos?
6. Traza la arista de los apretones de mano el número mayor que queda. Nota que esto da la respuesta a la pregunta 4. Con la gráfica, identifica al último par de parejas y determina cuántas manos apretó el anfitrión. ¿Qué manos fueron éstas?
7. Con un razonamiento similar, resuelve el problema que Charlie le planteó a Oswald Kitner.



El objeto de esta actividad es dar a los estudiantes un vistazo breve y sencillo de un tema matemático muy extenso. TI y NCTM lo invitan a usted y a sus estudiantes a aprender más sobre este tema con las extensiones que se ofrecen abajo y con su propia investigación independiente.

Extensiones

Introducción

Muchos estudiantes estarán familiarizados con el problema de conteo llamado "el problema de los apretones de mano", usualmente propuesto como: "Si hay n personas en una habitación y todas se dan la mano, ¿cuántos apretones de manos habrá en total?" Hay diferentes formas de analizar este problema.

Para el maestro

La expresión general para el número de apretones de mano en el problema clásico de apretones de mano es: $\frac{n(n-1)}{2}$. Si hay tiempo y oportunidad, una actividad excelente sería explorar cómo se obtiene este resultado. Una forma de analizar el problema sería suponer que cada persona da la mano a cuantas personas pueda. La persona 1 puede dar $n - 1$ manos; la persona 2 sólo puede dar $n - 2$ (ya le dio la mano a la persona número 1), la persona 3 da $n - 3$, etc. El número total de apretones de mano es $(n - 1) + (n - 2) + \dots + 1 + 0$ (la última persona es 0 porque ya todos le dieron la mano antes). Para los estudiantes familiarizados con series aritméticas, la suma es $\frac{n}{2}(n - 1) = \frac{n(n-1)}{2}$.

Otra forma de resolución es considerar que cada una de las n personas da la mano $n - 1$ veces, para un total de $n(n - 1)$ apretones. Sin embargo, esta expresión cuenta cada apretón dos veces, pues cuando alguien le da la mano a otra persona, la otra persona también se la está dando. Por tanto, la respuesta final es $\frac{n(n-1)}{2}$.

Una tercera forma (más combinatoria) es replantear el problema preguntando cuántos pares de apretones hay en un grupo de n personas. La respuesta es ${}_nC_2$ ó $\frac{n!}{(n-2)!2!} = \frac{n(n-1)}{2}$.

Para el estudiante

Aquí hay unos problemas entretenidos que dan qué pensar, basados en el problema de los apretones de mano:

1. Si todos en tu clase se dan la mano entre sí, ¿cuántos apretones de mano se darán? ¿Cuánto tiempo tomará?
2. Da una respuesta razonable a la pregunta: "¿Cuánto tiempo les tomaría a todos en el mundo estrecharse las manos?" Explica todas las premisas que hagas.
3. ¿De cuántas maneras pueden darse las manos dos personas si cada persona puede usar las dos manos e incluso ambas?
4. Responde la pregunta 3 para seres que tengan 3 manos, 4 manos o h manos.

Hay una excelente aplicación "real" de este problema. Cada día que se reúne la Corte Suprema, por tradición todos los jueces se dan la mano para indicar que tienen un propósito común, aunque difieran en sus opiniones. (El Secretario de Justicia Fuller, que sirvió de 1888 a 1910, comenzó esta tradición). Hay un plan de lección detallado en Illuminations, en: <http://illuminations.nctm.org/LessonDetail.aspx?ID=L630>

Para un applet del problema de los apretones de mano, visita:
<http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=126>