EP 006 - 2008 : Tangentes à deux courbes

Auteurs du corrigé : France et Michel Villiaumey **TI-Nspire™ CAS**

***Avertissement** : ce document a été réalisé avec la version 1.4 ; il est disponible dans sa version la plus récente sur notre site http://education.ti.com/france, menu Ressources pédagogiques.*

Fichier associé : EP006_2008_Tangentes_CAS.tns

1. Le sujet

Sujet 006 de l'épreuve pratique 2008 – Tangentes à deux courbes.

Enoncé

Soit $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ les courbes représentatives d'équations respectives $y = e^x$ et $y = e^{-x}$ dans un repère $(O; \vec{u}; \vec{v})$ orthonormal du plan.

Soit a un nombre réel quelconque. On désigne respectivement par M et N les points de $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ d'abscisse a et par (T_1) et (T_2) les tangentes à $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ en M et N.

Les droites (T_1) et (T_2) coupent respectivement l'axe des abscisses en P et Q.

1. Avec un logiciel de géométrie dynamique (ou une calculatrice graphique) construire les courbes $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ et les droites (T_1) et (T_2) . Que peut-on remarquer pour les droites (T_1) et (T_2) ?

2. À l'aide du logiciel émettre une conjecture à propos de la longueur du segment $[PQ]$.

3. Démontrer la conjecture émise à la question **2**.

Production demandée

- Exposé oral de la méthode de construction de la figure adaptée à la situation ;
- Exposé oral des conjectures ;
- Exposé de la méthode choisie pour démontrer la dernière conjecture.

Compétences évaluées

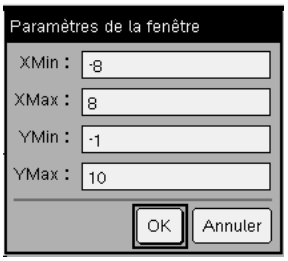
- **Compétences TICE**
  - Représenter graphiquement des courbes et leurs tangentes en un point donné ;
  - Émettre et tester des conjectures.
- **Compétences mathématiques**
  - Équation de la tangente en un point d'une courbe ;
  - Techniques de géométrie analytique.

2. Corrigé

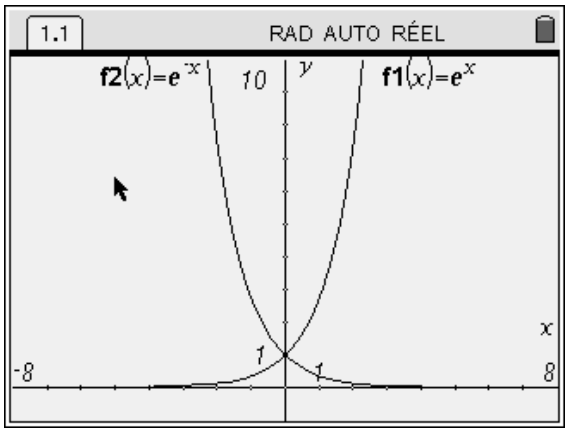
1) Ouvrir une page **Graphiques et Géométrie**

Réglage de la fenêtre :

Menu 4 : **Fenêtre** – 1 **Réglage de la fenêtre**



Dans la ligne de saisie, écrire en f1(x) = $\mathbf{e}^{x}$ et en f2(x) = $\mathbf{e}^{-x}$.
Cacher la ligne de saisie en tapant **ctrl G** et déplacer éventuellement les étiquettes pour plus de lisibilité.



Prendre un point sur l'axe des abscisses : **menu**

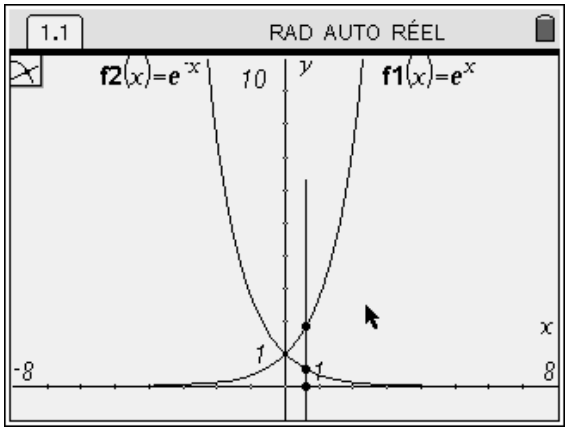
6 : Points et droites. 2 : Point sur.

Tracer la droite perpendiculaire à l'axe des abscisses passant par le point choisi : **menu**

9 : Constructions. 1 : Perpendiculaire.

Déterminer les points d'intersection de cette perpendiculaire avec les deux courbes précédentes : **menu**

6 : Points et droites. 3 : Point(s) d'intersection



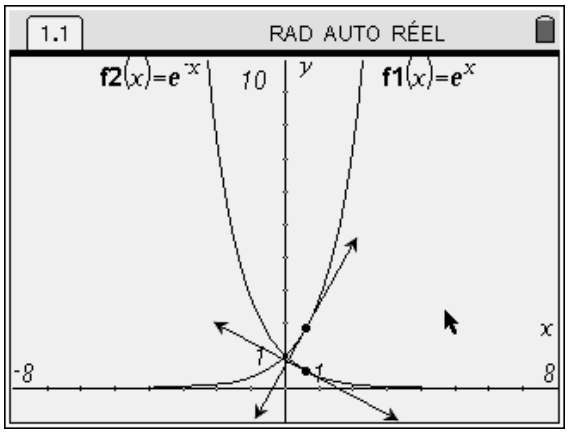
Cacher la perpendiculaire et le point initialement choisi : s'approcher de la droite, **ctrl menu**

3 : Afficher/Cacher.
Procéder de même pour le point.

Tracer les tangentes aux deux courbes aux points donnés : **menu**

6 : Points et droites. 7 : Tangente

Les deux tangentes semblent perpendiculaires.



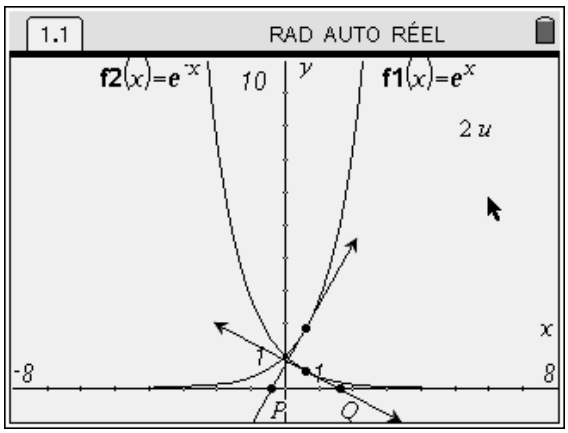
Déterminer les points d'intersection des deux tangentes avec l'axe des abscisses : **menu**

6 : Points et droites. 3 : Point(s) d'intersection

Montrer successivement la tangente, l'axe des abscisses, nommer le point à la volée.

Mesurer le segment [PQ] : **menu**

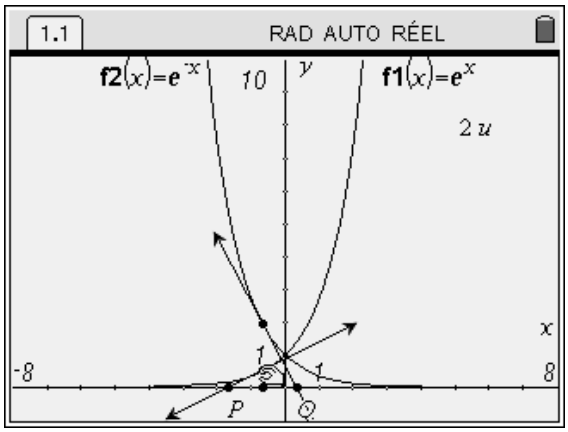
7 : Mesures. 1 : Longueur.
Montrer successivement les points P et Q



2) Faire réapparaître le point initial : **menu**

1 : Actions. 2 : Afficher/Cacher

afin de le déplacer et constater que les deux tangentes semblent rester perpendiculaires et que la distance PQ reste constante et égale à **2u**.

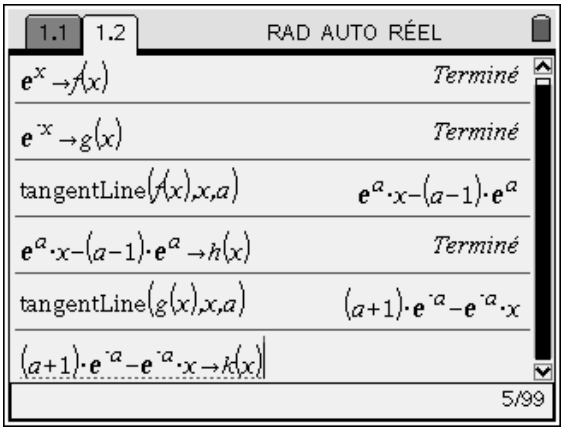


3) Utilisation du calcul formel.

Ouvrir une nouvelle page : **ctrl I** et choisir

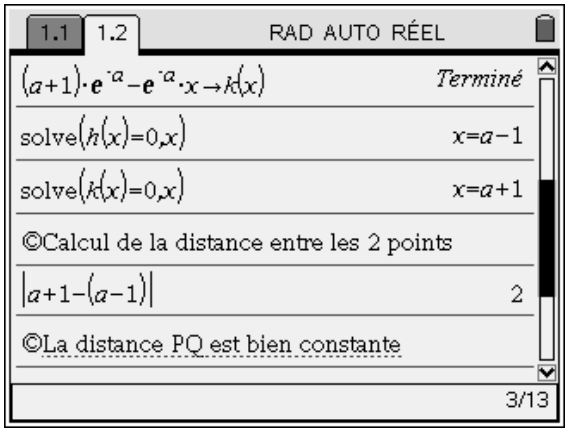
1 : Ajouter Calculs

Etablir l'écran ci-contre.
Taper **Menu**
4 : Analyse
8 : Tangente
La syntaxe de l'instruction « tangentLine » est dans l'ordre : la fonction, la variable et l'abscisse du point en lequel on désire la tangente.



Recherche des abscisses des points *P* et *Q* :

Calcul de la distance PQ :



Calcul du produit des coefficients directeurs des deux tangentes :