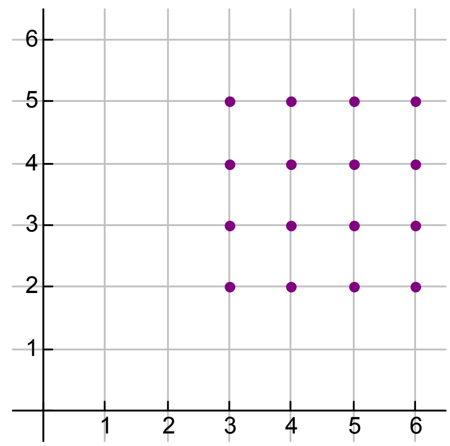


Nombre: ________________________________ Fecha: ____________________

Actividad *NUMB3RS*: Viendo a todos

En "Bajo presión" Charlie ayuda a buscar a los líderes de una célula terrorista compuesta de varios grupos pequeños independientes que no se comunican entre sí. Cada uno de los miembros recibe, intencionalmente, una perspectiva muy limitada. Como metáfora, Charlie sugiere imaginarse a un grupo de niños que juegan en una piscina y un adulto en la piscina que los observa. Aunque el adulto está cerca de los niños, no ve todo lo que está ocurriendo. La posición más ventajosa es la de un salvavidas fuera de la piscina en una silla elevada. Charlie concluye que, de igual modo, los líderes a quienes buscan tratan de lograr "el panorama más amplio de la red". En esta actividad se explora la idea de hallar la posición ventajosa de alguien con un "amplio panorama de la red", empleando el problema análogo de hallar un punto en una retícula de donde sean visibles varios otros conjuntos de puntos.

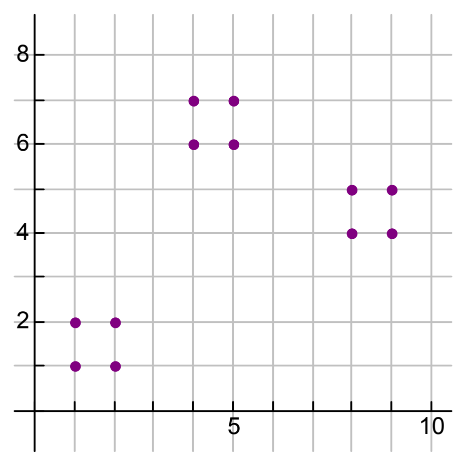
Imagina que hay un miembro de la célula terrorista en cada uno de los 16 puntos con coordenadas de enteros dentro del cuadrado encerrado por (3, 2), (6, 2), (6, 5), y (3, 5). Un punto con coordenadas de enteros se conoce como un *punto de retícula*. Ahora imagina que eres el líder situado en otro punto de retícula fuera de este cuadrado. ¿A quiénes ves? Un punto Q en este conjunto de 16 puntos es *visible* desde un punto externo P si el segmento PQ no contiene ninguno de los 16 puntos distintos de Q.



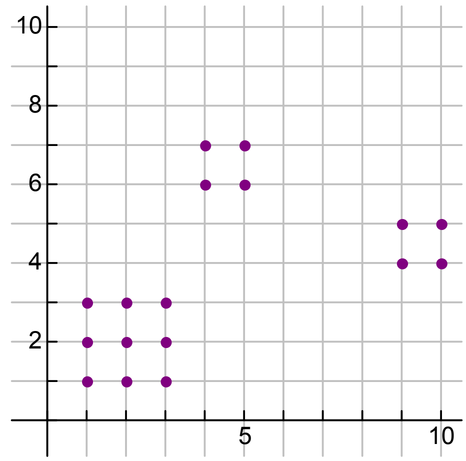
1. Supón que estás situado en (0, 0). ¿A qué miembros en este grupo de 4 × 4 con $3 \le x \le 6$ y con $2 \le y \le 5$ eres **incapaz** de ver?

2. ¿Qué puntos de retícula en esta cuadrícula de 4 × 4 con $3 \le x \le 6$ y con $2 \le y \le 5$ **no** son visibles desde el punto (3, 1)?

3. Para buscar un posible líder, considera los tres grupos en la figura de la derecha. Halla el punto P de donde sea visible cada uno de los puntos de retícula de los tres grupos.

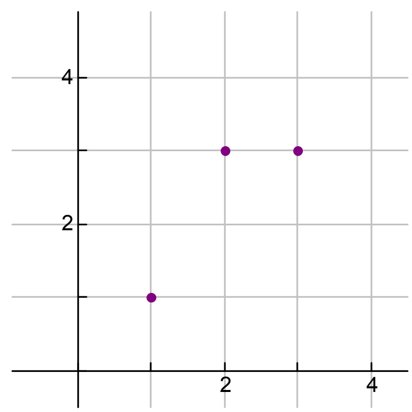


4. Considera los tres grupos que se muestran en la figura de la derecha. Halla el punto P de donde sean visibles cada uno de los puntos de retícula en los tres grupos.



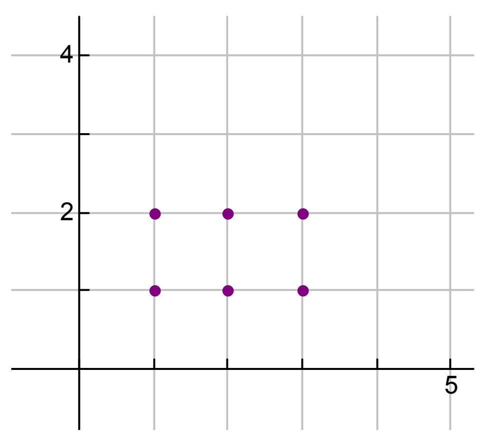
5. Sea S = {(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)} y sea P = (*a*, *b*) un punto externo en el primer cuadrante. ¿En qué condiciones de *a* y *b* serán visibles desde P todos los puntos de S?

Ahora imagina que los líderes y miembros de la célula terrorista están en puntos de retícula, y que hay un observador en cada uno de los puntos restantes en la retícula. Un punto de retícula Q es *claramente visible* desde otro punto de retícula P si el segmento PQ no contiene ningún punto de retícula distinto de P y Q. Entonces, por ejemplo, (2, 3) es claramente visible desde (1, 1), pero no así (3, 3), porque el segmento que une (1, 1) y (3, 3) contiene (2, 2).



6. Si (*a*, *b*) es un punto de retícula en el primer cuadrante, ¿en qué condiciones de *a* y *b* **no** será claramente visible el punto (*a*, *b*) desde el origen? ¿Desde (3, 1)?

7. Halla dos puntos de observación tales que todos los puntos en la matriz 2 × 3 sean claramente visibles desde al menos uno de estos dos puntos.



8. Explica por qué no hay un solo punto de observación desde donde sean claramente visibles todos los puntos en este matriz de 2 × 3.

El objeto de esta actividad es dar a los estudiantes un vistazo breve y sencillo de un tema matemático muy extenso. TI y NCTM lo invitan a usted y a sus estudiantes a aprender más sobre este tema con las extensiones que se ofrecen abajo y con su propia investigación independiente.

Extensiones

Para el estudiante

1. Sea S todos los puntos en el rectángulo cuyas esquinas sean (1, 1), (r, 1), (r, s) y (1, s). Demuestra que todos los puntos de S son visibles desde el punto ($rs - s + r$, $s + 1$).

2. Un rectángulo tiene las esquinas (1, 1), (r, 1), (r, s) y (1, s). Cada punto del rectángulo es claramente visible desde al menos uno de dos puntos. Halla los valores máximos posibles de r y de s.

3. ¿Cuál es el valor mínimo de n para el cual se requieren tres puntos a fin de que cada punto en el cuadrado con vértices (1, 1), (1, n), (n, 1), (n, n) sea claramente visible desde al menos uno de estos tres puntos?

4. En el espacio-3, ¿en qué condiciones **no** será claramente visible el punto (a, b, c) desde el origen (0, 0, 0) si (a, b, c) se encuentra en el primer octante?

Referencia

Para más información sobre puntos de retícula, lee “Seeing Dots: Explorations in the Visibility of Lattice Points” por Josh Laison y Michelle Schick. Puedes bajar este documento en: **faculty1.coloradocollege.edu/~jlaison/seeing_dots.pdf**

Recursos adicionales

- El tema de “puntos de retícula visibles” se trató en la actividad *NUMB3RS* “El problema de la arboleda”. Para bajar esta actividad, marca **http://education.ti.com/exchange** y busca “7737”.

- Examina los siguientes sitios Web y descubre la conexión entre puntos de retícula visibles desde el origen y las secuencias o series de Farey:
  http://mathworld.wolfram.com/FareySequence.html
  http://www.cut-the-knot.org/ctk/PickToFarey.shtml

Tom Butts, UTDallas, Richardson, TX