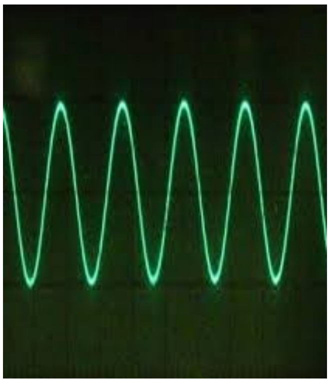
Autor: Sabrina Pereira

Questão Problema

Um partícula executa, durante 30 s, um movimento harmónico simples que pode ser descrito através da equação: $y(t)= 2 \sin (0{,}2\pi\ t + \pi)$ (m).



Tendo em conta as informações fornecidas, responde às seguintes questões:

A. Qual o período de oscilação da partícula?

B. Qual a elongação máxima e mínima da partícula (contradomínio da função)?

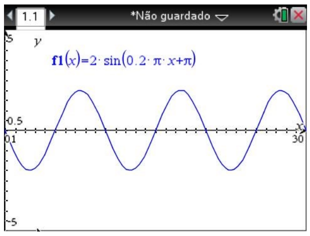
C. Qual a posição da partícula no instante de tempo 5s?

D. Partindo da função $y(t)= \sin (t)$, indique as transformações que a função sofreu até se obter $y(t)= 2 \sin (0{,}2\pi\ t + \pi)$?

Proposta de resolução

A) Qual o período de oscilação da partícula?

Comece por recordar que o período de uma função trigonométrica corresponde ao intervalo de tempo referente a uma oscilação completa, ou seja, ao intervalo de tempo que decorre entre, por exemplo, dois máximos ou dois mínimos consecutivos da função.



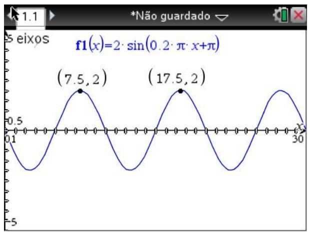
⇒ Abra um novo documento, selecionando a opção **1:Novo** no ecrã inicial do seu TI-Nspire. Adicione uma página de Gráficos.

⇒ Ao surgir a linha de entrada ***f1(x)=*** intro- trig duza 2 sin (0,2π x +π). **(nota: aceda à função sin através da tecla menu do teclado do seu TI-Nspire)**

⇒ Ajuste a janela selecionando **4:**Janela,**1:**Definições da janela e introduza os valores:

Xmin:0; **Xmax:**30; **EscalaX:**Automático; **Ymin:**-5; **Ymax:**5; **EscalaY:**Automático.

⇒ Para determinar o período iremos determinar as coordenadas de dois máximos consecutivos, por exemplo. Para tal clique menu **6:** Analisar gráfico, **3:**Máximo.



⇒ Selecione um ponto à esquerda do primeiro máximo para o limite inferior e um ponto à direita do mesmo para limite superior. As coordenadas do máximo surgem automaticamente (**7,5**;2). Repita o procedimento para o máximo consecutivo e obtenha as coordenadas (**17,5**;2). O período não será então mais do que a diferença entre os maximizantes, ou seja, entre as abcissas dos pontos **T=** 17,5-7,5=**10s.**

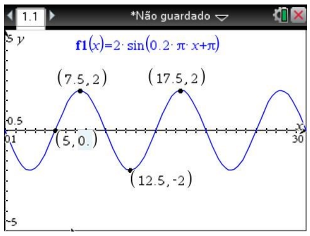
B) Que valores pode tomar a elongação da partícula (contradomínio da função)?

⇒ Para obtermos o contradomínio da função, necessitamos saber o máximo absoluto e o mínimo absoluto da função. Já obtivemos o máximo absoluto na alínea anterior, que é de **2 m.**

⇒ Para determinarmos o mínimo da função menu clique **6:** Analisar gráfico, **2:**Mínimo. Selecione um ponto à esquerda do mínimo para o limite inferior e um ponto à direita do mesmo para limite superior. As coordenadas do mínimo surgem automaticamente (12,5; **-2**). Assim sendo o contradomínio da função é **[-2,2].**

C) Qual a posição da partícula no instante de tempo 5s?

⇒ Para determinarmos a posição da partícula no instante 5,0s, basta fazer menu **8:**Geometria, **1:**Pontos e Retas, **2:**Ponto sobre um objeto, clicar sobre o gráfico até surgirem a coordenadas do ponto selecionado e fazer esc para abandonar o comando

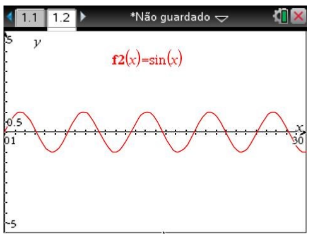


⇒ Modifique a abcissa do ponto para cinco, clicando sobre a coordenada do ponto obtido até surgir "I". A ordenada correspondente <u>*ao instante de tempo 5*</u> é **0**m.

D) Partindo da função y(t)= sin (t), indique as transformações que a função sofreu até se obter y(t)= 2 sin (0,2π t +π) ?

⇒ Comece por visualizar o gráfico da função sin(x), adicionado uma nova página de gráfico fazendo ctrl + doc e introduza a função.

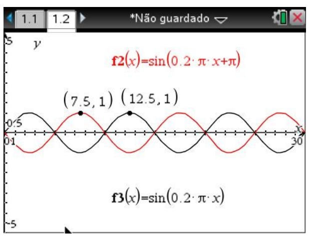
Altere a janela para os valores anteriores.



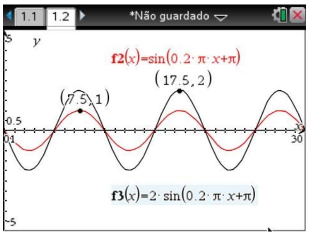
⇒ Deverá obter o gráfico à direita.

⇒ De seguida introduza a função **y(x)= sin (0,2π x).** Verifica-se de imediato que existe uma expansão segundo o eixo dos xxs pois o período obtido é superior ao da função inicial. Para determinar a alteração iremos determinar o período das duas funções. Para tal basta repetir o procedimento da alínea A) e obter um período de 2π para sin(x) e de 10 para sin (0,2πx). A expansão foi então de um fator 10/(2π) ou seja de **5/π.**

⇒ Passemos agora à função seguinte **y(x)=sin (0,2πx + π).** Retire a equação sin (x) e no seu lugar coloque a nova equação. Por análise do gráfico verificamos igualmente que houve uma translação da função Segundo o vetor (-5,0), pois os máximizantes retrocederam 5 valores. (ver determinação de máximos na alínea A).



⇒ Por fim verifiquemos a alteração que ocorre quando passamos à função **y(x)=2sin (0,2πx+π)**. Introduza essa equação no lugar de **y(x)=sin (0,2πx).** Os gráficos deverão ser os que se encontram à direita. Visualmente verificamos que houve uma alteração do contra-domínio correspondente a uma expansão segundo o eixo dos yys. Para determiner o fator da expansão basta determinar o quociente entre o máximo da função y(x)=2sin (0,2πx+π), que é **2** e o máximo da função y(x)=sin (0,2πx) que é **1**. Obtemos assim o fator de expansão **2** segundo o eixo dos yys.



⇒ Podemos então concluir que a nossa função sofreu em relação a y(x) = sin(x) uma primeira **expansão** de um **fator 5/π** segundo o eixo dos xxs, seguida de **uma translação segundo o vetor (-5,0)** e terminando com **uma expansão** segundo o eixo dos yys de um **fator 2.**