Undersökning av primitiva funktioner

Mål för aktiviteten

Att få en god förståelse av primitiva funktioner genom att konstruera grafen av den primitiva funktionen till en given funktion f(x).

Nödvändiga förkunskaper

Känna till begreppet integral definierad med hjälp av arean mellan funktionsgrafen och x-axeln. Någon erfarenhet av att använda TI-Nspire.

Uppgift

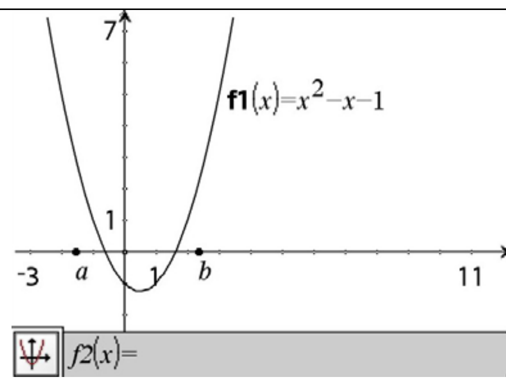
Studera inledningsvis andragradsfunktionen $y = x^2 - x - 1$ och arean mellan grafen och x-axeln. Att följa grafen av den primitiva funktionen genom att studera intervallgränsernas betydelse för integralen. Att studera hur intervallgränserna påverkar utseendet hos grafen av den primitiva funktionen. Att konstruera de primitiva funktionerna till funktionen $y = x^2 - x - 1$. Därefter variera koefficienter i andragradspolynomet för att dels observera att den primitiva funktionen till ett andragradspolynom alltid blir ett tredjegradspolynom dels se ett mönster mellan koefficienterna i funktionen och dess primitiva funktion.

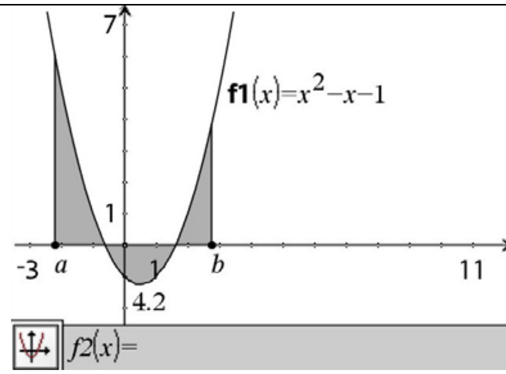
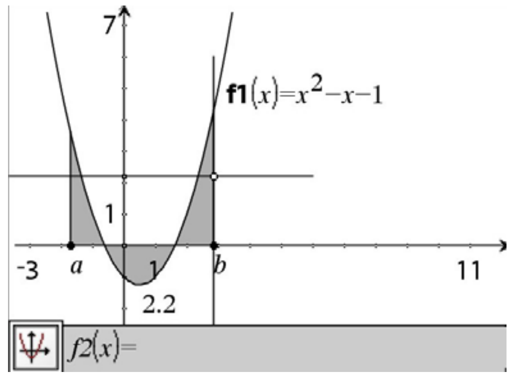
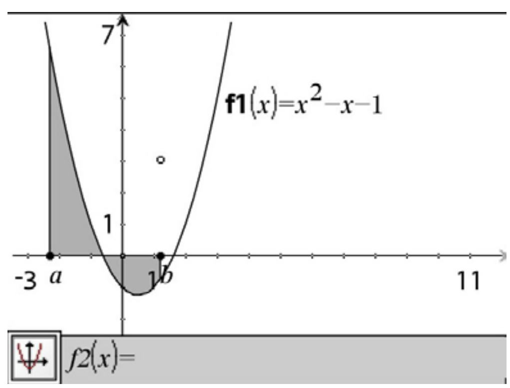
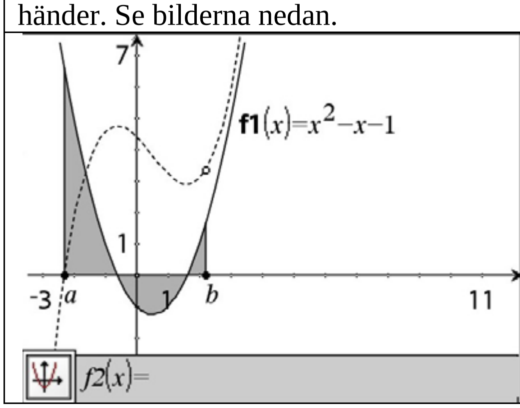
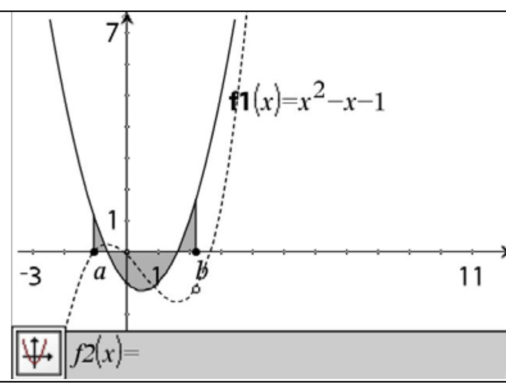
Genomförande

Skicka filen ”Aktivitet8_Integral_student_SV.tns” till elevernas räknare. I denna fil finns fullständig steg för steg anvisning till eleverna för att genomföra undersökningen.

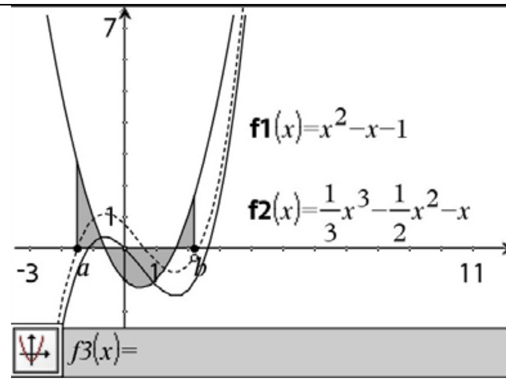
Lärarstöd

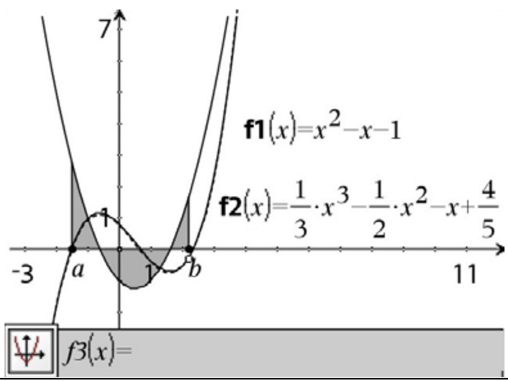
En fullständig lösning till uppgiften finns i ”Aktivitet8_Integral_lösning_SV.tns”. Innehållet i denna redovisas översiktligt nedan med kommentarer.

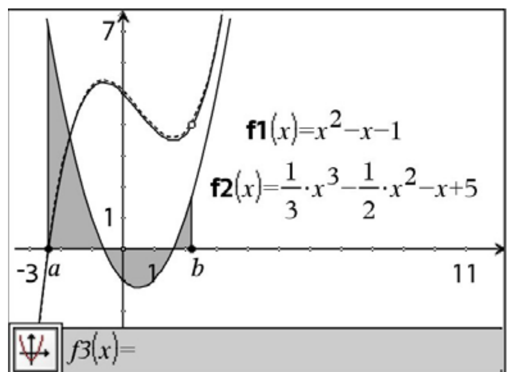
Eleverna öppnar en sida med Grafer & Geometri. Därefter definieras funktionen $f1(x) = x^2 - x - 1$. Nästa steg är att skapa två dragreglage på x-axeln. Detta sker genom att använda *Punkter och linjer, Punkt på* och klicka på x-axeln. Skriv omedelbart ett a innan markören flyttas. Upprepa för ytterligare en punkt b till höger om den förra. Genom att använda *Attribut* kan punkterna visas som fyllda cirklar. Se bild!	

Använd *Mätning, Integral* för att beräkna integralen av funktionen mellan gränserna a och b. Klicka först på kurvan, sedan på a och slutligen på b. Mätvärdet redovisas i anslutning till det skuggade området, här 4,2. Flytta punkterna a och b för att observera resultatet. Kontrollera att eleverna förstår hur integralen kan bli negativ och även noll då a ligger till vänster om b. Låt också eleverna upptäcka vad som händer då b ligger vänster om a.	
För över integralens värde till y-axeln genom att använda *Konstruktion, Mätningsöverföring*. Klicka först på värdet sedan på y-axeln. Denna uppenbarar sig som en punkt. Konstruera en linje vinkelrätt mot y-axeln genom punkten och ytterligare en genom punkten b vinkelrät mot x-axeln (*Konstruktion, Vinkelrät*). Bestäm skärningspunkten, P, mellan dessa linjer (*Punkter och linjer, Skärningspunkt*). Använd *Attribut* att markera punkten med en öppen cirkel.	
Använd D*ölj/Visa* fö*r* att ta bort onödiga konstruktionslinjer. Studera vad som händer med punkten P då b flyttas längs x-axeln. Vilken typ av kurva följer P? Vad sker om b ligger stilla och a flyttas? Använd *Konstruktion, Ort* och klicka först på punkten P sedan på punkten b på x-axeln. Orten för punkten P dyker upp som graf. Använd *Attribut* att markera denna streckad. Flytta nu först punkten b sedan punkten a och observera vad som händer. Se bilderna nedan.	
	

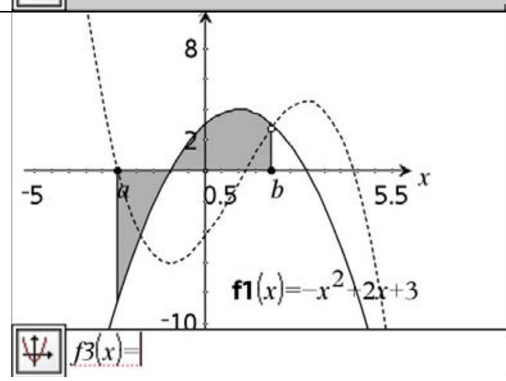
Med kännedom om att den primitiva funktionen, *F(x)*, är den funktion som då den deriveras ger den ursprungliga, *f(x)* dvs. *F´(x) = f(x)* kan eleverna genom prövning försöka finna den tredjegradsfunktion som har ritats. Genom detta får eleverna en känsla för ”den godtyckliga konstanten” i den primitiva funktionen Genom att redigera *f2(x)* ska de matcha den streckade kurvan. Se vänstra bilden nedan.
Uppmuntra också eleverna att flytta punkten *a* för att få god förståelse. Se den högra bilden nedan där *a* har ett annat värde och *f2(x)* har redigerats.

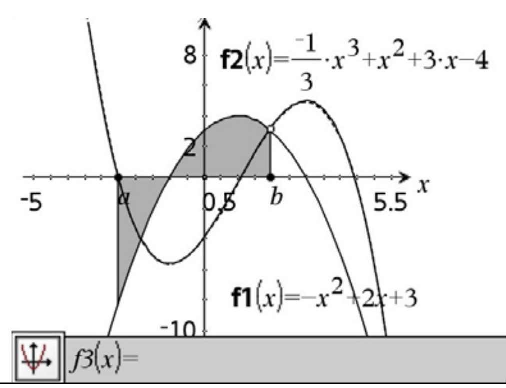






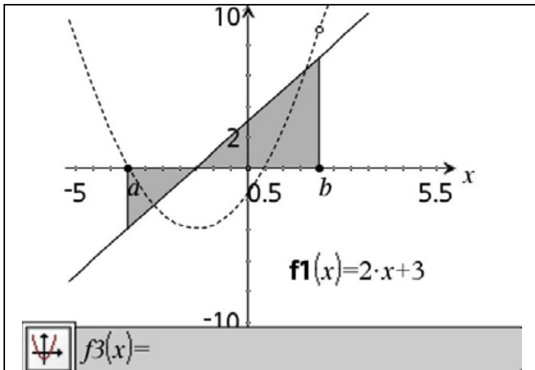
Eleverna bör nu ändra koefficienterna i sitt andragradspolynom för att se konsekvenserna av dessa förändringar. Även här bör de uppmuntras leka med intervallgränserna och att försöka finna uttrycket för den tredjegradsfunktion som ritats.

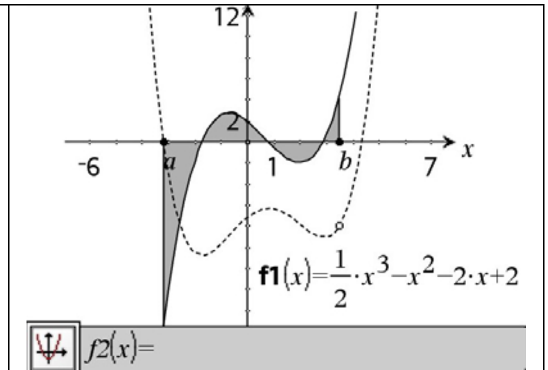




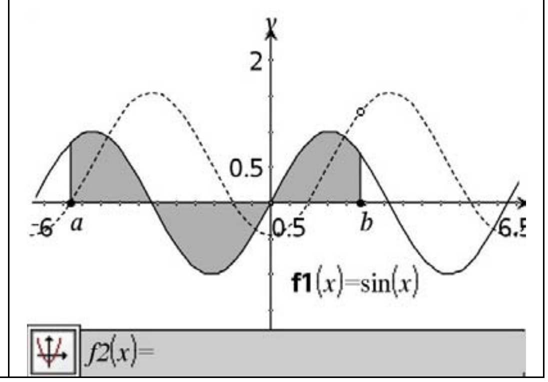
Extra

Uppmana eleverna att studera linjära funktioner och tredjegradsfunktioner.





För senare bruk kan denna aktivitet användas att undersöka andra typer av funktioner, som t.ex. trigonometriska, exponentialfunktioner och rationella funktioner.



.
.