

# **Teorema de Thales**

## **Guía del profesor**

### **Contenidos:**

Teorema de Thales sobre trazos proporcionales. Relación entre paralelismo, semejanza y la proporcionalidad entre trazos.

### **Aprendizajes Esperados:**

Conocer y aplicar el Teorema de Thales sobre proporcionalidad de trazos, en la resolución de problemas

### **Objetivo:**

Visualizar la importancia dada por el paralelismo al momento de definir la semejanza de triángulos, utilizando las bondades que poseen tanto la calculadora TI – 84 Plus como el TI-Navigator.

### **Materiales:**

- Calculadoras TI – 84 Plus.
- Navegador.
- Taller correspondiente para cada estudiante.
- Archivo de Cabri Jr. guardado en cada calculadora.

**Tiempo estimado:** 90 minutos

### **Descripción de la Actividad:**

La disposición de la sala, será de grupos dispuestos de 4 alumnas. Cada una de ellas, tendrá para su uso personal una Calculadora TI – 84 y todas estarán conectadas al Navegador.

Para comenzar la sesión, se realizará un Pre – Test, a modo de medir los conocimientos, ya sean intuitivos como informales que poseen las estudiantes con respecto a la unidad que se desea trabajar.

Al finalizar, se realizará a través del TI-Navigator un Post-Test para medir los aprendizajes alcanzados por las estudiantes al finalizar la sesión. Ambos controles (pre y post – test) se encuentran como adjunto al final de este taller.

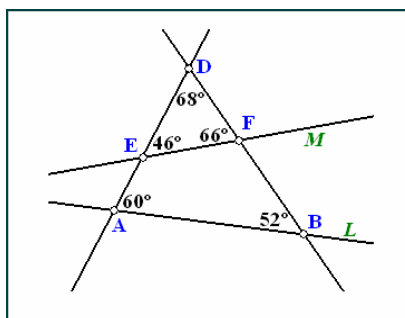
Actividad 1: *Observando ángulos congruentes.*

**Descripción de la clase:**

*Construcción de rectas paralelas*

**Indicaciones a las alumnas:**

“Para comenzar, deben ingresar al programa Cabri Jr. y en él abrir el archivo que recibe el nombre de “*Thales*”. Cuando esto suceda, aparecerá la siguiente figura:



Ahora, necesitamos que los ángulos DEF y DFE sean congruentes con los ángulos DAB y DBA. ¿Cómo podemos hacer esto?”. Se espera que, con la familiaridad que las alumnas tienen con el programa Cabri Jr. encuentren caminos que le permitan obtener lo solicitado. En caso contrario, mencionar la siguiente secuencia:

- Presiona CLEAR.
- Mueve el cursor hasta estar sobre uno de los dos puntos en cuestión (A o B) y cuando esto ocurra, presiona la tecla ALPHA.
- Mueve el cursor hasta estar en el lugar deseado.
- Para finalizar, presionen nuevamente la tecla ALPHA.

Repite este proceso cuantas veces sea necesario, para lograr la congruencia que se desea.

## Actividad 2: *Descubriendo sus características.*

### Descripción de la clase:

Una vez que todas las alumnas ya lograron la igualdad de ángulos, se les realizará la siguiente indicación: “Bien, ahora necesitamos encontrar la ecuación asociada a la recta  $L$ ”. Nuevamente, se espera que sean las propias estudiantes quienes describan la secuencia de teclas que deben realizar. En caso contrario, ellas deben:

- Presionar F5 y seleccionar la opción “*Coordenadas y ecuación*”
- Mover el cursor hasta estar sobre la recta  $L$ . Presionar ENTER.
- Mover el cursor hasta ubicar esta ecuación en el lugar que se desea dejar. Presionar ENTER.

“Cuando ya tengan la ecuación asociada a la recta  $L$  anótala en tu taller en los espacios correspondientes para ello”

Para continuar, las estudiantes deben cambiar de ambiente, dirigiéndose ahora al Navegador. En él, deben ingresar tanto el nombre de usuaria como también su contraseña. Una vez que todo el curso se encuentre en línea, la docente debe seleccionar la opción “Ecuación” y realizar las siguientes configuraciones:

- Número de ecuaciones: 1
- Permitir que las estudiantes reenvíen: No

Luego, indicar: “Ahora, cada una de ustedes va a aportar con ésta construcción. Para ello, deberán ingresar la ecuación que obtuvieron de la recta  $L$  y enviarla al Navegador”



Posteriormente, es necesario dar un tiempo de discusión entre el grupo curso. Para ello, se debe buscar la relación entre cada una de las rectas que ellas enviaron. Se recomienda que se esté observando el Navegador con la opción “Gráfico – Ecuación”. Para generar discusión, se pueden realizar preguntas del tipo: “¿Cuál es la relación en la representación gráfica de las rectas enviadas?, ¿por qué ocurre esto?, ¿cuál es la relación simbólica que explica esta tendencia?”. Se espera que las alumnas establezcan la relación de paralelismo entre rectas basándose en la igualdad de sus pendientes. Las alumnas deberán dibujar la representación gráfica en su taller.

Esta discusión, permitirá a cada alumna responder las tres preguntas planteadas en su taller: ¿Cuál es la relación entre cada una de las rectas que se enviaron? ¿Por qué?, ¿Qué puedes decir de los lados homólogos (correspondientes) de la figura?, ¿Podrías conjeturar alguna “regla” que generalice lo anterior?. Antes de finalizar esta primera etapa, se le solicitará a una estudiante que lea sus conclusiones para todo el curso. Este momento puede generar a su vez un nuevo momento de discusión.

Es importante que sean las propias alumnas quienes verifiquen sus conclusiones, redefiniéndolas en el caso que sea necesario. Para esto, debe ingresar nuevamente al ambiente de Cabri Jr. el cual mantendrá la construcción inicial y sus respectivas modificaciones. En él, deberán medir las longitudes de los segmentos  $\overline{DE}$ ,  $\overline{EF}$ ,  $\overline{DF}$ ,  $\overline{BD}$ ,  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AD}$ . Luego, anotar en la tabla de su taller aquellas longitudes que se les solicitan:

<b>Lado</b>	$\overline{DE}$	$\overline{EF}$	$\overline{DF}$	$\overline{BD}$	$\overline{AB}$	$\overline{AD}$
<b>Longitud</b>						

Ahora, para determinar la proporcionalidad de los trazos, es necesario que se calcules los cocientes correspondientes. Para esto, se les indicará a las estudiantes que ingresen al ambiente HOME de sus calculadoras. Posteriormente, que obtengan los resultados solicitados anotándolos en su tabla:

<b>Lado 1</b>	<b>Lado 2</b>	<b>Lado 3</b>
$\frac{\overline{DE}}{\overline{DB}} =$	$\frac{\overline{DF}}{\overline{DA}} =$	$\frac{\overline{EF}}{\overline{BA}} =$

Es ahora cuando se produce el momento relevante de la sesión. Es necesario que las estudiantes relacionen sus resultados y la construcción inicial con la definición de *Semejanza de Triángulos* que fue ya iniciada en la sesión anterior. Es por esto, que se sugieren la siguiente secuencia de preguntas:

- ¿Qué figura geométrica se puede obtener con cada una de las rectas enviadas?
- Si responde anteriormente “Triángulos” se continua con: ¿Qué relaciona (o tienen en común) el triángulo inicial DEF con cada uno de los triángulos enviados?
- ¿Qué representa la tabla anterior?, ¿Cuál es su significado?

Se espera que ante esta situación, el curso concluya que se trata de un cociente constante. Luego, y en base a sus resultados, comienza el momento de:

### **Institucionalización**

*“Teorema de Thales: Si dos o más rectas paralelas son cortadas por dos rectas transversales, los segmentos determinados en una de las transversales, son proporcionales a los segmentos correspondientes sobre la otra recta”*

Posteriormente, es necesario comenzar una nueva discusión, ahora en dirección a la consecuencia del teorema anterior. Para ello, se utilizará como base la definición de semejanza de triángulos. Se sugiere a la docente la siguiente secuencia de preguntas:

- a) ¿Cuál es la cualidad particular que nos permitió definir trazos proporcionales?
- b) Si responden que es el paralelismo de las rectas, continuar con: ¿Qué sucedería entonces si la construcción fuese de rectas no paralelas?

Para concluir este momento de estudio, completar con la:

### **Institucionalización:**

*“Consecuencia del Teorema de Thales: Toda paralela a un lado de un triángulo determina sobre las rectas que contienen a los otros lados, segmentos proporcionales entre ellos”.*

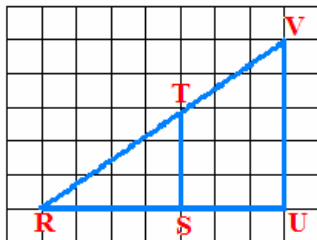
Recíprocamente se demuestra que: *“Si una recta corta a dos lados de un triángulo y determina segmentos proporcionales a ellos, entonces es paralela al tercer lado”*

Es importante verificar el nivel de aprendizaje y aprensión del conocimiento alcanzado por el grupo curso. Para ello, se dispone al final del taller del post – test. Para responderlo, las estudiantes deben ingresar al navegador, y marcar la alternativa correcta. Cada pregunta tendrá un límite de tiempo de 5 minutos.

Una vez concluido, comenzarán a trabajar de manera individual en los desafíos incluidos en su taller respectivo.

### PRETEST

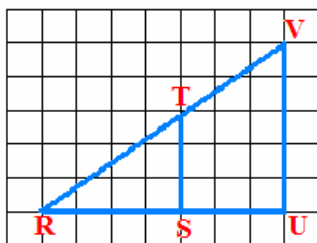
Indica la alternativa correcta:



- a)  $\frac{RT}{TS} = \frac{3}{5}$       b)  $\frac{RT}{TV} = \frac{RU}{RS}$       c)  $SU = TV$       d)  $\frac{RS}{ST} = \frac{RU}{UV}$

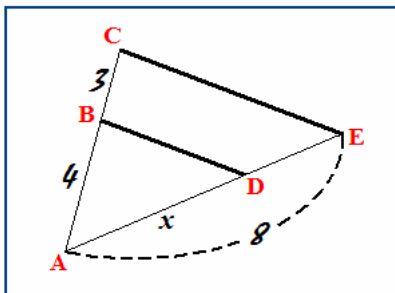
### POSTEST

1) Indica la alternativa correcta:



- a)  $\frac{\overline{RT}}{\overline{TS}} = \frac{3}{5}$       b)  $\frac{\overline{RT}}{\overline{TV}} = \frac{\overline{RU}}{\overline{RS}}$       c)  $\overline{SU} = \overline{TV}$       d)  $\frac{\overline{RS}}{\overline{ST}} = \frac{\overline{RU}}{\overline{UV}}$

2) En los tres casos siguientes, se tiene que aquellos lados de mayor grosor son paralelos:



I) Identifica cuál de las siguientes ecuaciones se asocia a la figura dada:

- a)  $\frac{x}{8} = \frac{7}{4}$       b)  $\frac{x}{4} = \frac{8}{7}$       c)  $\frac{8}{x} = \frac{4}{7}$

II) Calcula el valor de  $x$  dado en la figura.