

Probabilités TI graphiques (82, 83, 84)	La loi binomiale
--	-------------------------

Le problème : On lance quatre fois de suite une pièce de monnaie parfaitement équilibrée et on s'intéresse à la variable aléatoire X qui prend pour valeur le nombre de « Pile » obtenus au total à l'issue des quatre lancers.

1. Simulation de quelques réalisations de X

Le lancer d'une pièce peut se simuler directement avec l'instruction **entAléat(0,1)** (accessible dans le menu **(math) PRB 5**) qui retourne 1 (Pile pour nous) ou 0 (Face pour nous) avec la probabilité $\frac{1}{2}$.

```
entAléat(0,1)
1
0
1
1
0
```

Il est possible de réaliser une liste des quatre lancers successifs en rajoutant un 4 dans l'instruction précédente comme le montre l'écran ci-contre.

```
entAléat(0,1,4)
(0 0 1 0)
(1 0 1 1)
(1 1 0 1)
(0 0 1 0)
(0 1 0 1)
```

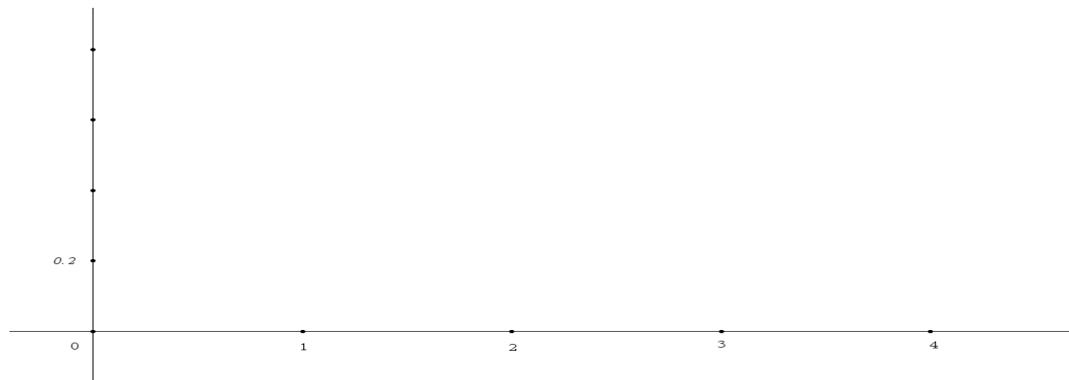
L'instruction **somme** (accessible dans le menu **(2nde) (stats) [listes] MATH 5**) permet de totaliser le nombre de 1 de la liste et de simuler rapidement la variable aléatoire X .

```
somme(entAléat(0,1,4))
2
1
1
2
1
```

On souhaite simuler 20 réalisations de X à l'aide de l'instruction précédente. Après avoir saisi l'instruction sur la calculatrice, compléter le tableau d'effectifs et de fréquences suivant, il suffit d'appuyer sur la touche **(entrer)** 20 fois de suite en complétant le tableau au fur et à mesure.

k	0	1	2	3	4
Effectif					
Fréquence					

Construire le diagramme des fréquences en utilisant le tableau obtenu.



2. Simulation de 500 réalisations de X

L'instruction **suite** (Menu 2nde stats [listes] OPS 5) permet de construire une liste.

Rappel de la syntaxe sur un exemple :

Ici, la variable B a été utilisée, mais toute autre variable peut convenir.

```
suite(B²,B,1,6)
(1 4 9 16 25 36)
```

En s'aidant de la syntaxe précédente, quelle instruction faut-il saisir sur la calculatrice pour construire une liste de 500 simulations de X ?

.....

Saisir cette instruction et stocker la réponse dans la liste L_1 .

Il est alors possible de faire défiler la liste à l'écran en appuyant sur la flèche droite située en haut et à droite de la calculatrice ou en éditant la liste depuis l'éditeur de liste en tapant stats et entrer puis en utilisant cette fois la flèche vers le bas.

Quel est le nombre le plus fréquent ? :

3. Analyse des résultats

Régler la fenêtre de graphiques statistiques comme ci-contre (appuyer sur 2nde $f(x)$ ou 2nd $Y=$).

```
Graph1 Graph2 Graph3
f(x) NAff
Type: L: [ ] [ ]
[ ] [ ] [ ]
ListeX:L1
Effectifs:1
```

Régler la fenêtre d'affichage comme dans l'écran ci-contre.

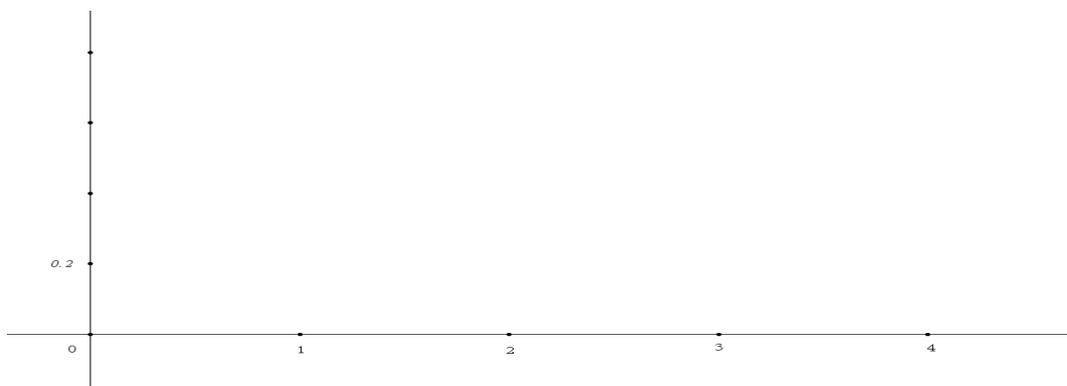
```
FENETRE
Xmin=0
Xmax=5
Xgrad=1
Ymin=-60
Ymax=220
Ygrad=20
Xres=1
```

Après avoir désactivé si nécessaire les fonctions stockées dans l'éditeur de fonctions (touche $f(x)$) faire afficher le graphique statistique.

Utiliser alors la fonction **trace** de la calculatrice et le graphique pour remplir le tableau suivant.

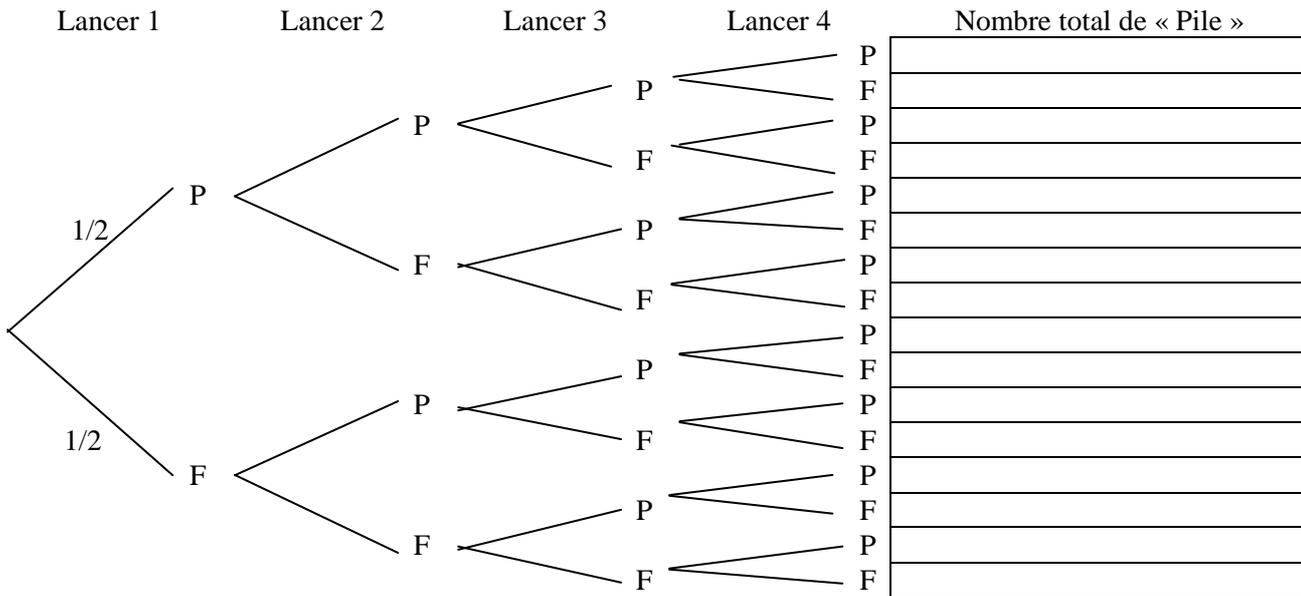
k	0	1	2	3	4
Effectif					
Fréquence					

Construire le diagramme des fréquences en utilisant votre tableau



4. Vers la loi théorique

Compléter l'arbre suivant :



En utilisant l'arbre précédent, compléter le tableau de probabilité suivant (on donnera les valeurs exactes).

k	0	1	2	3	4
$P(X = k)$					

Comparer vos résultats avec ceux du tableau correspondant aux 500 simulations de X .

5. Espérance mathématique et variance

Quel est le nombre moyen de « Pile » que l'on peut attendre à l'issue des quatre lancers ? :

Afin d'estimer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X et sa variance, on va utiliser les 500 simulations stockées dans la liste L1 et les outils statistiques de la calculatrice :

Déterminer la moyenne et la variance de la série statistique formée par les 500 simulations.

On donnera l'arrondi à 0,01 près des résultats.

Moyenne : Variance :

En utilisant les résultats trouvés dans le tableau de la question 3, calculer l'espérance mathématique et la variance de X . (on donnera les valeurs exactes).

$E(X) = \dots\dots\dots V(X) = \dots\dots\dots$

La loi de la variable aléatoire X est la **loi binomiale** ; elle a ici pour paramètres $n = 4$ (c'est le nombre de lancers) et $p = 0,5$ (c'est la probabilité d'avoir un succès, ici d'obtenir « Pile »).

Comparer l'espérance mathématique et la variance aux nombres np et $np(1-p)$.

.....

6. Contrôle des résultats précédents à l'aide de la calculatrice

Le calcul de $P(X = 0)$ se fait à l'aide l'instruction : **binomFdp** (menu $\boxed{2^{nde}}$ \boxed{var} $\boxed{distrib}$ $\boxed{0}$ ou **A**, selon le modèle).

On peut aussi afficher la liste des différentes valeurs de $P(X = k)$ en utilisant l'instruction **suite**.

```
binomFdp(4,1/2,0)
)▶Frac
1/16
suite(binomFdp(4,1/2,K)▶Frac,K,0,4)
(1/16 1/4 3/8 1...
```