

Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

## Actividad NUMB3RS: Órbitas implícitas

En "Hardball" la FBI busca a un matemático aficionado que se ha ocultado. Charlie plantea la hipótesis de que las personas que desaparecen y siguen con vida son como satélites que han perdido su planeta. Explica que si el planeta desapareciera, los satélites no tendrían otro punto focal para su órbita y viajarían en otra dirección, probablemente a otra fuente de gravedad.

Un satélite de este tipo, que viaja en órbita alrededor de la Tierra, es el Satélite Ambiental Operativo Geoestacionario (GOES, por sus siglas en inglés). El GOES-10, llamado también el satélite GOES-EAST, es un satélite en órbita geosincrónica de gran altitud que se utiliza para observaciones meteorológicas. Si la Tierra desapareciera, este satélite conservaría la misma velocidad pero viajaría en una trayectoria tangencial a su órbita. En esta actividad veremos la dirección en que viaja calculando la pendiente de la trayectoria tangencial.

El satélite GOES-EAST aparece estacionario en el cielo porque su órbita casi circular se sitúa en el plano ecuatorial de la Tierra y se ajusta a la rotación de la Tierra. Dada esta órbita circular, podemos expresar su camino como la ecuación de un círculo con el centro de la Tierra como su origen.

### Satélite GOES-EAST

Radio de la Tierra	6,378 km
Altitud de GOES-EAST	35,786 km
Posición	75 W Longitud y el ecuador
Lanzado	abril 25 de 1997

[Fuente: <http://noaasis.noaa.gov/NOAASIS/ml/genlsatl.html>]

1. ¿Cuál es el radio del círculo que recorre el satélite GOES-EAST?
2. Si el origen es el centro de la Tierra (0, 0), ¿cuál es la ecuación para la órbita?

Si la Tierra desapareciera, la trayectoria del satélite sería una recta tangencial a la órbita circular del satélite. Para hallar la pendiente de esta recta tangencial en un punto cualquiera de la órbita, calcula la derivada de la ecuación de la órbita. En vez de resolver explícitamente la ecuación para una variable antes de calcular la derivada, usa la forma implícita de la ecuación y halla la derivada de la ecuación con respecto a  $x$  ( $dy/dx$ ).

3. Halla la derivada de la ecuación para la órbita del satélite GOES-EAST.

La Administración Nacional Oceánica y Atmosférica (NOAA) de los EE.UU. maneja satélites meteorológicos de órbita polar que describen órbitas circulares alrededor de la Tierra. Uno de ellos se llama NOAA-15.

4. Sin saber la altura del satélite NOAA-15, calcula la derivada de la órbita circular.
5. Explica por qué el radio de la órbita circular no afecta la pendiente de la recta tangencial a la órbita.

Las órbitas circulares son casos especiales de órbitas elípticas. De hecho, las trayectorias de todos los satélites alrededor de la Tierra son elípticas. La forma general

de la ecuación de una elipse es  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ .

6. Halla la derivada de este caso general empleando diferenciación implícita.

*El objeto de esta actividad es dar a los estudiantes un vistazo breve y sencillo de un tema matemático muy extenso. TI y NCTM lo invitan a usted y a sus estudiantes a aprender más sobre este tema con las extensiones que se ofrecen abajo y con su propia investigación independiente.*

## Extensiones

### Introducción

1. Empleando la información de la actividad, calcula la velocidad lineal actual del satélite GOES-EAST y expresa tu respuesta en metros/segundo.

Si la Tierra no desaparece, entonces para que el satélite GOES-EAST abandone su órbita tendría que tener suficiente velocidad para vencer la atracción gravitacional hacia la Tierra. Esta velocidad se llama la *velocidad de escape*,  $V_e$ , y está representada por esta ecuación:

$$V_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

donde  $G$  es la constante gravitacional ( $6.673 \times 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$ ),  $M$  es la masa de la Tierra ( $6 \times 10^{24}$  kg) y  $R$  es el radio del satélite desde el centro de la Tierra (en metros).

2. Calcula la velocidad de escape para el satélite GOES-EAST.
3. ¿Cuánto mayor tendría que ser la velocidad del GOES-EAST para escapar de la órbita de la Tierra?
4. ¿Qué le pasaría al satélite GOES-EAST si la velocidad fuese menor que la velocidad necesaria para mantener una órbita circular?
5. Describe la órbita del satélite GOES-EAST si la velocidad fuese mayor que la necesaria para una órbita circular pero menor que la velocidad de escape.

### Recursos adicionales

- El sitio Web de la Administración Nacional Oceánica y Atmosférica (NOAA) es <http://www.noaa.gov>.
- Explora el simulador de gravedad en este sitio Web: <http://www.arachnoid.com/gravitation/small.html>.
- Heavens-Above tiene información sobre satélites y los momentos en que se puede ver la Estación Espacial Internacional a simple vista: <http://www.heavens-above.com>.
- Physics Classroom tiene un módulo escrito para demostrar el movimiento circular y planetario en <http://www.physicsclassroom.com/Class/circles/circtoc.html>.