Triangel under kurva

Mål för aktiviteten

Att undersöka hur arean av en speciell triangel under grafen av funktionen $y = \frac{1}{x}$ varierar.

Nödvändiga förkunskaper

Kunskaper om derivata och tangentens ekvation. Någon erfarenhet av att använda TI-Nspire CAS+

Uppgift

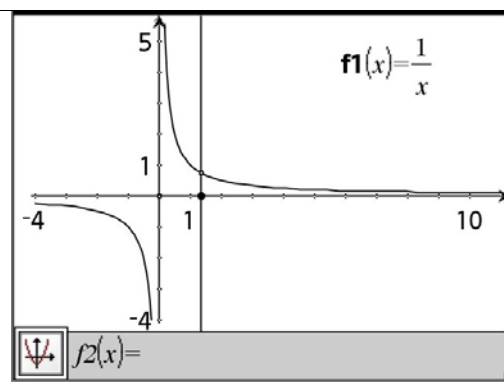
Rita grafen av funktionen $y = \frac{1}{x}$. Rita en tangent till kurvan i en godtyckligt vald punkt. Bestäm arean av den triangel som definieras av skärningspunkterna mellan tangenten och de båda koordinataxlarna och origo. Undersök hur denna area förändras då tangeringspunktens koordinater förändras. Bevisa slutligen att det du upptäckt gäller generellt för denna funktion.

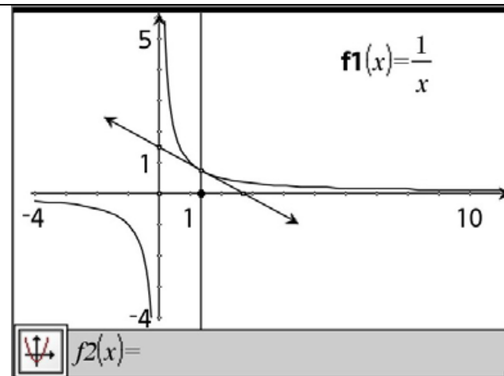
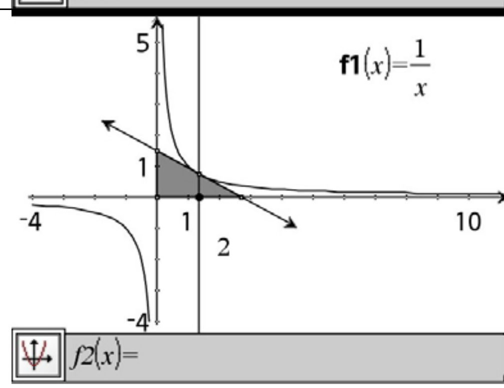
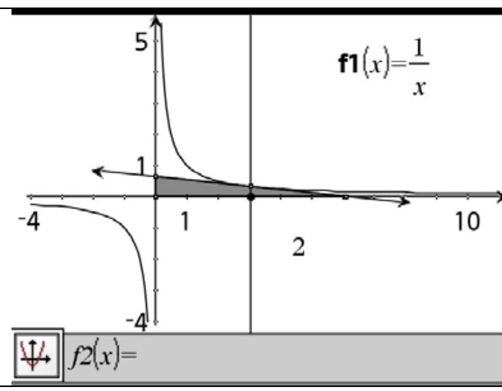
Genomförande

Skicka filen ”Aktivitet3_TriangelUnderKurva_CAS_student_SV.tns” till elevernas räknare. I denna fil finns fullständig steg för steg anvisning till eleverna för att genomföra undersökningen. Låt gärna eleverna arbeta i par och uppmuntra dem att diskutera under lösningen.

Lärarstöd

En fullständig lösning till uppgiften finns i filen ”Aktivitet3_TriangelUnderKurva_CAS_lösning_SV.tns”. Innehållet i denna redovisas nedan med kommentarer.

Eleverna öppnar en sida med Grafer & Geometri och definierar funktionen f1(x)=1/x. Med *Punkter & Linjer*, *Punkt på* placeras en punkt på x-axeln. Använd *Konstruktion*, *Vinkelrät* för att rita en linje vinkelrätt mot x-axeln genom punkten på x-axeln. Använd *Punkter & Linjer*, *Skärningspunkt* för att bestämma skärningspunkten mellan kurvan och linjen. Klicka först på den ena och sedan den andra.	

Välj *Punkter & Linjer*, *Tangent* och klicka på skärningspunkten mellan linjen och kurvan. Definiera skärningspunkterna mellan tangenten och y-axeln på samma sätt som ovan, dvs välj *Skärningspunkt*. Klicka på tangenten och sedan på y-axeln. Upprepa för skärningen mellan tangenten och x-axeln.	
Välj *Former*, *Triangel* och klicka på triangelns tre hörn, dvs. de båda skärningspunkterna mellan koordinataxlarna och tangenten och origo. Välj *Attribut* och fyll med Grått genom att klicka på triangelns omkrets. Välj *Mätning*, *Yta(Area)*. Klicka i triangeln. Arean blev 2 m^2. Flytta mätvärdet så att det hamnar utanför triangeln för överskådlighet. .	
Flytta punkten på x-axeln och därmed tangeringspunkten. Observera hur arean förändras. Arean förblir konstant 2 m^2. oberoende av tangeringspunktens läge. Nästa fas i undersökningen blir att bevisa att detta är sant.	

Eleverna öppnar en sida med Räknare och definierar derivatan av f1(x) med hjälp av *Definiera*. Namnet på derivatfunktionen har valts till f1der(x). Såväl *Definiera* som *Derivata* finns under knappar uppe i menyraden. Tangeringspunktens x-koordinat kallas a. Därefter tecknas tangentens ekvation t(x) i punkten med x=a..	Define $f1der(x)=\frac{d}{dx}(f1(x))$ *Klar* Define $t(x)=f1der(a)\cdot(x-a)+f1(a)$ *Klar* 2/99
Skärningspunkten med y-axeln bestäms genom att sätta x=0. Denna döps till h. Sedan bestäms skärningspunkten med x-axeln med *Lös* (Lös finns under en knapp). Så avslutningsvis beräknas triangelarean som basen*höjden/2. Den blir 2 (ae.) som synes. Därmed är det bevisat att arean är konstant och = 2 ae.	Define $f1der(x)=\frac{d}{dx}(f1(x))$ *Klar* Define $t(x)=f1der(a)\cdot(x-a)+f1(a)$ *Klar* Define $h=t(0)$ *Klar* solve$(t(x)=0,x)$ $x=2\cdot a$ $\frac{2\cdot a\cdot h}{2}$ 2 5/99

Extra

Låt eleverna generalisera genom att i Grafer & Geometri undersöka y=2/x och 3/x för att upptäcka ett mönster.
Låt dem sedan bevisa, i Räknare, vad som händer med arean för funktionen y=k/x, där k är en godtycklig konstant $k \neq 0$.

Fördjupning

Undersök på likartat sätt arean av motsvarande triangel om funktionen är $y=\frac{1}{x^2}$.

Finns det något samband mellan arean och tangeringspunktens x-koordinat?

Lösningen:
I Grafer & Geometri används förslagsvis Ort för att se kurvan och sedan sker bevisningen i Räknare.

Om tangeringspunkten har x=a är arean $\frac{9}{4\cdot|a|}$.