

## 数学目标

- 学生知道两矩阵相乘的必要条件。
- 学生跟随矩阵相乘步骤的例题。
- 学生能抽象和具体地论证 (CCSS 数学操作)

## 词汇

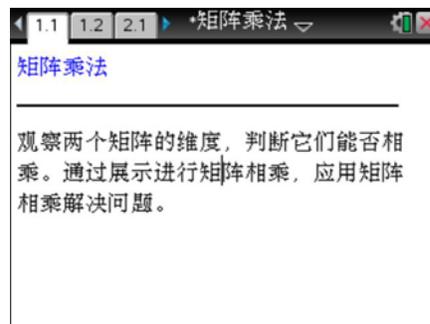
- 矩阵
- 维度

## 关于本课

- 本课探索矩阵相乘
- 因此学生需要：
  - 通过检验矩阵的维度，判断它们是否能相乘。
  - 跟随矩阵相乘的例题观察步骤。
  - 预测乘积矩阵的元素并证实答案。
  - 运用矩阵相乘解决实际问题。

## TI-Nspire™ Navigator™ 课堂无线系统

- 使用**屏幕截图**研究矩阵相乘的例题。
- 使用教师版本电脑软件或**现场演示**检阅学生文件，和全班讨论例题。
- 根据学生的理解程度，使用**快速调查**的问题调整课程进度。



### TI-Nspire™ 技能:

- 下载 TI-Nspire 文件
- 打开文件
- 在页面和平面间切换

### 教师提示:

- 确保您的手持 TI-Nspire 字体大小设置为中等。

### 课程材料:

学生活动

矩阵乘法\_学生版.pdf

矩阵乘法\_学生版.doc

TI-Nspire 文件

矩阵乘法.tns

浏览[www.mathnspired.com](http://www.mathnspired.com) 获

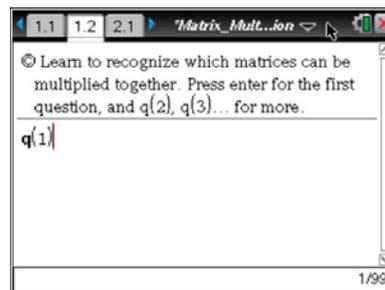
得课程更新和技术视频。

讨论要点和可能的答案:

**TI-Nspire Navigator 课堂无线系统运用: 屏幕截图或 现场演示**  
 参加本课最后 Note 1。

翻到 page 1.2.

11. 按 **enter** 看问题 1. 如图所示两个矩阵, 它们能否相乘? 如果可以, 输入 **q(yes)**; 如果不可以, 输入 **q(no)**。程序会告诉你你的结果是否正确以及为什么。在新例子中输入 **q(2)**, **q(3)** 等等, 重复这个过程, 直到你确定明白矩阵何时能相乘。



**教师提示:** 如果答案读不出, 让同学们点击向上箭头两次, 然后向左一次, 看到完整的解释之后, 箭头向下, 出现完成, 然后继续做其他题目。

- a. 用你自己的话, 写下两个矩阵相乘的必要条件。

**答案:** 如果两个矩阵分别是  $R_1 \times C_1$  矩阵和  $R_2 \times C_2$  矩阵, 那么只有当  $C_1 = R_2$  时, 它们才能相乘。换句话说, 内部维度必须相等。第一个矩阵的列数必须等于第二个矩阵的行数。

**TI-Nspire Navigator 课堂无线系统运用: 快速调查**  
 参加本课最后 Note 2。

- b. 如果矩阵  $[A]$  为  $3 \times 2$  矩阵, 矩阵  $B$  为  $2 \times 4$  矩阵。用矩阵  $[A]$  乘以  $[B]$  可行吗? 请给出理由。

**答案:**  $[A] \times [B]$  可行, 因为  $[A]$  有两列,  $[B]$  有两行。

- c. 用 1b 中的矩阵, 用矩阵  $[B]$  去乘  $[A]$  可行吗? 请给出理由。

**答案:** 不行。因为  $[B]$  有四列, 而  $[A]$  有 3 行。

翻到 page 2.1.

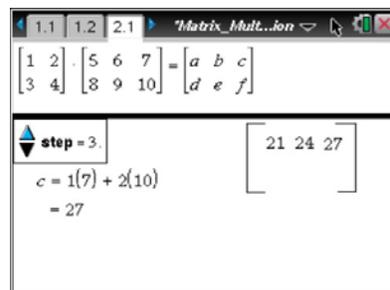
2. 点击步骤条上的箭头▲，填写答案矩阵中前几个值。注意数值是用矩阵哪几个数值相乘得来的。

a. 在进行步骤 3 之前，预测一下值 c. 27 证实你的预测。

**答案:**  $1(7) + 2(10) = 27$ .

b. 在看答案之前预测一下 d, e, f 的值。

**答案:**  $d = 47, e = 54, f = 61$



**TI-Nspire Navigator 课堂无线系统运用: 快速调查**

参加本课最后 Note 3。

c. 如果一个  $2 \times 3$  矩阵是由某矩阵被一个  $3 \times 5$  矩阵相乘所得，那么这个矩阵的维度是？

**答案:** 乘积矩阵是  $2 \times 5$  矩阵。

d. 举例两个维度的矩阵，使相乘的结果得出一个  $3 \times 4$  矩阵。你的答案是唯一可能的解吗？

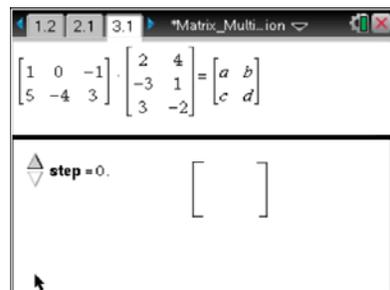
**答案:** 答案是无限多的。重要的条件是矩阵的外部维度是 3 和 4，而内部维度相等。例如，一个  $3 \times 6$  矩阵乘以一个  $6 \times 4$  矩阵，会得到一个  $3 \times 4$  矩阵。

翻到 page 3.1.

3. 点击步骤条上的箭头▲，填写答案矩阵中前几个值。

a. 解释为什么答案矩阵是一个  $2 \times 2$  矩阵。

**答案:** 第一个矩阵的维度是  $2 \times 3$ ，第二个矩阵的维度是  $3 \times 2$ ，它们的外部维度是  $2 \times 2$ 。



b. 求答案矩阵中的  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , 和  $d$ , 在下面写出步骤。

**答案:**

$$\begin{bmatrix} a = 1 \cdot 2 + 0 \cdot (-3) - 1 \cdot 3 & b = 1 \cdot 4 + 0 \cdot 1 - 1 \cdot (-2) \\ c = 5 \cdot 2 - 4 \cdot (-3) + 3 \cdot 3 & d = 5 \cdot 4 - 4 \cdot 1 + 3 \cdot (-2) \end{bmatrix}$$

4. Josh, Jackie, 和 Jamilla 在当地一家快餐店点餐。Josh 点了两个汉堡, 两份炸鸡, 一个巧克力蛋糕。Jackie 点了一个汉堡和两个巧克力蛋糕。Jamilla 点了一个汉堡一份炸鸡。

信息如下表所示:

食物	单价	能量	脂肪
汉堡	\$1	300	12
炸鸡	\$1	380	19
蛋糕	\$2	580	21

a. 建  $3 \times 3$  矩阵来表示每个人的订单。 ( $[A]$ )

**答案:**

$$[A] = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

b. 建  $3 \times 3$  矩阵表示不同食物的价格、能量以及脂肪。 ( $[B]$ )

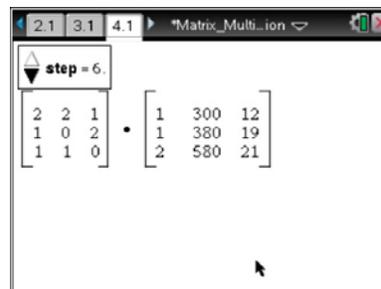
**答案:**

$$[B] = \begin{bmatrix} 1 & 300 & 12 \\ 1 & 380 & 19 \\ 2 & 580 & 21 \end{bmatrix}$$

翻到 page 4.1.

点击步骤滚动条上的箭头 ▲, 检查 4a 和 4b 的答案。

c. 将两个矩阵相乘 ( $[A] \cdot [B]$ )。写下步骤。



**答案:**

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 300 & 12 \\ 1 & 380 & 19 \\ 2 & 580 & 21 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2 & 2 \cdot 300 + 2 \cdot 380 + 1 \cdot 580 & 2 \cdot 12 + 2 \cdot 19 + 1 \cdot 21 \\ 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 2 \cdot 2 & 1 \cdot 300 + 0 \cdot 380 + 2 \cdot 580 & 1 \cdot 12 + 0 \cdot 19 + 2 \cdot 21 \\ 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 2 & 1 \cdot 300 + 1 \cdot 380 + 0 \cdot 580 & 1 \cdot 12 + 1 \cdot 19 + 0 \cdot 21 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 6 & 1940 & 83 \\ 5 & 1460 & 54 \\ & 680 & 31 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

d. 乘积矩阵里第一列中的数字代表了什么？

**答案:** 第一列的数字代表每个人吃饭的价格

Josh: \$6, Jackie: \$5, Jamilla: \$2

e. 谁吸收的能量最小？

**答案:** Jamilla(680)。

f. Josh 饭菜中包含的脂肪占 3 人总摄入脂肪的百分之几？

**答案:** Josh 的饭菜中的脂肪占总数的  $\frac{83}{83 + 54 + 31} = 0.494$  或 49.4%

5. 用你自己的话解释两个矩阵如何相乘。

**答案范例:** 乘积矩阵中的  $x$  行  $y$  列的元素是第一个矩阵的  $x$  行中的每个元素与第二个矩阵的  $y$  列中的每个元素乘积的和。例如，如果  $[A] \cdot [B] = [C]$ ,

$$c_{1,1} = a_{1,1}(b_{1,1}) + a_{1,2}(b_{2,1}) + a_{1,3}(b_{3,1}) + \dots$$

$$c_{1,2} = a_{1,1}(b_{1,2}) + a_{1,2}(b_{2,2}) + a_{1,3}(b_{3,2}) + \dots$$

etc.

$$c_{2,1} = a_{2,1}(b_{1,1}) + a_{2,2}(b_{2,1}) + a_{2,3}(b_{3,1}) + \dots$$

etc.

## 结语

在完成本次讨论时，教师应确保学生明白：

- 两矩阵相乘的必要条件。
- 矩阵相乘的步骤。
- 如何确定乘积矩阵的维度。

## TI-Nspire Navigator 课堂无线系统

### Note 1

整个文件，*屏幕截图或现场演示*: 如果学生不会排序，使用 TI-Nspire Navigator 电脑软件或现场演示，给全班展示如何正确排序。

### Note 2

**问题 1a, 快速调查:** 因为这是矩阵相乘中一个重要的概念，在正式做乘法之前你可以做一个快速调查。你可以问像 1b 和 1c 一样的问题。你可以选用下面的例题：

1. 矩阵  $[A]$  是一个  $5 \times 3$  矩阵，矩阵  $[B]$  是一个  $5 \times 5$  矩阵。 $[A] \cdot [B]$  可以吗？  
**(No)**
2.  $[B] \cdot [A]$  可以吗？**(Yes)**
3.  $[B] \cdot [B]$  可以吗？**(Yes)**

如果学生回答这些问题有困难，让他们回到 page1.2 做更多的练习。

### Note 3:

**问题 2, 快速调查:** 你可以做一个快速调查来确保学生理解矩阵相乘的概念。你可以问像 2c 和 2d. 一样的问题。你可以选用下面的例题：

1. 矩阵  $[A]$  是一个  $5 \times 3$  矩阵, 矩阵  $[B]$  是一个  $3 \times 8$  矩阵.  $[A] \cdot [B]$  的乘积矩阵的维度是什么？
  - a.  $3 \times 3$
  - b.  $5 \times 8$
  - c.  $8 \times 5$
  - d. not possible
2. 矩阵  $[A]$  是一个  $m \times n$  矩阵, 矩阵  $[B]$  是一个  $p \times m$  矩阵.  $[B] \cdot [A]$  的乘积矩阵的维度是什么？
  - a.  $n \times p$
  - b.  $m \times m$
  - c.  $p \times n$
  - d. not possible