F2n – LE COMPAS

Auteur : Jean-Pierre Bouvier **TI-Nspire™ - TI-Nspire™ CAS**

Mots-clés : aire, fonction, variations, maximum, représentation graphique, triangle rectangle.

Fichiers associés : F2nElev_Compas.tns, F2nProf_Compas_FR.tns

1. Objectifs

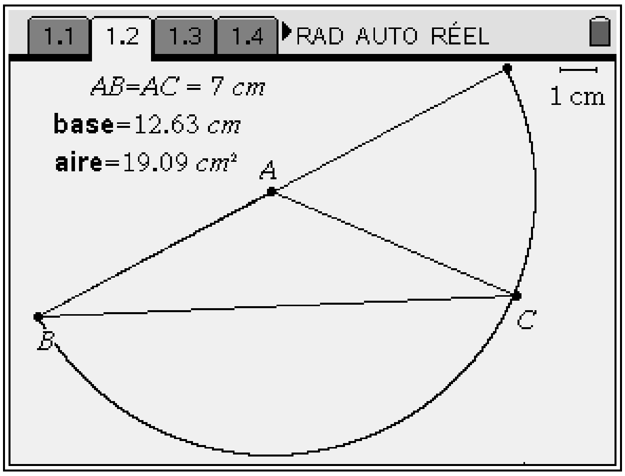
Mettre en place les premiers éléments de l'étude d'une fonction. Découvrir les notions de variations d'une fonction et de maximum.
Familiariser l'élève au recueil de données d'une figure géométrique et à la représentation du nuage de points correspondant.

2. Commentaires

Le thème abordé, recherche de l'aire maximale d'un triangle isocèle, est classique, mais l'approche, grâce à la calculatrice ou le logiciel TI-Nspire, permet une grande autonomie de l'élève, qui conduit pas à pas sa recherche, conforte ses impressions, puis les valide par une démonstration géométrique simple, accessible en classe de Seconde.

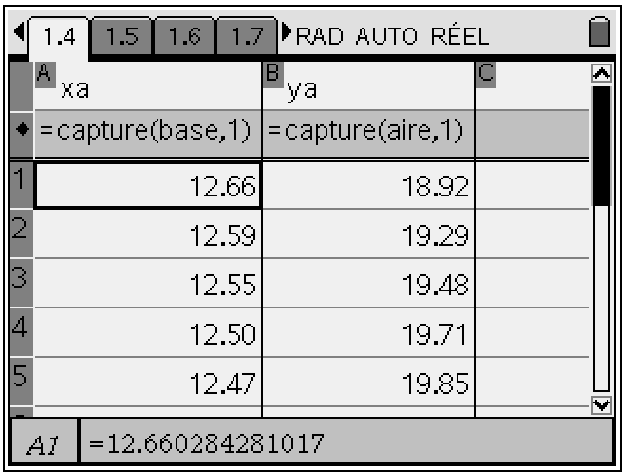
3. Conduite de l'activité

La construction est expliquée en page 1 et donnée en page 2.
Les segments [*AB*] et [*AC*] gardent une longueur constante : 7 cm. Le point *C* est variable et permet de faire varier la base de 0 à 14 cm et d'obtenir l'aire correspondante.
La longueur de [*BC*] et l'aire du triangle *ABC* sont enregistrées comme des variables, respectivement : **base** et **aire**.
Dans une première approche, l'élève est invité à faire varier la longueur du segment [*BC*] et à conjecturer les variations de la fonction « aire », ainsi que son maximum.

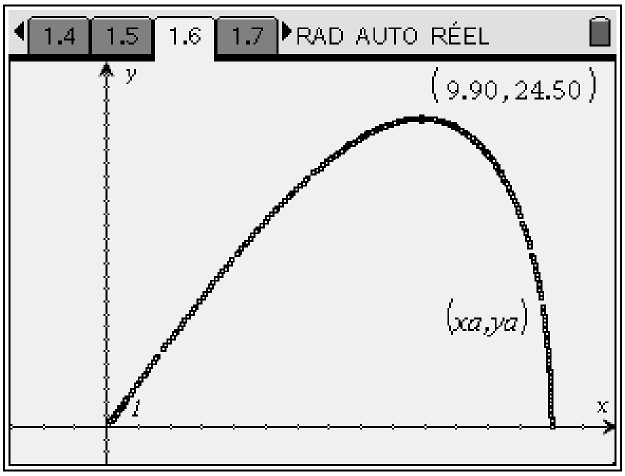


Pour conforter ses impressions, l'élève demande alors la saisie manuelle de données dans le tableur (page 4).

Procédure :
Se placer dans la colonne A, cliquer sur l'icône 3 : « 1, 3, 5… », puis choisir « Capture de données automatique ».
Dans = capture(*var*,1), remplacer *var* par **base**. Valider par **enter**.
Opérer de même dans la colonne B :
= capture(**aire**,1).
Puis faire varier le point *C* dans la figure. Les valeurs sont alors inscrites automatiquement dans les colonnes A et B (cf. écran, page 4).



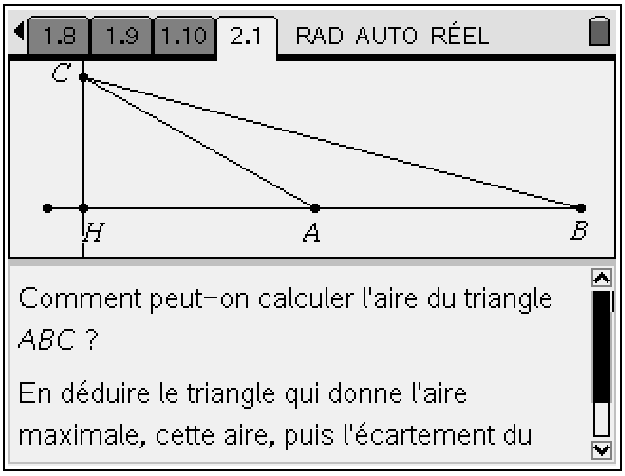
L'élève demande alors de représenter les points ainsi recueillis.
On donne un nom aux colonnes A et B (ici, xa et ya, cf. page 4) et on affecte à x et à y dans la ligne d'état de la page 6, les noms **xa** et **ya**. On obtient le tracé ci-contre.
Avec **Point sur** le nuage de points, on obtient les coordonnées des points ; on repère alors le point qui semble correspondre au maximum de la fonction.
On obtient ainsi le résultat suivant :
il semble que la fonction soit croissante sur l'intervalle [0 ; a] et décroissante sur l'intervalle [a ; 14], avec $a \approx 9{,}90$ cm.
Le maximum semble atteint en a et vaut environ 24,5 (cm^2).



On souhaite maintenant connaître la valeur exacte du maximum.
Pour ce faire, on demande à l'élève une démonstration géométrique.

En faisant varier le point C dans la figure donnée en page 2, l'élève peut se rendre compte que le triangle correspondant à l'aire maximale semble rectangle en A. Il est toutefois gêné par la figure donnée qui ne l'incite pas à choisir les bons éléments pour calculer l'aire (base [AB] et hauteur issue de C).

Si l'élève ne trouve pas la réponse, on lui donnera une indication en le renvoyant à la page 1 du problème 2 : la figure modifiée ci-contre doit lui permettre de mieux appréhender la solution simple.



Il peut alors conclure :
L'aire du triangle est : $\frac{1}{2} \times AB \times HC$. Comme AB est constante, l'aire maximale est obtenue pour la valeur maximale de HC, c'est-à-dire AC.
Le triangle ABC est alors rectangle en A et son aire vaut : $\frac{1}{2} \times 7^2 = 24{,}5$ (cm^2). Sa base mesure $7\sqrt{2}$, peu différent de 9,9 (cm).

4. Compléments

• Les élèves peuvent avoir tendance à privilégier une solution analytique. L'aire du triangle s'exprime, en fonction de la longueur x de la base, par : $S = \frac{x}{2}\sqrt{49 - \frac{x^2}{4}}$. Mais l'élève bute sur la recherche du maximum de la fonction. Le calcul formel (possible avec TI-Nspire CAS) permet évidemment de retrouver en classe de Première le résultat ci-dessus.

• En classe de Première, une autre méthode est tout à fait pertinente. Si l'on a rencontré l'expression de l'aire du triangle ABC sous la forme $S = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin BAC$, comme les côtés [$AB$] et [$AC$] gardent une longueur constante, l'aire est maximale quand sin BAC est maximal. L'angle BAC varie de 0 à π. Le maximum de sin BAC est donc égal à 1 pour BAC = 90°.
On retrouve ainsi l'aire maximale $\frac{1}{2} \times AB \times AC$, quand le triangle est rectangle en A.