

Introduction aux probabilités

On lance 2 dés à 6 faces (nommé dé 1 et dé 2) parfaitement équilibré, puis on note S la somme des deux résultats obtenue.

- 1°) Combien y-a-t-il de résultats possibles ? Quelles sont ces différents résultats possibles ?
- 2°) Simulation à l'aide d'un tableur :
 - a) Dans la cellule A1 entrer le nombre de lancer : 100. Puis associer la valeur de cette cellule à la variable *nbre*.
 - b) Dans la colonne B, simuler 100 fois le lancer du dé 1 (On utilisera la variable *nbre*). On nommera de1 cette colonne.
De même, dans la colonne C, simuler 100 fois le lancer du dé 2. On nommera de2 cette colonne.
 - c) Dans la colonne D, calculer la somme des dés pour chaque expérience. On nommera *somme* cette colonne.
- 3°) Collecte des résultats à l'aide du tableur.
 - a) Faire apparaître l'ensemble des résultats possible pour S dans la colonne E. Nommer cette colonne *resultats*.
 - b) En utilisant l'instruction *frequency*¹ déterminer dans la colonne F, les fréquences d'apparition des valeurs de la somme. On nommera *freq* cette colonne.
 - c) Représenter graphiquement les différents effectifs en fonctions des valeurs possibles de S .
 - d) Créer un curseur permettant de modifier le nombre de lancer (qui correspond à la variable *nbre*)
On pourra prendre 100 comme valeur minimale pour *nbre* et 2500 comme valeur maximale.
 - e) Quelle comportement semble adapter les différentes fréquences ?
- 4°) a) A l'aide d'une nouvelle page de tableur, faire un arbre représentant tous les résultats possibles des 2 dés, puis calculer la loi de probabilité de S
b) Afficher le nuage de points correspondant à la loi de probabilité de S sur le même graphique que le nuage précédent. Que remarquez-vous ?

1

La fonction **frequency** permet de compter les éléments d'une colonne selon différentes plages.

Exemple : Dans le tableau ci contre, *frequency(valeurs,plage)*

va compter :

les valeurs de la colonne A situées dans l'intervalle $] - \infty ; 1]$

les valeurs de la colonne A situées dans l'intervalle $]1; 2]$

et enfin les valeurs de la colonne A situées dans l'intervalle

$]2; +\infty[$

On a bien 3 valeurs de la colonne A dans l'intervalle $] - \infty ; 1]$

2 valeurs de la colonne A dans l'intervalle $]1; 2]$

2 valeurs de la colonne A dans l'intervalle $]2; +\infty[$

D'où les valeurs de la colonne C : 3 ; 2 ; 2

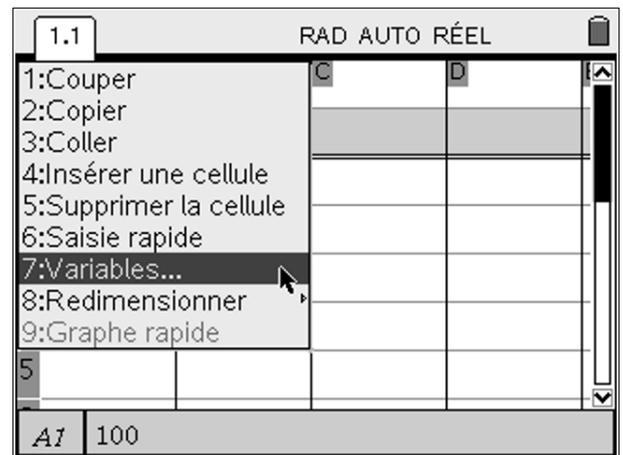
	A valeurs	B plages	C
			=frequency
1	1	1	3
2	3	2	2
3	2		2
4	2		
5	3		
6	1		
7	1		
C	=frequency(valeurs,plages)		

1°) Combien y-a-t-il de résultats possibles ? Quelles sont ces différents résultats possibles ?

Il y a 11 résultats possibles : 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12.

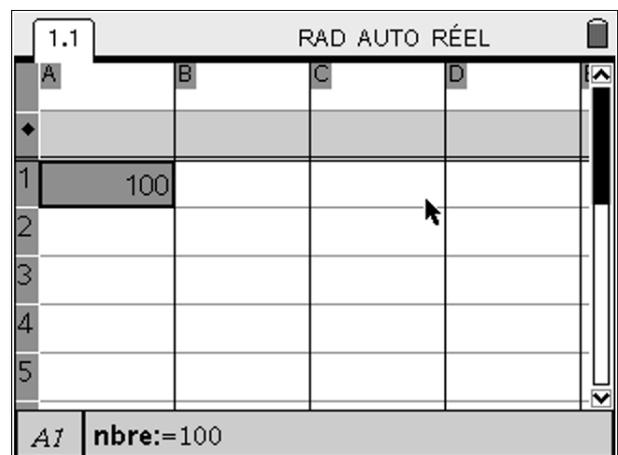
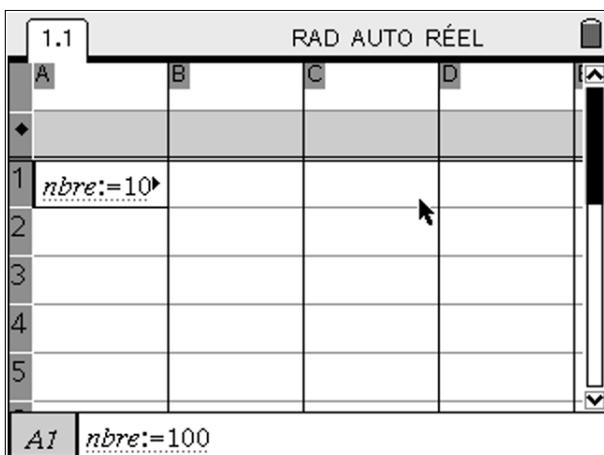
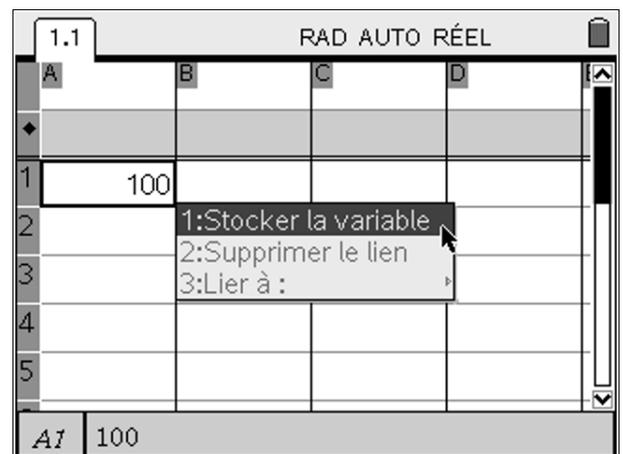
2°) a) Dans la cellule A1 entrer le nombre de lancer : 100. Puis associer la valeur de cette cellule à la variable *nbre*

Après avoir saisi 100 dans la cellule A1, faire un clique droit sur la cellule (ctrl) (menu) et choisir **Variables**.



Sélectionner **Stocker la variable**

Et enter *nbre* comme nom de variable.



La cellule A1 est maintenant grisée, ce qui signifie que sa valeur est liée à une variable.

2°) b) Dans la colonne *B*, simuler 100 fois le lancer du dé 1 (On utilisera la variable *nbre*). On nommera *de1* cette colonne. De même, dans la colonne *C*, simuler 100 fois le lancer du dé 2. On nommera *de2* cette colonne.

Pour simuler un tirage aléatoire d'un entier compris entre 1 et 6 on peut utiliser l'instruction *randint(1,6)* (ne pas oublier le = dans la cellule) et faire des copier-coller.

Mais pour générer une simulation de 100 entiers, il est préférable d'entrer dans la cellule grisée de la colonne *randint(1,6,nbre)*

A	B	C	D
	=randint(1,6,nbre)		
1	100	1	
2		1	
3		5	
4		6	
5		4	

B =randint(1,6,nbre)

On fait de même dans la colonne *C*

A	B de1	C de2	D	E
	=randint(1,6,nbre)	=randint(1,6,nbre)		
1	100	5	3	
2		1	3	
3		3	4	
4		4	2	
5		4	3	

C de2:=randint(1,6,nbre)

2°) c) Dans la colonne *D*, calculer la somme des dés pour chaque expérience. On nommera *somme* cette colonne.

Etant donné que la colonne *D* est la somme des résultats des simulations faites dans les colonnes *B* et *C*, on peut écrire dans la partie grisée de la colonne *D* :
 $= de1 + de2$

A	B de1	C de2	D somme	E
	=randint(1,6,nbre)	=randint(1,6,nbre)	=de1+de2	
1	100	5	3	8
2		1	3	4
3		3	4	7
4		4	2	6
5		4	3	7

D =de1+de2

3°) a) Faire apparaître l'ensemble des résultats possible pour S dans la colonne E . Nommer cette colonne *resultats*.

On peut entrer les valeurs une à une, ou les générer en utilisant $=seq(i, i, 2, 12)$ ce qui correspond à Afficher les valeurs de i pour i allant de 2 à 12.

	D	E	F	G
	de1+de2	=seq(i,i,2,12)		
1:	7	2		
2:	7	3		
3:	9	4		
4:	7	5		
5:	8	6		

Formula bar: $=seq(i,i,2,12)$

3°) b) En utilisant l'instruction *frequency* déterminer dans la colonne F , les fréquences d'apparition des valeurs de la somme. On nommera *freq* cette colonne

Dans la cellule $E1$ on entre la formule $\frac{frequency(somme, resultats)}{nbre}$

On a divisé par *nbre* (l'effectif total) pour obtenir la fréquence.

	D	E	F	G
	de1+de2	=seq(i,i,2,12)	=frequency	
1:	7	2	0	
2:	7	3	3/100	
3:	9	4	1/10	
4:	7	5	9/50	

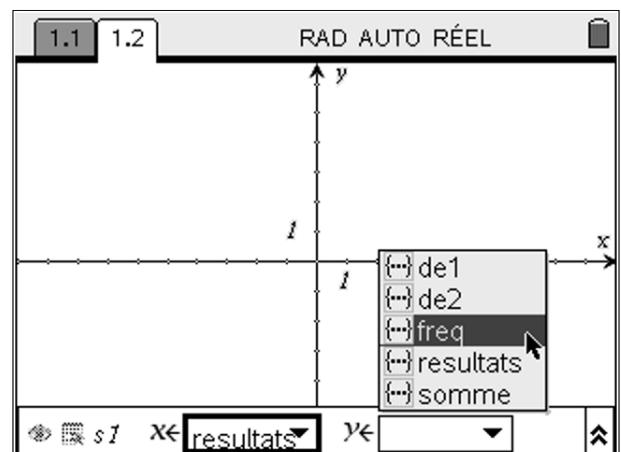
Formula bar: $\frac{frequency(somme, resultats)}{nbre}$

3°) c) Représenter graphiquement les différents effectifs en fonctions des valeurs possibles de S .

On insère une page Graphiques et Géométrie (Insertion | Graphiques et Géométrie).

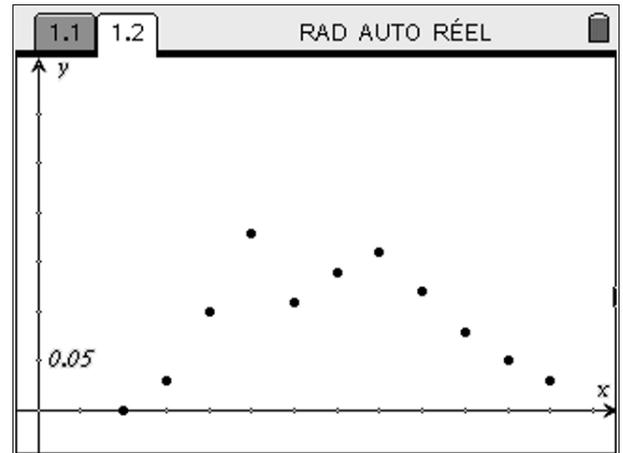
Astuce : Pour insérer plus rapidement une nouvelle page, on peut aussi utiliser le raccourci (Ctrl + I)

Le mode par défaut est représentation graphique, on va le modifier pour afficher notre nuage de points : Appuyer sur (Menu) Type de Graphique | Nuage de points, puis on sélectionne *resultats* pour les abscisses et *freq* pour les ordonnées.



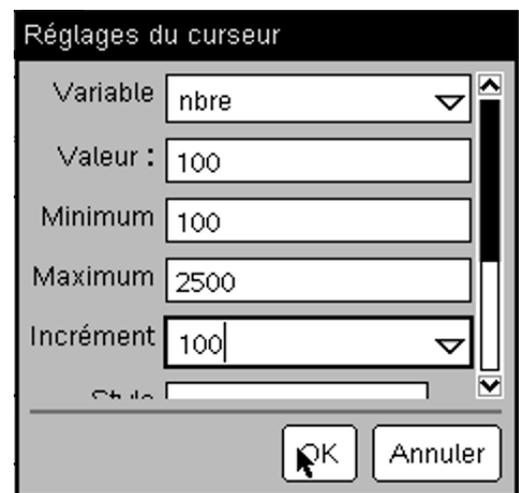
On modifie la fenêtre d'affichage (menu **Fenêtre | Réglages de la fenêtre**) pour mieux visualiser le nuage de points. On a choisit $-1 \leq X \leq 13$ avec une graduation de 1 et $-0,1 \leq Y \leq 0,3$ avec une graduation de 0,05.

Astuce : Pour enlever l'affichage du bandeau en bas de la fenêtre, appuyer sur **ctrl** **G**



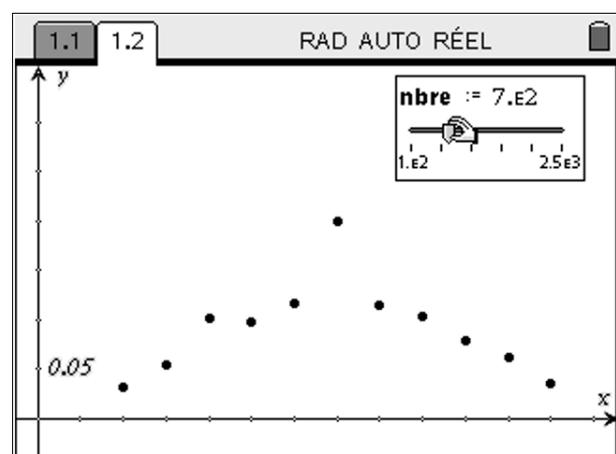
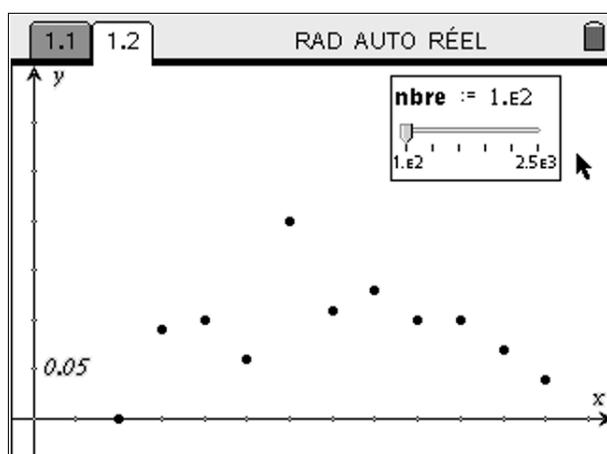
3°) d) Créer un curseur permettant de modifier le nombre de lancer (qui correspond à la variable *nbre*) On pourra prendre 100 comme valeur minimale pour *nbre* et 2500 comme valeur maximale

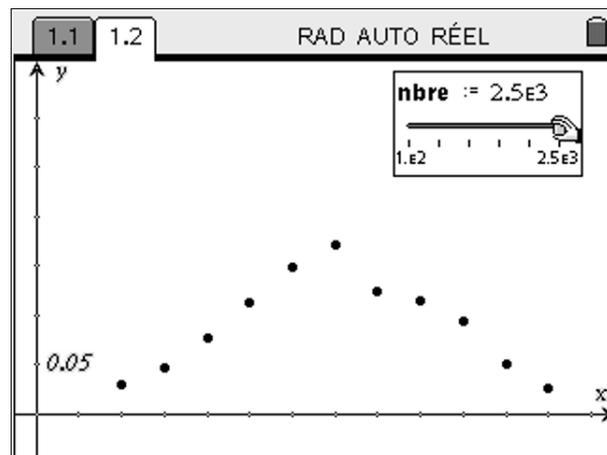
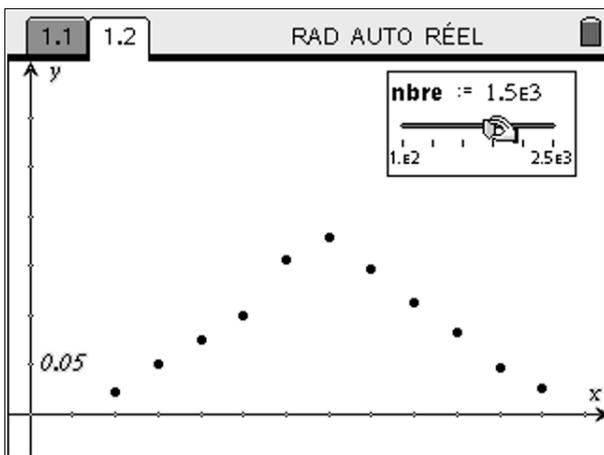
Appuyer sur menu **Actions | Contrôle curseur**
 Entrer *nbre* comme nom de variable.
 Pour modifier l'intervalle des valeurs que peut prendre *nbre*, faire un clique-droit sur la zone du curseur et compléter la boîte de dialogue.
 Entrer 100 comme minimum et 2500 comme maximum, puis 100 comme incrément.



3°) e) Quelle comportement semble adapter les différentes fréquences ?

En faisant varier les différentes valeurs de *nbre* (c'est-à-dire le nombre total d'expériences), on remarque que les fréquences semblent se stabiliser, converger. De plus, la première moitié semble suivre le début des termes d'une suite arithmétique ainsi que le seconde moitié.





4°) a) A l'aide d'une nouvelle page de tableur, faire un arbre représentant tous les résultats possibles des 2 dés, puis calculer la loi de probabilité de S

Dans la colonne A on va afficher les résultats du premier dé.

On peut les rentrer « à la main » ou utiliser la formule suivante :

$$= seq\left(\text{int}\left(\frac{i}{6}\right) + 1, i, 0, 35\right)$$

De même dans la colonne B pour les résultats du second dé.

On peut utiliser la formule $= seq(\text{mod}(i, 6) + 1, i, 0, 35)$

Remarque : On peut utiliser *remain* (qui donne le reste de la division euclidienne) à la place de *mod*.

	A 1	B 2
	$=seq(\text{int}(i/6)+1,i,0,35)$	$=seq(\text{mod}(i,6)+1,i,0,35)$
1	1	1
2	1	2
3	1	3
4	1	4
5	1	5
6	1	6
7	2	1
8	2	2
9	2	3
10	2	4
11	2	5
12	2	6
13	3	1

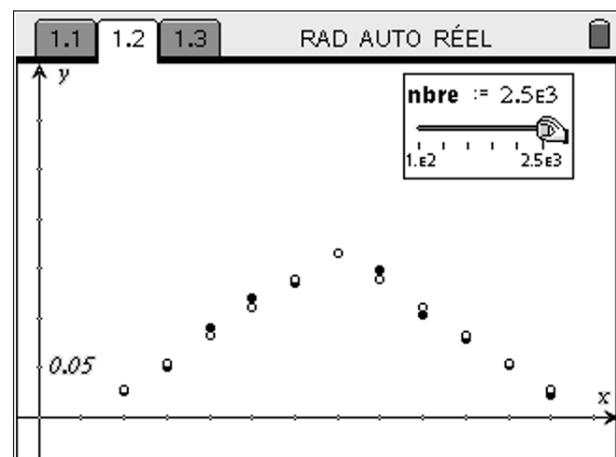
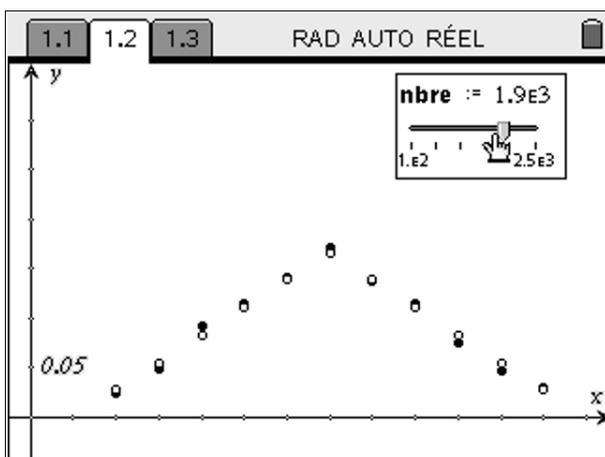
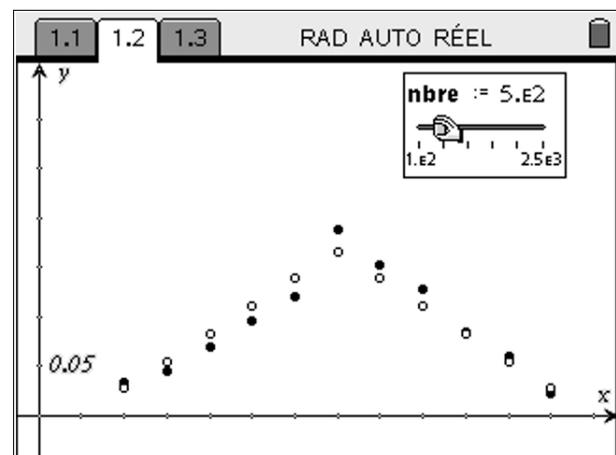
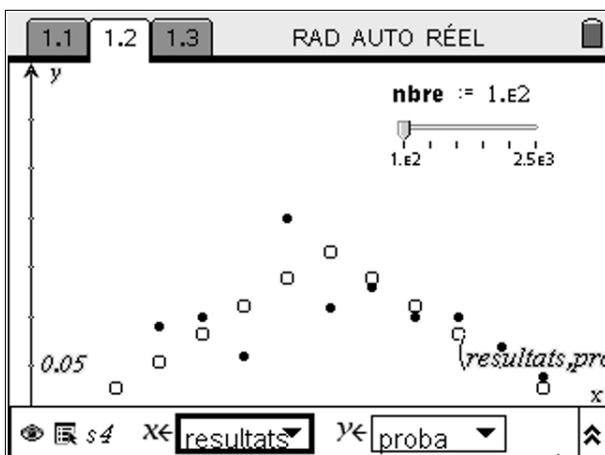
Pour avoir la loi de probabilité, on va calculer dans la colonne C la somme des dés 1 et 2.

Puis on affiche tous les résultats possibles dans la colonne D.

En enfin on calcule les probabilités.

	B	C	D	E
	l2	res	resultats	proba
	nt=seq(re='l1+l2			=frequency
1	1	1	2	2
2	1	2	3	3
3	1	3	4	4
4	1	4	5	5
E	$\text{proba} = \frac{\text{frequency}(\text{res}, \text{resultats})}{36}$			

4°) b) Afficher le nuage de points correspondant à la loi de probabilité de S sur le même graphique que le nuage précédent. Que remarquez-vous ?



On remarque que plus le nombre d'expériences est grand, plus les fréquences obtenues par la simulation convergent vers les probabilités théorique.