

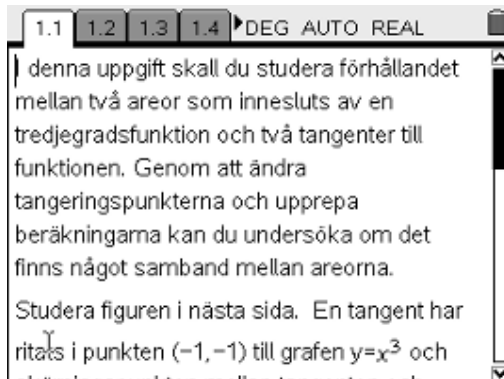


Laboration: Undersökning av kvoten av två areor..

I en serie av övningar skall du studera hur kvoten av två areor inneslutna av en tredjegradsfunktion och två av dess tangenter förhåller sig till varandra då vi varierar tangeringspunkten och tredjegradsfunktionen. Resultatet skall sedan verifieras för godtyckliga tangeringspunkter och tredjegradsfunktioner på formen $y = k \cdot x^3$ samt för någon allmän tredjegradsfunktion.

Öppna filen *Areor_kvot.tns* och följ anvisningarna som finns i filen.

Du byter mellan en sida och följande med  följt av pil-höger. På motsvarande sätt går du tillbaka till föregående sida med  följt av pil-vänster.



Några steg på vägen

- Bestäm den utritade tangentens ekvation samt den markerade skärningspunktens koordinater.
- Rita ut en ny tangent i denna skärningspunkt.
- Bestäm den nya tangentens ekvation samt den nya skärningspunktens koordinater.
- Använd en Calculator-sida för att teckna integralerna som krävs för att beräkna arean av de aktuella områdena mellan tangenterna och kurvan.
- Använd sedan nästa G&G-sida för att genomföra samma moment men med den ursprungliga tangenten i punkten (0.5;0.125).
- I resten av övningen får du möjlighet att prova olika startpunkter för tangenten samt olika former av tredjegradsfunktioner.

Extra

- I problem 2 bestämmer du själv hur allmänt du vill verifiera ditt antagande genom att välja olika typer av tredjegradsfunktioner.




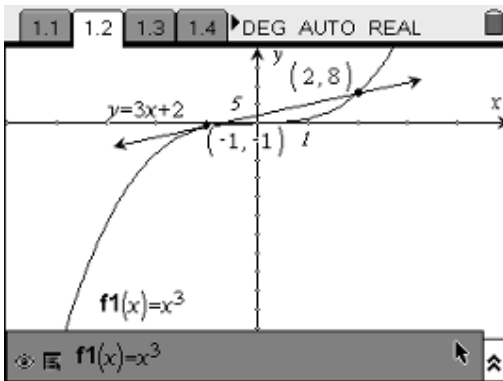
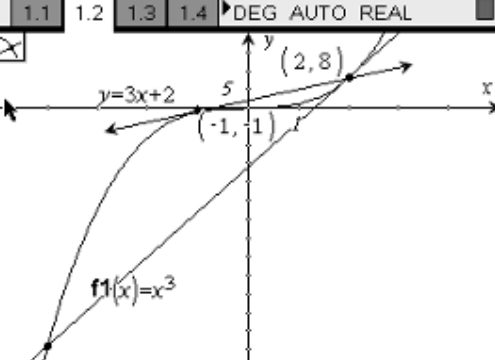
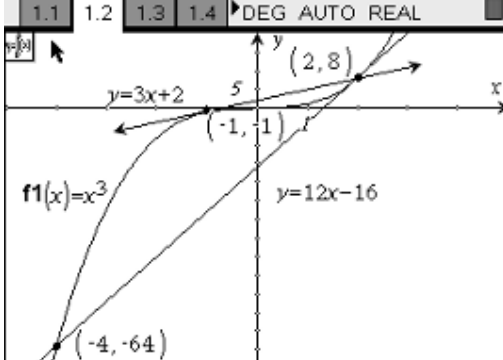

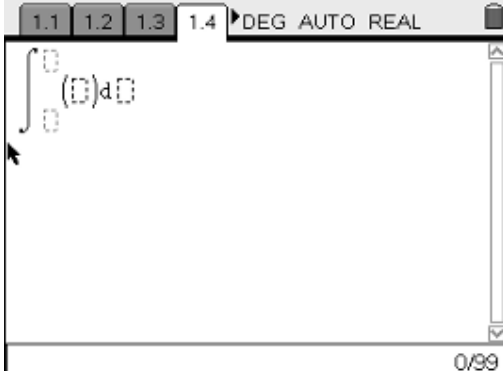
Lärraranvisning

Matematisk nivå

De moment som krävs ingår i matematik kurs D på gymnasiet.

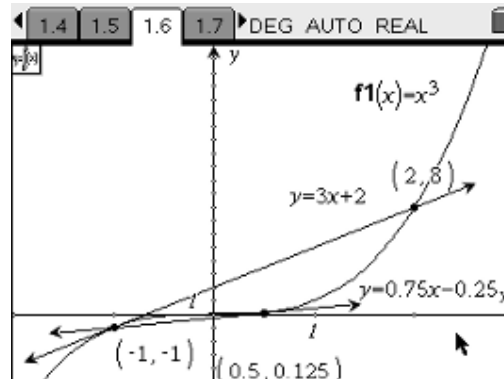
Teknisk nivå

Tidigare erfarenhet av TI-Nspire är nödvändig.

<p>Bestäm tangentens ekvation samt den markerade skärningspunktens koordinater (, Actions, Coordinates and Equations).</p> <p>Dölj inmatningsraden för bättre överblick(, View, Hide Entry Line)</p> <p>Rita sedan ut en tangent i punkten (2,8) genom att välja (, Points and Lines, Tangent. Vänster bild nedan.</p> <p>Bestäm den nya tangentens ekvation samt den nya skärningspunktens koordinater enligt ovan. Höger bild nedan</p>	
	
<p>Öppna en sida med Calculator och teckna integralerna som krävs för att beräkna areorna av de aktuella områdena. Integral finns under (, Calculus. Hoppa mellan de olika inmatningsfälten med tab-tangenten. Det är inte nödvändigt att använd Define och tilldela svaren namnen a1 resp a2 utan man kan hämta svaren med pil upp och beräkna kvoten direkt. Se vidare bilder på nästa sida.</p>	

<p>1.1 1.2 1.3 1.4 DEG AUTO REAL</p> $\int_{-1}^2 (3x+2-x^3)dx = \frac{27}{4}$ <p>Define a1 = $\frac{27}{4}$ Done</p> $\int_{-4}^2 (x^3-(12x-16))dx = 108$ <p>3/99</p>	<p>1.1 1.2 1.3 1.4 DEG AUTO REAL</p> $\int_{-4}^2 (x^3-(12x-16))dx = 108$ <p>Define a2 = 108 Done</p> <p>$\frac{a1}{a2} = \frac{1}{16}$</p> <p>5/99</p>
---	--

Resten av övningen går ut på att genomföra samma konstruktioner och beräkningar men med en annan tangeringspunkt för den första tangenten eller med en annan tredjegradsfunktion. I rutan intill visas ett exempel med $y = k \cdot x^3$ ($k=1$) där startpunkten är vald till $(0.5;0.125)$.



Följande bilder visar, stegvis, en generalisering där startpunkten har x-kordinaten a och funktionen är $y=x^3$..
 Först definieras funktionen (menu, Actions, Define) och dess derivata (menu, Calculus, Derivative). Sedan beräknas derivatan i punkten a samt funktionsvärdet i samma punkt. Därefter definieras tangentens ekvation med hjälp av räta linjens ekvation i enpunktsform

1.3 1.4 1.5 1.6 DEG AUTO REAL

Define $f(x) = x^3$ Done

Define $fder(x) = \frac{d}{dx}(f(x))$ Done

$fder(a) = 3 \cdot a^2$

$f(a) = a^3$

Define $t1(x) = fder(a) \cdot (x-a) + f(a)$ Done

$\text{solve}(t1(x) = f(x), x) = x = -2 \cdot a \text{ or } x = a$

13/99

Vi räknar sedan ut skärningspunktens koordinater genom att lösa ekvationen $t1(x) = f(x)$. (menu, Algebra, Solve).
 Därefter definierar vi den andra tangentens ekvation som tangerar i punkten med x-koordinaten -2a. Vi löser sedan ekvationen $t2(x) = f(x)$, vilket ger oss den nya skärningspunkten.

1.3 1.4 1.5 1.6 DEG AUTO REAL

Define $t1(x) = fder(a) \cdot (x-a) + f(a)$ Done

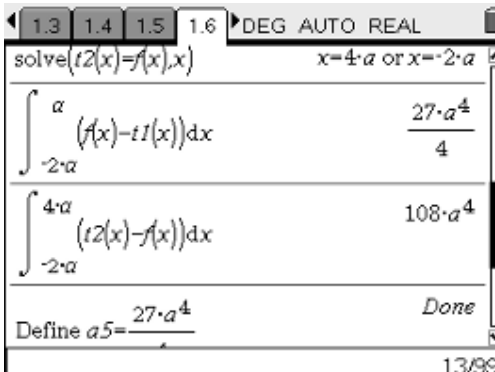
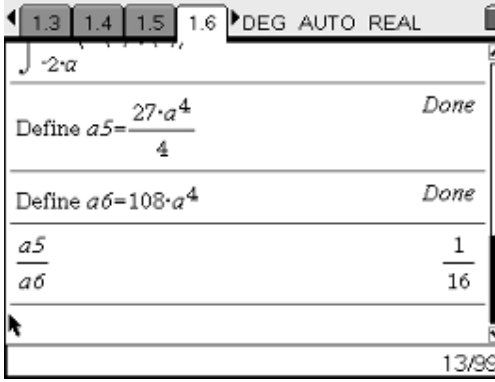
$\text{solve}(t1(x) = f(x), x) = x = -2 \cdot a \text{ or } x = a$

Define $t2(x) = fder(-2 \cdot a) \cdot (x - 2 \cdot a) + f(-2 \cdot a)$ Done

$\text{solve}(t2(x) = f(x), x) = x = 4 \cdot a \text{ or } x = -2 \cdot a$

$\int_{-2 \cdot a}^a (f(x) - t1(x))dx = \frac{27 \cdot a^4}{4}$

13/99

<p>Det är nu möjligt att teckna arean för de aktuella områdena.</p>	 <p>1.3 1.4 1.5 1.6 DEG AUTO REAL</p> <p>solve($t2(x)=f(x),x$) $x=4\cdot a$ or $x=-2\cdot a$</p> <p>$\int_{-2\cdot a}^a (f(x)-t1(x))dx$ $\frac{27\cdot a^4}{4}$</p> <p>$\int_{-2\cdot a}^{4\cdot a} (t2(x)-f(x))dx$ $108\cdot a^4$</p> <p>Define $a5=\frac{27\cdot a^4}{4}$ Done</p> <p>13/99</p>
<p>Slutligen så beräknas kvoten av areorna. I problem 2 finns stora möjligheter till fördjupning genom att välja mer eller mindre allmänna tredjegradsfunktioner. En utmaning för engagerade elever!</p>	 <p>1.3 1.4 1.5 1.6 DEG AUTO REAL</p> <p>$\int_{-2\cdot a}$</p> <p>Define $a5=\frac{27\cdot a^4}{4}$ Done</p> <p>Define $a6=108\cdot a^4$ Done</p> <p>$\frac{a5}{a6}$ $\frac{1}{16}$</p> <p>13/99</p>