

Sobre la Circunferencia y sus ángulos

Guía del profesor

Contenidos:

Ángulos inscritos en una circunferencia. Teorema que relaciona la medida de los ángulos inscritos en una circunferencia que subtienden la misma cuerda.

Aprendizajes Esperados:

Conocer el teorema que relaciona las medidas de los ángulos inscritos en una circunferencia sobre la misma cuerda y lo aplican a la resolución de problemas.

Objetivo:

Descubrir regularidades y lugares geométricos a partir de ciertas condiciones con respecto a la medida de un ángulo.

Conocimientos previos:

- Relación entre el ángulo del centro y el arco de circunferencia que subtiende.

Materiales:

- Calculadoras TI – 84
- TI – Navigator
- Taller correspondiente para cada estudiante

Tiempo estimado: 90 minutos

Descripción de la Actividad:

Esta sesión esta distribuida en dos actividades dependientes entre sí y una actividad de Desafío:

- La primera de ellas, con el propósito de que los estudiantes descubran la noción de ángulos inscritos en una circunferencia y la igualdad de sus medidas cuando subtienden el mismo arco.
- La segunda, para abordar la relación entre un ángulo inscrito ángulos opuestos que subtienden el mismo arco.

- La tercera y final, para fortalecer la organización lógica de los argumentos bajo la demostración de tales Teoremas y la equivalencia entre medida angular y longitudinal.

Para un mejor desarrollo de esta sesión es conveniente que los estudiantes trabajen en pares con dos calculadoras, una de ellas en la aplicación de Cabri Jr y la otra en el TI – Navigator.

Como elementos bases se necesita que sean enviados a las calculadoras los archivos llamados “**FUTBOL**” y “**PORTERIA**”.

Dada la temática y la manera de plantear la actividad, el profesor debe indicar a los estudiantes que la calculadora, presenta ciertas dificultades con respecto a las cifras de aproximación. No obstante, deben rescatar las ideas generales.

La configuración del rango de las abscisas y ordenadas, deben ser:

Abscisa : [0, 10]
Ordenada : [-0.875, 6.625]

Actividad 1: *¿Dónde ubicarme? – Lugar Geométrico*

Indicaciones a las alumnas:

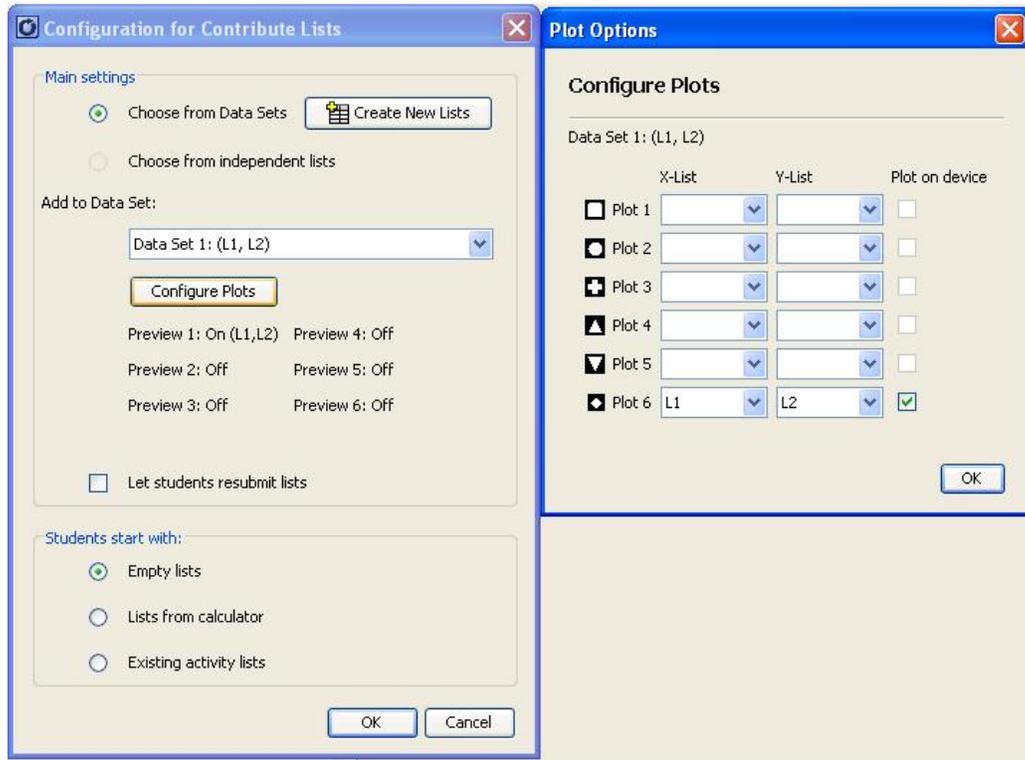
(1) Ingresar a la aplicación Carbi Jr. Y abrir el archivo “**FUTBOL**”

“Ingresa al programa Cabri Jr. y en él abre el archivo “FUTBOL.act”. En la pantalla aparecerá la figura de uno de los jugadores y el arco al cual deben anotar. En el costado superior izquierdo de ella, aparece indicada la coordenada en la cual se encuentra el jugador y su ángulo los ángulos de tiro con respecto al arco. Ubica y anota en tu taller 5 posiciones en las cuales tu jugador tenga un ángulo de tiro de 43°”

Para el desarrollo de la actividad, los estudiantes deben tomar el punto y moverlo hasta cumplir con la indicación. Importante es destacar que el jugador debe estar siempre delante de la portería.

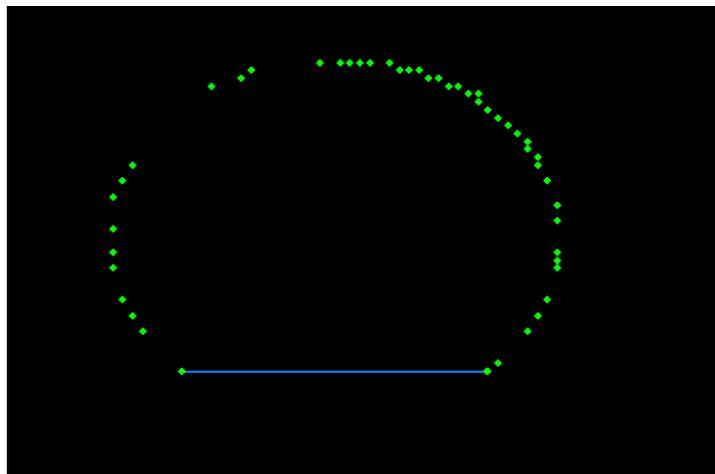
Posteriormente, ingresar al Navigator.

El profesor, en cada una de las actividades, al ingresar al *Centro de Actividades* deberá configurar bajo los siguientes parámetros:



 Comenzar actividad

Cargar como imagen de fondo el archivo **"CIRCUNFERENCIA.jpg"**. y ocultar los ejes



 Interrumpir actividad

En este instante se produce un momento de discusión, para el cual los estudiantes deberán establecer relaciones en base a sus resultados. Se espera la discusión en torno a la ubicación de las coordenadas enviadas que determinarán el lugar geométrico de un arco de circunferencia.

En el caso en que sea enviado un punto que no cumpla con la condición, se deberá mostrar la coordenada asociada. Posteriormente, los estudiantes verificarán la veracidad o falsedad de la respuesta tomando uno de sus puntos y situándolo en dicha coordenada.

Para fomentar la discusión se sugiere al profesor las siguientes preguntas:

- ¿Qué relaciones puedes encontrar entre las coordenadas enviadas?
- Los puntos enviados, ¿Cumplen algún patrón de conducta gráfica?
- ¿Si quisiéramos incluir un nuevo jugador, ¿Dónde crees que se ubicaría?. ¿Por qué?

Posteriormente, comienza el momento de verificación de sus conjeturas. Para ello, se sugiere realizarlo en dos pasos:

1) Enviar aquellas coordenadas que no enviaron en el primer instante. De esta manera, se comprobará que independiente de la cantidad de puntos que se envíen, todos ellos cumplen la característica de formar un arco de circunferencia. En otras palabras, pertenecen al lugar geométrico de dicha condición. Es fundamental que el docente guarde como imagen los datos recién enviados para luego añadirla como una imagen de fondo

2) A partir de lo anterior, es importante que los estudiantes perciban que ésta condición es independiente de la medida del segmento. Para ello, se les solicitará que en el programa Cabri Jr. abran el archivo llamado “PORTERIA”. En él, encontrarán el mismo formato de la actividad anterior pero con un segmento de menor medida.

El objetivo es que el estudiante realice una actividad de conjetura y posterior verificación, la cual se realizará a través de la siguiente indicación: “*¿Ocurrirán las mismas condiciones o reglas si modificáramos el tamaño de la portería y el ángulo de tiro?*”.

Una vez que el grupo haya realizado algunas conjeturas o predicciones, comenzará la actividad. De esta manera se les solicitará que ubiquen tres puntos tales que su ángulo de tiro sea igual a 57° . Posteriormente, enviar al TI – Navigator sus coordenadas. Para una mejor visualización, es recomendable que se cargue como imagen de fondo el archivo denominado “SEGMENTO”. De esta manera, los estudiantes verificarán que tales relaciones son independientes del segmento y del ángulo a considerar. Nuevamente. Guardar como imagen los datos que han sido representados en el ambiente gráfico.

Para finalizar esta primera actividad, el docente deberá institucionalizar los aprendizajes alcanzados por los estudiantes, es decir, formalizar el Teorema que relaciona las medidas de los ángulos inscritos en una circunferencia que subtienden la misma cuerda.

Actividad 2: *¿Qué sucede detrás de la portería?*

Indicaciones al alumno:

Análogamente a lo realizado anteriormente, se sugiere que esta actividad también sea de predicción – verificación. De esta manera, para comenzar, se les solicitará a los estudiantes que conjeturen con respecto al ángulo de tiro de aquellos jugadores que se encuentren tras la portería y sobre el arco de circunferencia restante. Dada la actividad inicial, se espera que del grupo decida que: “todos los jugadores tendrán el mismo ángulo de tiro que aquellos que están delante de la portería”. Una vez hecho, comenzar con la actividad.

Para ello, los estudiantes contribuirán con puntos y se debe configurar bajo los siguientes parámetros:

Configuration for Contribute Points

Main Settings

Number of points per student: 1

X List: X

Y List: Y

Display coordinates

Let students resubmit points

Send current graph contents as background

Step size

Same step size for X and Y: 0.25

(X, Y): 1.0, 1.0

Starting Point

Center of screen

(X, Y): 0.0, 0.0

Students submit points

All at once

One at a time

OK Cancel

Luego, abrir la imagen que había sido guardada de la actividad 1.

Una vez que cada estudiante se haya identificado en el plano cartesiano, se visualizarán aquellos datos que han sido guardados de la actividad 1. Las indicaciones a los estudiantes

son: “Ubica un jugador detrás de la portería y sobre una coordenada por la cual consideres que complete el arco de circunferencia. Anota la coordenada que obtengas”. Posteriormente, en Cabri Jr abrir el archivo llamado “FUTBOL”. Luego, mover y ubicar el punto A en aquella coordenada que han anotado recientemente.

Dado que tomarán el mismo punto con el cual trabajaron durante la actividad 1, este indicará simultáneamente el ángulo que éste forma con respecto al segmento. Luego, y una vez que todos se hayan ubicado en su coordenada, realizar una captura de todas las pantallas que están en la aplicación de Cabri Jr..

De esta manera, debe comenzar la discusión en función de la validación/refutación y reformulación de lo que habían considerado como respuesta. Cabe destacar que no todos los estudiantes obtendrán un ángulo de 137° sino aproximaciones a él. No obstante, se podrá deducir esto a partir de un promedio de los valores entregados. Es necesario destacar tales resultados para concluir con que son ángulos suplementarios.

Para fomentar la discusión, se sugieren las siguientes preguntas:

- ¿Qué sucede con estos nuevos jugadores?
- ¿Qué relaciones puedes encontrar en esto?
- ¿Cumple con las condiciones que haz mencionado anteriormente?, ¿Por qué?
- ¿Qué relaciones existen entre estos nuevos ángulos de tiro y los iniciales?
- ¿Podrías deducir alguna regla que generalice lo anterior?

Se espera que en esta actividad los estudiantes deduzcan que ambos ángulos son suplementarios.

Análogamente a la validación realizada en la actividad 1, en este momento los estudiantes verificarán sus conjeturas a partir de la disminución del tamaño del segmento. Para ello, en el programa Cabri Jr. abrir el archivo “PORTERIA”. Luego, mover el vértice A tras la portería y anotar tres coordenadas tales que formen un ángulo que permitirá formar el arco de circunferencia restante, es decir, un ángulo de 123° . Luego, enviar al TI – Navigator sus coordenadas.

De esta manera, se verificará que los ángulos inscritos en una circunferencia que subtienden el mismo arco pero de maneras opuestas, tienen medidas suplementarias.

Se da por finalizado este momento al Institucionalizar tales conocimientos.

Para concluir, los estudiantes deberán realizar un trabajo personal respondiendo a los desafíos propuestos.

Se sugiere como siguiente actividad, deducir el teorema “la medida de un ángulo inscrito sobre una circunferencia es equivalente a la mitad de la longitud del arco que subtiende”.