

Nombre: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

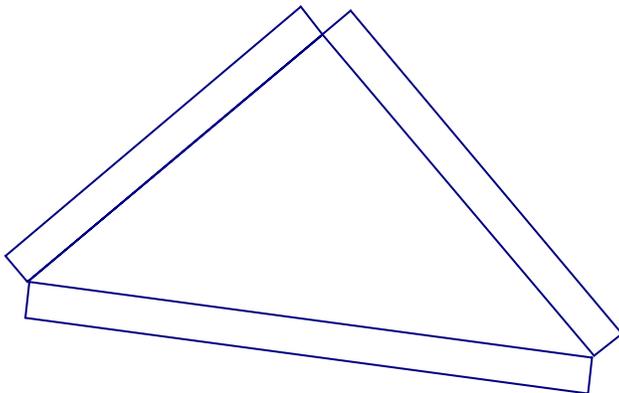
### Actividad NUMB3RS: Pitágoras y más

En "Tránsito" el FBI busca la ayuda de Charlie después de una serie de ataques aparentemente fortuitos en las carreteras de Los Ángeles. Larry está trabajando en la física de la teoría de cuerdas en el pizarrón cuando entra Charlie y ve que Larry también está empleando el Teorema de Pitágoras y la Ley de cosenos.

El Teorema de Pitágoras es esencial para gran parte de las matemáticas y la física avanzadas. El teorema dice que en un triángulo recto, la suma de los cuadrados de las longitudes de dos catetos es igual al cuadrado de la longitud de la hipotenusa. Algebráicamente, si  $a$  y  $b$  son las longitudes de los catetos y  $c$  es la longitud de la hipotenusa, entonces  $a^2 + b^2 = c^2$ . Ahora bien, supongamos que tratáramos de aplicar el Teorema de Pitágoras a un triángulo no recto. ¿Qué otras relaciones existen?

Esta actividad requiere tres reglas y un transportador. Puedes usar centímetros o pulgadas, pero no ambos. En esta actividad trabajarás con triángulos cuyos dos lados tienen longitudes de 6 y 8.

1. Coloca las tres reglas para que formen un triángulo cuyos lados tengan longitudes de 6, 8, y 10.



Usando el transportador, halla la medida del ángulo entre los lados de longitudes 6 y 8. \_\_\_\_\_

2. ¿Cuál es la relación entre las dos cantidades  $6^2 + 8^2$  y  $10^2$ ? \_\_\_\_\_
3. Acomoda las reglas nuevamente para que formen un triángulo cuyos lados tengan longitudes de 6, 8, y 11. ¿Cuál es la medida del ángulo entre los lados de longitudes 6 y 8?

4. ¿Cuál es la relación entre las dos cantidades:  $6^2 + 8^2$  y  $11^2$ ? El ángulo entre los lados de longitudes 6 y 8, ¿es agudo, recto u obtuso?
5. Repite las preguntas 3 y 4 con triángulos cuyos lados tengan longitudes de 6, 8, 12; 6, 8, 13 y 6, 8, 9. Ensaya otras longitudes de lados y completa el cuadro. ¿Cuál es la relación entre el tipo de ángulo formado por los lados de longitudes  $a$  y  $b$ , y cuál es mayor:  $a^2 + b^2$  ó  $c^2$ ?

$a$	$b$	$c$	$a^2 + b^2$	$c^2$	¿Es el ángulo recto, agudo u obtuso?
6	8	12			
6	8	13			
6	8	9			

6. La relación que descubriste en la pregunta 5 puede emplearse para ver si el ángulo es agudo, recto u obtuso. Cada lista a continuación da las longitudes de los lados de un triángulo. Determina si cada triángulo es agudo, recto u obtuso.

- a) 8, 12, 13      b) 10, 6, 15      c) 28, 45, 53      d) 38, 80, 89

7. Lee el siguiente enunciado.

*Un triángulo tiene lados de 10, 6 y 15. Como  $15^2 + 6^2 > 10^2$ , el triángulo es agudo.*

¿Es verdadero este enunciado? ¿Por qué?

La Ley de cosenos dice que en todo triángulo con lados  $a$ ,  $b$ , y  $c$ ,  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ , donde  $C$  es el ángulo entre los lados  $a$  y  $b$ .

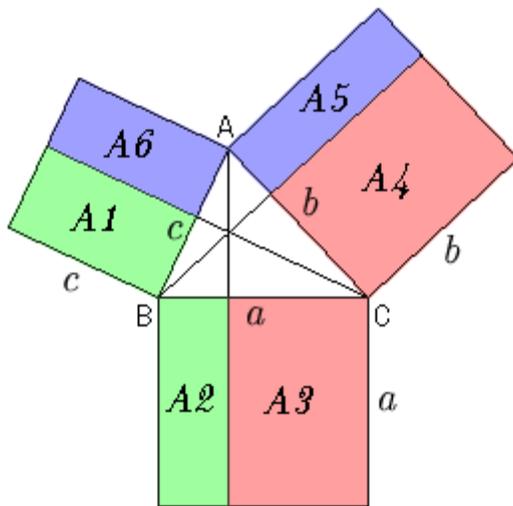
8. ¿Cómo se simplifica la Ley de cosenos cuando el ángulo  $C$  es un ángulo recto?
9. Muestra cómo la Ley de cosenos puede emplearse para explicar la observación de la pregunta 7 en el sentido de que  $c^2 < a^2 + b^2$  implica que el ángulo es agudo.

*El objeto de esta actividad es dar a los estudiantes un vistazo breve y sencillo de un tema matemático muy extenso. TI y NCTM lo invitan a usted y a sus estudiantes a aprender más sobre este tema con las extensiones que se ofrecen abajo y con su propia investigación independiente.*

## Extensiones

### Para el estudiante

Visita el sitio Web [http://www.ies.co.jp/math/java/trig/yogen\\_auto/yogen\\_auto.html](http://www.ies.co.jp/math/java/trig/yogen_auto/yogen_auto.html). Este sitio Web tiene un applet de Java que ilustra una comprobación de la Ley de cosenos basada en cuadrados sobre los lados de un triángulo. Abajo se ve un diagrama tomado del applet:



[Fuente: [http://www.ies.co.jp/math/java/trig/yogen\\_auto/yogen\\_auto.html](http://www.ies.co.jp/math/java/trig/yogen_auto/yogen_auto.html)]

Usa el applet para escribir una comprobación detallada de la Ley de cosenos. ¿Cómo se compara esta prueba con la del libro de texto?

### Recursos adicionales

- El siguiente sitio Web tiene un applet que sirve para explorar la respuesta a la pregunta "¿Qué le sucede al Teorema de Pitágoras con triángulos agudos u obtusos?" [http://www.keymath.com/DG/dynamic/law\\_of\\_cosines.html](http://www.keymath.com/DG/dynamic/law_of_cosines.html)
- Para una generalización del Teorema de Pitágoras e interpretaciones geométricas de la Ley de cosenos, ver <http://ctap295.ctaponline.org/~pgerrode>.