

M29n – CONSERVATION DE L'ÉNERGIE

Auteur : Frédéric Marquet

TI-Nspire™ CAS

Mots-clés : énergie cinétique, énergie potentielle de pesanteur, conservation de l'énergie, chute libre.

Fichiers associés : ConservationEnergieTheorie_CAS.tns, ConservationEnergieExp_CAS.tns, M29nElev_EnergieBarriereLumineuse_CAS.pdf.

1. Objectifs

- Connaître et utiliser l'expression de l'**énergie cinétique** d'un solide en translation et de l'**énergie potentielle de pesanteur** d'un solide au voisinage de la Terre,
- Réaliser et exploiter un enregistrement pour étudier l'évolution de l'énergie cinétique, de l'énergie potentielle et de l'énergie mécanique d'un système au cours d'un mouvement.

2. Énoncé

C'est à partir du XVII^e siècle qu'est apparue la notion de **conservation de l'énergie**.

Le scientifique et philosophe allemand Gottfried Wilhelm **Leibniz** (1646-1716) fut le premier à introduire la quantité « $m \cdot v^2$ » qu'il appela « la **force vive** ».

Plus tard, ce terme disparut à cause de la confusion qu'il pouvait engendrer avec la notion « classique » de force (la force et la « force vive » n'ont d'ailleurs pas la même dimension). On définit alors une nouvelle quantité, la « demi-force vive », qui n'est autre que l'actuelle **énergie cinétique** :

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2.$$

On démontra par la suite que lorsqu'un corps chute, si l'on peut négliger les forces de frottement, son **énergie mécanique** (somme de son énergie cinétique et de son **énergie potentielle de pesanteur**) reste constante au cours du mouvement :

$$E_m = E_c + E_{pp} = \text{constante}.$$

Le but de cette activité est d'étudier l'énergie mécanique d'un corps lors de sa chute.



Gottfried Wilhelm Leibniz
(Inventeur du concept de force vive).

2. Étude théorique

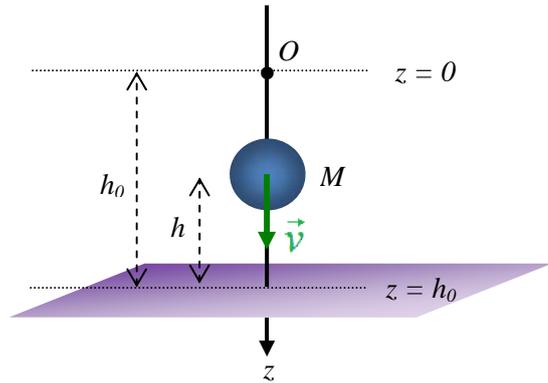
Soit un objet de masse m , lâché avec une vitesse initiale v_0 (verticale, vers le bas), soumis uniquement à son propre poids.

Son altitude initiale est notée h_0 et sa position est repérée par rapport à un axe (Oz) vertical orienté vers le bas.

En appliquant les lois de Newton (la démonstration de ces équations est au programme de Terminale S), on montre que les **équations horaires** de son **mouvement** sont :

$$v(t) = g \cdot t + v_0,$$

$$z(t) = \frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot t.$$



Son énergie mécanique est :

$$E_m = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + mg \cdot h + cte_1.$$

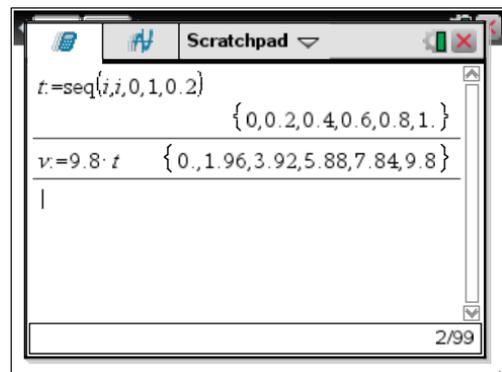
- Expliquer pourquoi l'expression de l'**énergie mécanique** laisse apparaître une constante (notée cte_1).
- Montrer qu'en l'absence de frottement, on peut considérer que :

$$f(z) = \frac{1}{2} \cdot v(z)^2 - g \cdot z = cte_2.$$

- Créer une liste t (temps) allant de 0 à 0,2 s avec un pas égal à 15 ms.
- Créer les listes z et v correspondantes à partir des équations horaires du mouvement (on prendra $v_0 = 0,7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$).
- Créer la liste $f = \frac{1}{2} \cdot v^2 - 9.8 \cdot z$.

NB : on pourra s'aider de l'exemple donné ci-contre pour construire les listes demandées.

- Afficher le graphique (t, f) sous la forme d'un **nuage de points**. Conclure.



Notes pour le professeur

- En l'absence de frottement : $E_m = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + mg \cdot h + cte_1 = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + mg \cdot h_0 + cte_1$

On a donc : $\frac{1}{2} \cdot v^2 + g \cdot (h_0 - z) = \frac{1}{2} \cdot v_0^2 + g \cdot h_0,$

Soit encore : $\frac{1}{2} \cdot v^2 - g \cdot z = \frac{1}{2} \cdot v_0^2,$

On a donc bien : $f(z) = \frac{1}{2} \cdot v(z)^2 - g \cdot z = cte_2.$

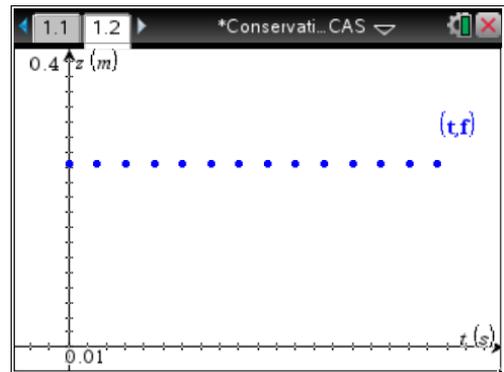
NB : Le « signe » moins traduit le fait que l'axe (Oz) est dirigé vers le bas.

- On génère les listes t , z , v et f comme illustré ci-contre.

```

1.1 1.2 *Conservati... CAS
t:=seq(j,i,0,0.2,0.015)
  {0,0.015,0.03,0.045,0.06,0.075,0.09,0.10:
z:=1/2 * 9.8 * t^2 + 0.7 * t
  {0.,0.011603,0.02541,0.041423,0.05964,(
v:=9.8 * t + 0.7
  {0.7,0.847,0.994,1.141,1.288,1.435,1.582
f:=1/2 * v^2 - 9.8 * z
    
```

- On vérifie bien que la liste f est une liste contenant des valeurs constantes.



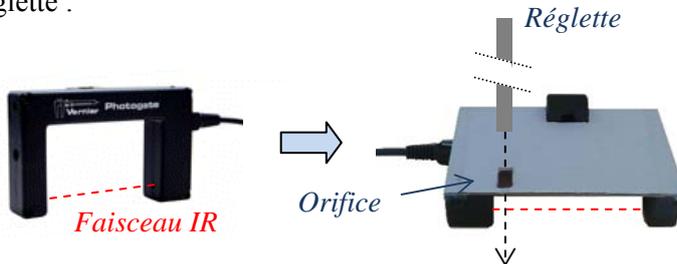
3. Étude expérimentale

Pour étudier la chute d'un objet, on utilise le matériel suivant :

- calculatrice graphique **TI-Nspire**,
- interface d'acquisition **LabCradle**,
- **barrière lumineuse**,
- potence pour fixer la barrière lumineuse,
- **réglette percée** à intervalles réguliers :



Sur la barrière lumineuse est fixé un support sur lequel on a percé une ouverture rectangulaire permettant le guidage de la réglette :



Notes pour le professeur

Lorsque la barrière lumineuse est connectée au **LabCradle**, elle est automatiquement reconnue. Si rien ne vient couper le faisceau lumineux, la barrière est dans l'état « **Débloqué** ». Dans le cas inverse, elle est dans l'état « **Bloqué** ».

L'acquisition peut, par exemple, être configurée comme suit :

- **Mode** : En fonction du temps,
- **Taux** : 200 échantillons/s,
- **Durée** : 5 s.

Cliquer sur  (démarrage de l'acquisition).

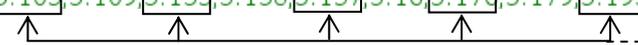
Lâcher la réglette percée pour enregistrer les dates des alternances « Bloqué » / « Débloqué ». Les données sont stockées dans les variables :

- **run1.temps** : dates de blocage/déblocage de la barrière,
- **run1.état_de_la_barr** : états correspondants (0 ou 1).

On récupère dans la liste **run1.temps** une date sur deux correspondant à l'état « Débloqué » (pour chaque trou, la barrière enregistre 2 dates : le début puis la fin du trou).

On obtient une liste de 14 dates (une pour chacun des 14 trous de la réglette) :

3.085, 3.105, 3.109, 3.135, 3.138, 3.157, 3.16, 3.176, 3.179, 3.193



Pour que le temps commence à « 0 », il suffit de retrancher à l'ensemble des dates la 1^{re} date : on obtient la liste t .

Sachant que les trous sont espacés de 25 mm, on définit également la liste $z = \{0,000 ; 0,025 ; 0,050 ; \dots\}$.

On **modélise la courbe** $z(t)$ par un polynôme du second degré :

$$z(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t.$$

Il suffit de taper :

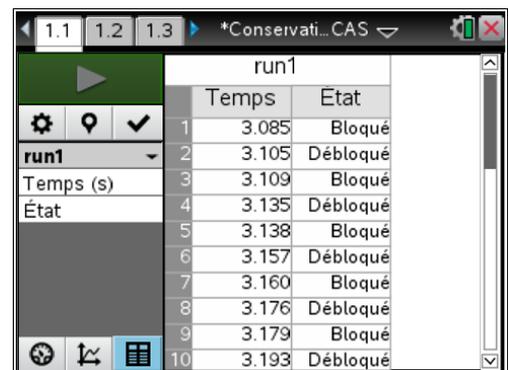
, **Calculs**, **Statistiques**, **Calculs statistiques**.

On sélectionne : **Régression de degré 2...**

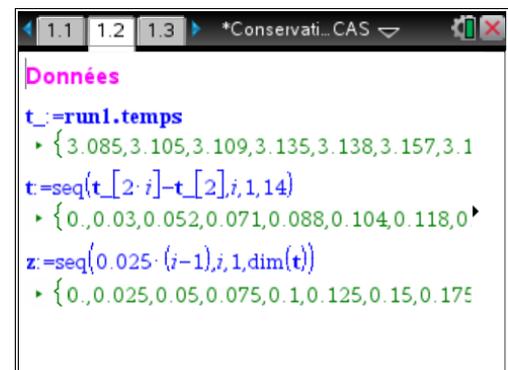
On saisit ensuite les listes t et z .

La régression quadratique conduit à :

$$a \approx 4,781 \text{ m.s}^{-2} \text{ et } b \approx 0,7087 \text{ m.s}^{-1}.$$

	Temps	État
1	3.085	Bloqué
2	3.105	Débloqué
3	3.109	Bloqué
4	3.135	Débloqué
5	3.138	Bloqué
6	3.157	Débloqué
7	3.160	Bloqué
8	3.176	Débloqué
9	3.179	Bloqué
10	3.193	Débloqué



```

Données
t:=run1.temps
▶ {3.085,3.105,3.109,3.135,3.138,3.157,3.16,3.176,3.179,3.193}
t:=seq(t[2:i]-t[2],i,1,14)
▶ {0.,0.03,0.052,0.071,0.088,0.104,0.118,0.135,0.151,0.167}
z:=seq(0.025*(i-1),i,1,dim(t))
▶ {0.,0.025,0.05,0.075,0.1,0.125,0.15,0.175}

```



```

Modélisation
QuadReg t,z,1: CopyVar stat.RegEqn,f1:
stat.results
"Titre" "Régression de degré 2"
"RegEqn" "a·x^2+b·x+c"
"a" 4.78117
"b" 0.708671
"c" -0.000053
"R²" 1.
"Resid" "f(x)"

```

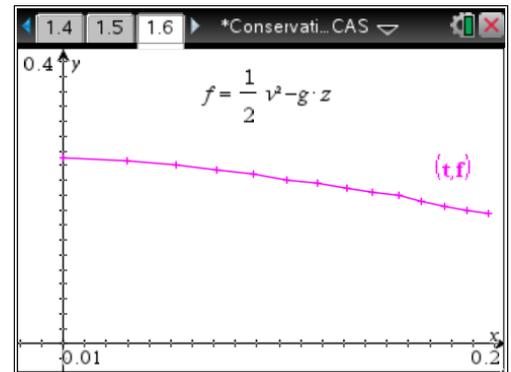
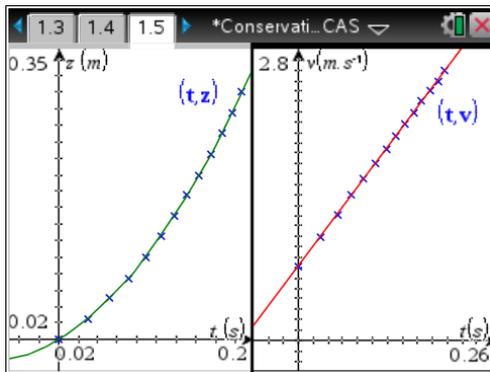
Les valeurs de a et b sont stockées dans les variables $stat.a$ et $stat.b$. Elles permettent de définir les listes v (liste contenant les valeurs modélisées de la vitesse) et f .

```

1.2 1.3 1.4 *Conservati...CAS
Calcul de v et f
v:=2*stat.a*t+stat.b
▶ {0.708671,0.991142,1.20846,1.39224,1.5
f:=1/2*v^2-9.8*z
▶ {0.251108,0.246181,0.240185,0.23416,0.

```

Les courbes expérimentales pour z , v et f en fonction du temps t sont données ci-dessous.



Conclusion

L'étude expérimentale de la chute montre que $f(z) = \frac{1}{2} \cdot v(z)^2 - g \cdot z$ diminue légèrement au cours du temps.

On peut expliquer cela par la présence de forces dissipatives : les **forces de frottement**.

Le système **perd** donc de l'**énergie**. Cette énergie perdue est **dissipée** sous la forme de **chaleur**.