EP045 – 2008 : Points équidistants d'une droite et d'un point

Auteur du corrigé : Alain Soléan **TI-Nspire™ / TI-Nspire™ CAS**

***Avertissement** : ce document a été réalisé avec la version 1.4 ; il est disponible dans sa version la plus récente sur notre site http://education.ti.com/france, menu Ressources pédagogiques.*

Fichier associé : EP045_2008_PointsEquidistants.tns

1. Le sujet

Sujet 045 de l'épreuve pratique 2008 – Points équidistants d'une droite et d'un point

Enoncé

On considère dans le plan ($\mathcal{P}$) une droite *D* et un point *F* non situé sur cette droite. Il s'agit de déterminer l'ensemble *G*, lieu géométrique des points du plan équidistants de *D* et *F*.

1. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construire la droite *D* et le point *F*. Construire également un point *H* sur la droite *D* et la droite *T* perpendiculaire à *D* en *H*.

2. Construire un point *M* de *T* équidistant de *F* et de *H*. Construire le lieu géométrique du point *M* lorsque le point *H* décrit la droite *D*. Quelle conjecture peut-on faire sur la nature de *G* ?

3. On considère un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$ tel que *D* est la droite $(O ; \vec{i})$ et le point *F* est sur la droite $(O ; \vec{j})$. Pour un point *M* (x, y) quelconque du plan, on considère le point *H*, projeté orthogonal de *M* sur la droite *D*.

a) Calculer MF^2 et MH^2 en fonction de *x* et *y* et en déduire une condition liant *x* et *y* pour que le point *M* soit équidistant de *F* et de *D*.

b) Donner alors une équation de *G* et conclure.

Production demandée

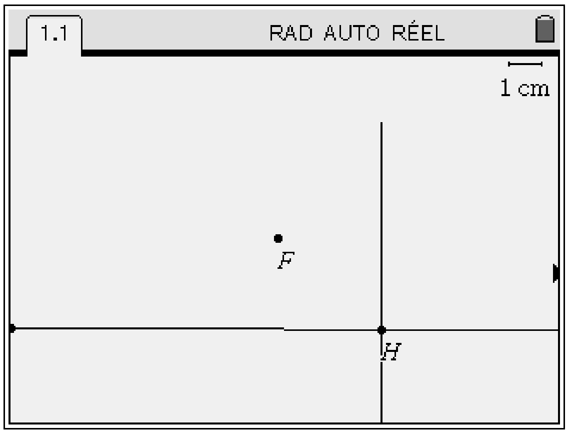
- Réaliser une figure adaptée à la situation ;
- Expressions de MF^2 et MH^2 ;
- Réponses argumentées pour la question **3.b).**

Compétences évaluées

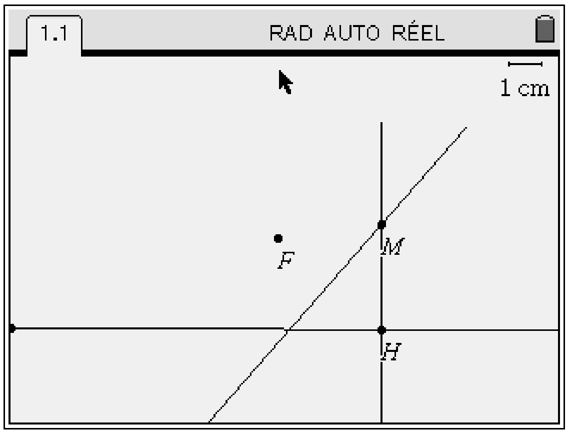
- **Compétences TICE**
  - Réaliser des constructions avec un logiciel de géométrie dynamique ;
  - Émettre des conjectures.
- **Compétences mathématiques**
  - Équation de la médiatrice d'un segment ;
  - Équation cartésienne d'une parabole.

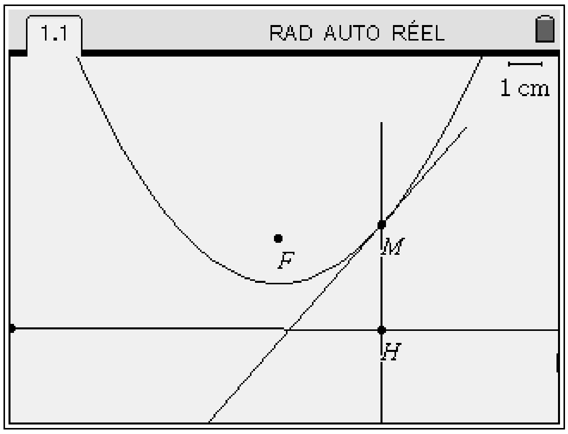
2. Corrigé

1) Ouvrir une page **Graphiques et géométrie**.
Faire afficher le **Plan géométrique.** Tracer une **Droite** et un **Point** le nommer *F*. Construire *H* **Point sur** la droite précédente, enfin construire la **Perpendiculaire** à cette droite passant par *H*.



2) Pour construire le point *M*, qui vérifie MF = MH , il faut construire la **Médiatrice** des points *F* et *H*, et le **Point d'intersection** de cette médiatrice avec (*T*).





On demande ensuite le **Lieu** de *M* lorsque *H* varie.

On peut conjecturer que *G* est une parabole.

3) Soit le repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$. Si *D* est la droite $(O ; \vec{i})$ son équation est $y = 0$ et si *F* est sur la droite $(0 ; \vec{j})$ ses coordonnées peuvent être $(0 ; a)$ avec *a* réel.
Si on a $M(x ; y)$ alors *H* a pour coordonnées $(x ; 0)$
a) De là $\mathrm{MF}^2 = (-x)^2 + (a - y)^2 = x^2 + a^2 - 2ay + y^2$ et $\mathrm{MH}^2 = y^2$
b) $\mathrm{MF} = \mathrm{MH} \Leftrightarrow \mathrm{MF}^2 = \mathrm{MH}^2 \Leftrightarrow x^2 + a^2 - 2ay = 0$
d'où *G* a pour équation $y = \dfrac{x^2 + a^2}{2a}$. C'est bien l'équation d'une parabole

Tous les écrans de ce document sont obtenus à l'aide de la calculatrice.