Nombre: ______________________________ Fecha: ________________

Actividad *NUMB3RS*: Magnetismo

Hay un momento en “Provenance” en que Larry y Amita observan mientras Charlie sostiene una pila y un tornillo adherido al terminal positivo (+) por un imán diminuto. Al tocar el terminal negativo (–) con un alambre de cobre, el tornillo gira. Muchas personas, al igual que Larry y Amita, se han sentido fascinadas por las propiedades de los imanes. En esta actividad tendrás la oportunidad de explorar las relaciones entre la fuerza de un imán y la distancia entre el imán y el lugar donde se midió esa fuerza.

Esta actividad se basa en un laboratorio en el cual se emplean una calculadora graficadora TI-83 Plus/TI-84 Plus y un sensor de campo magnético. El laboratorio requiere de equipos especializados que no se encuentran en la mayoría de las escuelas secundarias. Por tanto, en vez de hacer el trabajo de laboratorio, tu profesor te guiará en una breve explicación del mismo. Hay datos de muestra (Tabla 1) para el análisis. Estos datos fueron reunidos por Kenneth Appel y Clarence Bakken, autores de Physics with Calculators (Vernier).

Quizá no estés familiarizado con las unidades (mT) empleadas para el campo magnético: mT significa militesla. En sentido informal, el tesla se usa para medir la “potencia” de un imán dividido por su área. Esta unidad se adoptó en 1960 y lleva el nombre del famoso inventor e ingeniero eléctrico Nikola Tesla. Hay una definición más técnica en el sitio Web **http://www.answers.com/topic/tesla-unit**.

1. En la calculadora, introduce los datos de distancia en la lista L_1 y los datos de fuerza del campo magnético en la lista L_2, o simplemente baja los archivos de listas L1.8xl y L2.8xl de **education.ti.com** (busca “7495”). (Nota que en la presentación de la tabla, la calculadora solamente muestra los primeros dígitos de cada valor). Haz una gráfica de la fuerza del campo magnético (L_2) versus la distancia (L_1). ¿Qué tipos de funciones podrían usarse para representar estos datos? ¿Cuán bien se ajusta un modelo lineal a los datos?

Tabla 1

x distancia (m) L_1	*y* campo magnético (mT) L_2
0.02	3.165
0.0225	2.222880658
0.025	1.62048
0.0275	1.217490609
0.03	0.9377777778
0.0325	0.7375876195
0.035	0.5905539359
0.0375	0.4801422222
0.04	0.395625
0.0425	0.3298351313

Ron Lancaster, Universidad de Toronto, Toronto, ON

2. Se podrían usar muchos tipos de funciones para representar los datos de la Tabla 1. Todo lo que sabemos en realidad es que la función disminuye al aumentar *x*. Algunas funciones posibles son $y=\frac{A}{x}$, $y=\frac{A}{x^2}$, $y=\frac{A}{x^3}$ y así sucesivamente, o incluso funciones exponenciales como $y = A(10^{-x})$. Si estos datos fuesen lineales, sabríamos inmediatamente que se trataba de una función lineal. Por la lectura del laboratorio aprendiste que la fuerza del campo magnético *y* varía inversamente con respecto al cubo de la distancia *x*. Es decir, $y=\frac{A}{x^3}$ para algún valor de *A*. Como $y=A\left(\frac{1}{x^3}\right)$, podemos “enderezar” estos datos introduciendo primero el siguiente comando en la calculadora:

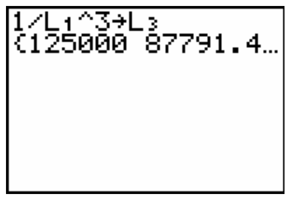

Figura 1

a. Ahora haz la gráfica de L_2 (valores de *y*) versus L_3 (valores de *x*). ¿Por qué la gráfica es lineal?
b. Haz que una línea de forma $y = kx$ se ajuste a estos datos. ¿Cómo hallaste tu valor de *k*?
c. ¿Qué relación hay entre tu valor de *k* y el valor de *A* en el modelo de “cubo inverso” $y=\frac{A}{x^3}$?

3. Borra las listas de datos en la calculadora. Luego, introduce los datos para *x* y *y* (Tabla 2) en las listas L_1 y L_2 en la calculadora.

a. Experimenta con números enteros de diferentes valores *p* en la transformación $L_1^p \rightarrow L_3$ de modo que se produzca una gráfica lineal para la relación entre los datos transformados en L_3 (valores de *x*) y los datos en L_2 (valores de *y*).
b. Halla la ecuación de esta línea y describe cómo usarla para hallar una ecuación que se ajuste a los datos en L_1 y L_2.

Tabla 2

x L_1	*y* L_2
0.24	0.03
0.37	0.19
0.51	0.68
0.58	1.13
0.76	3.34
0.92	7.16

Ron Lancaster, Universidad de Toronto, Toronto, ON

El objeto de esta actividad es dar a los estudiantes un vistazo breve y sencillo de un tema matemático muy extenso. TI y NCTM lo invitan a usted y a sus estudiantes a aprender más sobre este tema con las extensiones que se ofrecen abajo y con su propia investigación independiente.

Extensiones

Para el estudiante

1. Usa las listas L_1 y L_2 de la pregunta 1 de la página del estudiante. Borra las entradas en L_3. Luego, introduce las expresiones que ves en la Figura 2.

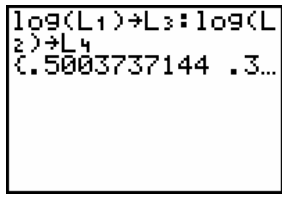

Figura 2

a. Haz una gráfica de L_4 (valores de *y*) versus L_3 (valores de *x*). ¿Reconoces de inmediato qué tipo de función podría usarse para representar estos datos? ¿Te sorprenden los resultados?

b. Si supieras la ecuación específica que representa la gráfica en la parte (a), describe cómo la usarías para hallar una ecuación que representa los datos originales en L_1 y L_2.

c. Las transformaciones de los datos en L_1 y L_2, ¿por qué llevaron a una situación donde la gráfica de L_4 versus L_3 era una recta? ¿Qué tipo de relación tiene que existir entre los datos en L_2 y L_1 para que la relación entre los datos de L_4 y L_3 sea lineal?

2. La fórmula de los mínimos cuadrados para *k* en el modelo proporcional $y = kx$ es $k = \dfrac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2}$.

a. Supongamos, para simplificar, que hay tres puntos de datos: (x_1, y_1), (x_2, y_2) y (x_3, y_3). Pretendemos hallar *k,* así que la suma de los errores cuadrados se minimiza, es decir, el valor de *k* para el cual $SSE(k) = (y_1 - kx_1)^2 + (y_2 - kx_2)^2 + (y_3 - kx_3)^2$ sea el menor.
Ahora $SSE(k) = (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)k^2 - 2(x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3)k + (y_1^2 + y_2^2 + y_3^2)$, que es una función cuadrática de *k*. ¿Por qué es $k = \dfrac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2}$?

b. Aplicando esta fórmula, calcula el valor de *A* en la pregunta 2 y el valor del parámetro en la pregunta 3.

Ron Lancaster, Universidad de Toronto, Toronto, ON