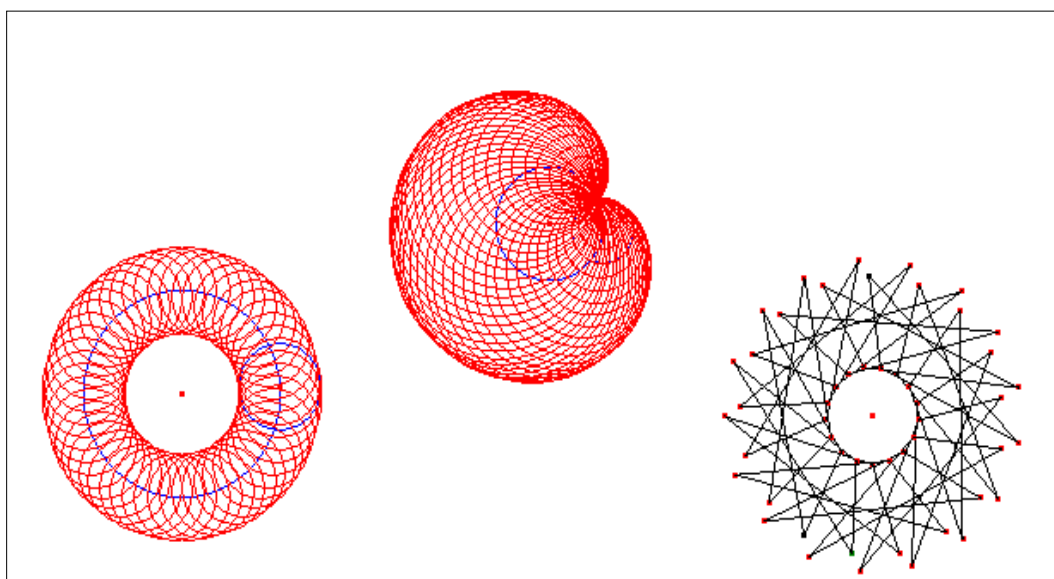


GODA EXEMPEL MED
GEOMETRI PROGRAMMET
CABRI GEOMETRY II

Lil Engström & Hamada Sidqi



Författare:
Lil Engström
Hamada Sidqi

©Texas Instruments International Trade Corporation (Sverigefilialen)
Internet: <http://www.ti.com/calc/cabri>

Författarna:

Lil Engström, universitetsadjunkt på Lärarhögskolan undervisar i matematikdidaktik på alla nivåer och i datakunskap. Har även avlagt sin MSc i Mathematics and Computing på South Bank University, London.
e-mail: lil.engstrom@lhs.se

Hamada Sidqi, adjunkt på gymnasiet i matematik och fysik och arbetar även som timlärare på PRIM på Lärarhögskolan.
e-mail: shamada@telia.com

Båda har arbetat mycket med Cabri och ger här förslag på uppgifter där detta program kan används. Uppgifterna är inte systematiserade och täcker absolut inte allt man kan göra med Cabri.

Om DPG program

Det finns ett par DGP-program (Dynamic Geometry Program) som stödjer ett undersökande arbetssätt. Det som är grundläggande hos dessa program är

1. 'Drag-mode' and 'macro constructions' are the most powerful extensions that distinguish CABRI from the traditional paper-and-pencil setting (Hölzl, 1997, sid. 173)
2. Simulate ruler and compass constructions as laid down in Euclid's Elements some 2000 years ago.
3. Support those constructions by macros that can be defined by the user.
4. ...and-most strikingly- allow certain parts of a figure to be moved without changing its underlying geometric relationships (Hölzl, 1997, sid. 169)

Om CABRI

Ett av dessa program heter CABRI. Det är ursprungligen franskt men finns numera översatt till engelska, spanska och tyska och svenska. (Egentligen finns det översatt till 20 språk) Manualerna är lättlästa och lättförståeliga. En demoversion kan laddas ned från Internetadressen <http://www-cabri.imag.fr/index-e.html>. På <http://www-cabri.imag.fr/abracadabri> kan man hitta intressanta övningar. Programmet utvecklas på ett didaktiskt forskningsinstitut i Grenoble av bl.a. lärare i matematik.

Den svenska filen kan laddas ned från Internet via <http://www.dalnet.se/~stella/broman>

Om detta häfte

Här ger vi nu några olika typer av problem där programmet med fördel kan användas. En del exempel är ganska utförligt beskrivna så att det blir lättare att komma in i programmet. Detta förtar en aning det utforskande arbetssättet och är inte att rekommendera i klassrummet.

Vi använder de engelska kommandona i kursiv stil. (motsvarande svenska skrivs efter inom ' '). Programmet skiljer på att rita och att konstruera. En konstruktion bibehåller alla egenskaper även om figuren flyttas, förminskas, förstoras eller förändras på olika sätt. T.ex. är en rätvinkel konstruerad förblir den rät i alla lägen. Försöker man rita en rät vinkel som också får mätvärdet 90° är det lätt att förstöra den genom att vrida ett vinkelben.

CABRI är ett datorprogram i matematik där eleven stimuleras att ställa frågor, som han/hon själv besvarar genom att utforska och generalisera. Generaliseringen leder till att eleven kan ställa egna hypoteser och pröva om de gäller generellt. Ett sådant program stärker med all sannolikhet elevens självförtroende. Elevens nyfikenhet uppmuntrar denne att gå vidare.

Övrigt

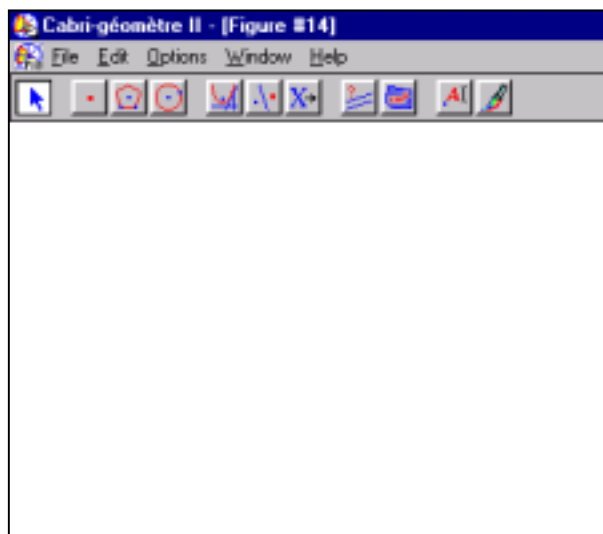
Manualen är på engelska men mycket instruktiv.

Broman, Englund, Engström: En upptäcktsresa i geometrin, Ekelunds förlag, Solna.

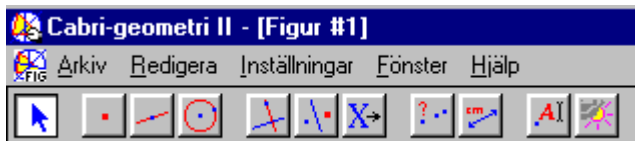
Programmet finns att köpa som en användare och som skollicens (hur många datorer som helst) på Ekelunds förlag eller YD Science & Arts, Onsala.

Uppgifter

1. Öppna programmet. Följande skärmbild kommer upp.

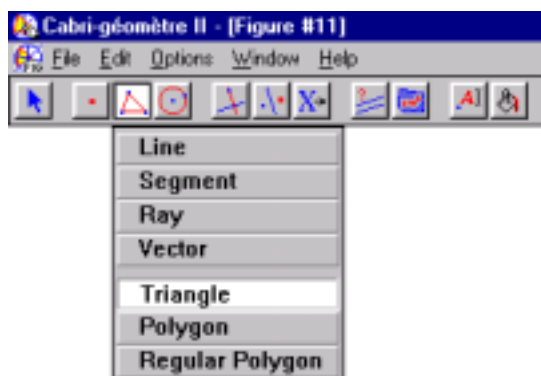


Pröva kommandona *File*, *Edit*, *Options*, *Windows* samt *Help*. På svenska ser kommandona ut enligt nedan.



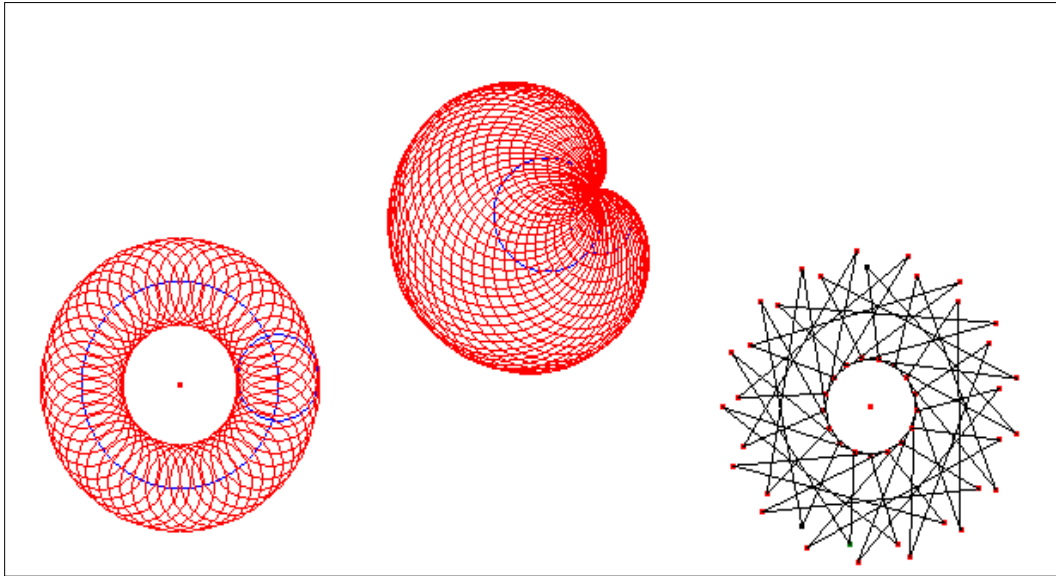
(Med hjälp av Options kan man bl.a. välja vilket språk man vill arbeta med och hur många decimaler man vill ha i mätvärdena (*Preferences*, '*Inställningar*'). Då Hjälp funktionen är påkopplad visas nederst på skärmen innebörden av det aktuella kommandot.

Kommandona i den undre raden, nedan kallad kommandoraden, består av rullgardinsmenyer. *Pilen* längst till vänster klickar man på, då man behöver markören.



Uppgift 1. Konstverk

Rita ett konstverk genom att använda olika kommandon och färglägg med kommandot *Fill* 'Fyll', Rita tjocka linjer med kommandot *Thick* (Linjetjocklek)



Uppgift 2. Undersök

Undersök kommandona *Segment*, 'Sträcka', *Line*, 'Linje', och *Ray* 'Stråle' i första 'kvadraten' efter markören, som ger en rullgardinsmeny. Beskriv med egna ord det du ser på skärmen med kommandot *Comments*, 'Text', (näst sista kvadraten).

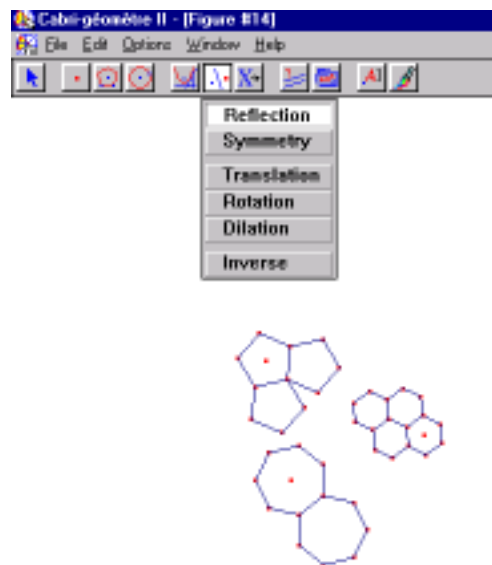
Kommentar: Här kan även yngre barn formulera en generalisering då de exempelvis skriver att en sträcka har två stopp.

Uppgift 3. Tessellering.

Vilka av nedanstående figurer skulle du kunna använda till att täcka ett badrumsgolv med?



Genomförande: Välj *Reflection (Reflektion)*. En hand visar sig då du närmar dig polygonens sida. Du får uppmaningar, som du besvarar med att klicka med musen. Bilden nedan visar var kommandot finns samt hur figurerna kan se ut då kommandot är utfört.



Slutsats: Eleven kan här dra den slutsatsen att polygoner med udda hörn går ej att tessellera och de med jämnt antal hörn går att tessellera. Be dem då pröva en liksidig triangel och en oktagon (*Regular Polygon*, 'Regelbunden Polygon', 3 respektive 8 sidig).

Uppgift 4. Mer om tessellering

- Undersök om en parallelltrapets kan tessellera. Rektanglar och parallelltrapetsar är fyrhörningar. Hur går det om en fyrhörning är konkav? Kan man tessellera den?
- En regelbunden femhörning kan inte tessellera? Undersök om det finns en oregelbunden femhörning som kan tessellera?

Uppgift 5. Undersök en triangel.

Använd kommandot *Triangle 'Triangel'* och klicka med musen tre gånger då ritas en triangel.

Genomförande: Namnge hörnen med kommandot *Label*, 'Namn' och markera vinklarna med kommandot *Mark Angle*, 'Vinkelmarkering' som finns i samma rullgardinsmeny. Markeringen görs genom att klicka med musen på tre punkter varav dem mittersta är vinkelns spets.

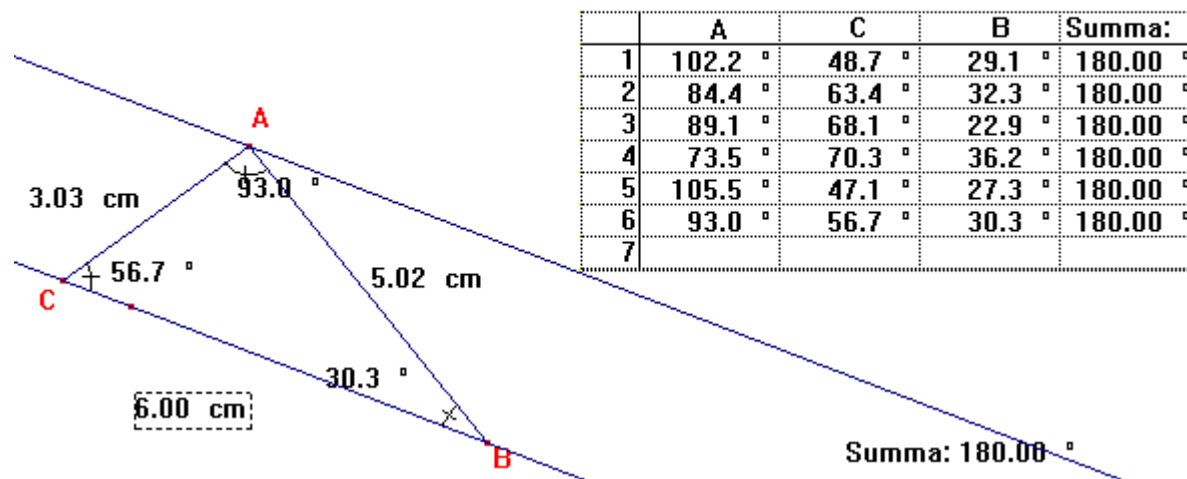
Mät vinklarna med kommandot *Angle*, 'Vinkel' och klicka på markeringen och mät sidornas längder med *Distance and Length*, 'Avstånd och längd'. Det senare kommandot föreslår ett mått på omkretsen om man pekar på en sida. För att mäta en sida, klicka på de två ändpunkterna.

Slutsats: Den största sidan står mot den största vinkeln. Är det alltid så? Uppmana eleven att med markörens hjälp ta tag i ett hörn och dra. Triangeln ändrar utseende och mätvärdena följer med. Vad händer om man förändrar triangelns form ytterligare?

Fortsatt genomförande: Använd kommandot *Calculate*, 'Räknedosa'. Klicka på vinklarnas mätvärden och använd "+" tecknet emellan. Klicka därefter på "=" i kalkylatorn. Placera musen på resultatet håll musknappen nere och dra upp resultatet bredvid triangeln. Genom att klicka på ordet resultat kan ordet ändras till vinkelsumman. Använd kommandot *Tabulate*, 'Tabellera'. Dra ut tabellen så att det bildas fyra kolumner och sju rader. Genom att ha kommandot *Tabulate* aktivt, (kvadraten i kommandoraden är upplyst) tabelleras vinklarnas mätvärden genom ett musklick på ett vinkelvärde i taget och till sist på mätvärdet för vinkelsumman. Förändra formen och upprepa kalkyleringen och tabelleringen. Man kan också använda kommandot *Animation*, 'Animera' (näst sista kvadraten). En spiral visas då man klickar på en hörnpunkt. Den kan dras ut och triangeln ändrar form kontinuerligt. Genom att trycka på <Tab>- tangenten tabelleras värdena och vinkelsumman.

Slutsats: Vinkelsumman verkar alltid bli 180° . Kan man bevisa att det alltid är så? Hur stor är vinkelsumman i en fyrhörning?

Ytterligare genomförande: Drag en linje parallell med BC genom A med hjälp av kommandot *Parallell Line*, 'Parallell linje'. Mät de nya vinklarna. Vilka slutsatser kan dras? Förändra triangelns form. Är slutsatserna desamma? Drag en linje med kommandot *Line*, 'Linje' genom BC. Kanske någon upptäcker yttervinkelsatsen.



Uppgift 6. Sammanbindning av mittpunkterna på sidorna i en triangel

a)

1. Konstruera en godtycklig $\triangle ABC$.
2. Konstruera mittpunkterna på sidorna AB och AC. *Midpoint, 'Mittpunkt'*
3. Sammanbind dem och kalla sträckan DE.
4. Undersök sambanden mellan de olika vinklarna, (markera vinklarna innan du mäter dem) längden på sträckorna och triangelareorna etc. Vilka slutsatser kan du dra. Går det att generalisera? Förändra figuren och se.
5. Anteckna iakttagelserna

b)

1. Konstruera mittpunkten, F, på den tredje sidan och konstruera $\triangle DEF$.
2. Vad kan du dra för slutsatser. Går det att generalisera? Förändra figuren och se.
3. Anteckna iakttagelserna

c)

1. Konstruera på motsvarande sätt mittpunkterna på sidorna i $\triangle DEF$ och sammanbind dessa.
2. Vad upptäcker du. Går det att generalisera? Förändra figuren och se.
3. Anteckna iakttagelserna

d)

1. Fortsätt att konstruera trianglar på detta sätt.
2. Jämför de nya trianglarna med den ursprungliga triangeln ABC.
3. Vad upptäcker du?, Går det att generalisera? Förändra figuren och se.
4. Anteckna iakttagelserna

Uppgift 7. Sammanbindning av mittpunkterna i en fyrhörning

a)

1. Använd kommandot *Polygon*, 'Polygon' och konstruera en fyrhörning ABCD.
2. Konstruera mittpunkten på varje sida i ABCD. Namnge dem EFGH
3. Använd *Polygon* och bind samman dessa punkter

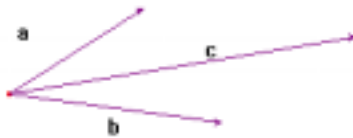
4. Undersök relationerna mellan ABCD och EFGH och vilka som bibehålls då figuren ändras. OBS: Den ursprungliga fyrhörningen kan både vara konkav och konvex.
5. Anteckna iakttagelserna.

b

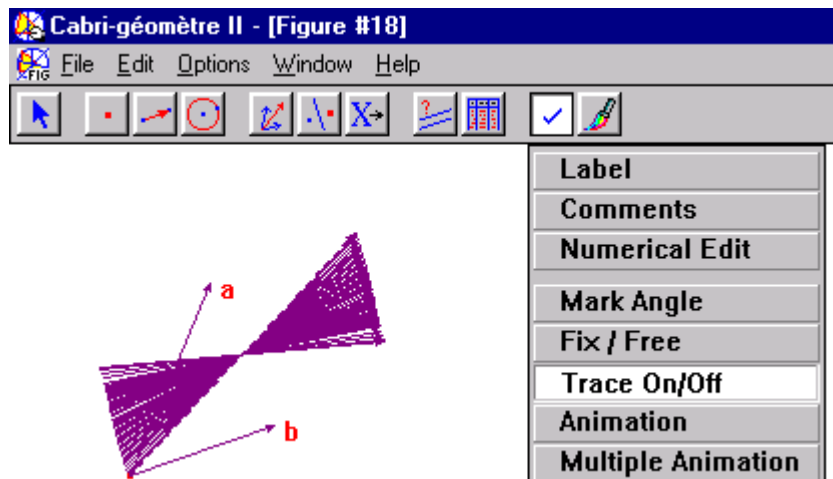
1. Undersök olika månghörningar på samma sätt
2. Anteckna iakttagelserna, undersök om det finns något mönster.

Uppgift 7. Vektorer

Rita de två vektorerna a och b *Vector*, 'Vektor' och konstruera vektorsumman *Vector Sum* 'Vektorsumma' (vector c)



Aktivera kommandot *Trace On*, 'Spår på/av' och klicka på vektor c och därefter dess ändpunkt. Håll musknappen nere och dra. Följande bild kan uppstå.



Introduktion av variabler och funktioner

Uppgift 8. Definitionsmängd

Utför följande kommandon

1. *Show axes*, 'Visa axlar'
2. *Define Grid*, 'Definiera gitter'
3. Med *Point on object*, 'Punkt på objekt' markera två punkter A och B med koordinaterna A(-5,0) and B(6,0). Namnge dem med *Label*. (A och B). Om man skriver A exakt efter man placerat punkten behöver man inte använda Label. Då man försöker placera punkterna på x-axeln får man frågan *Which object*. Välj : Grid.
4. Konstruera sträckan *Segment*, AB
5. Placera punkten X på sträckan AB (*Point on object*)
6. Ange koordinaterna till punkterna A, B och X med kommandot *Equation and Coordinates*, 'Ekvation o. Koordinater'. Flytta punkten x and ange vilka värden X är definierad för.

Uppgift 9 Funktion

- a) Använd *Calculate*, 'Räknedosa' för att få värdet av of -3 and 5 enligt formeln $2x-4$. Detta görs på följande sätt: Placera punkten M på $x = -3$. Aktivera kalkylatorn, skriv talet 2 och klicka på multiplikationstecknet, klicka på punkten M:s x värde (det visas ett a) mata därefter in -4. Klicka på = och resultatet visas.
- b) Dra upp resultatet på skärmen och byt ut ordet resultat till $g(x)$ genom att använda kommandot, *Numerical Edit*, 'Ändra numeriskt'. Flytta punkten M och notera resultatet. Vilka värden kan $g(x)$ anta?
- c) Gör en tabell på papper eller använd *Tabulate* 'Tabellera' och tabellera olika värden på x och $g(x)$
- d) Använd kommandot *Measuremet Transfer*, 'Måttöverföring', och klicka på värdet av $g(x)$ och på y-axeln. Resultatet blir en punkt på y-axeln. Kalla den P och ge den dess koordinater (*Equation and Coordinates*). Flytta punkten M och iakttag vad som händer. Vilka y-värden kan P anta?

Konstruera punkten Q genom att lägga en vinkelrät linje genom M och P (*Perpendicular line*, 'Parallell linje'.) Markera skärningspunkten och ange koordinaterna. Dölj linjerna (*Hide/Show*, 'Göm/Visa').

Aktivera kommandot *Locus*, 'Locus' klicka på punkten X och sedan på punkten Q. Flytta på M och iakttag vad som händer.

Gör om övningen och mata in en annan funktion t.ex. $f(x) = x^2 + 4$

Uppgift 10.

Rita en sträcka (*Segment*) och undersök kommandona *Perpendicular Line*, 'Vinkelrät linje' och *Perpendicular Bisector* 'Mittpunktsnormal'. Vilka egenskaper har dessa kommandon? Skriv med hjälp av kommandot *Comments*, 'Text'.

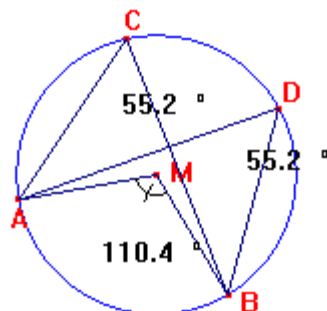
Uppgift 11. Sambandet mellan triangel och omskriven eller inskriven cirkel

- Konstruera en triangel. Konstruera mittpunktsnormalerna till varje sida (*Perpendicular Bisector*, 'Mittpunktsnormal'). Försök rita en cirkel med medelpunkten i mittpunktsnormalernas skärningspunkt och som går genom cirkelns hörn eller tangerar cirkeln.. Undersök olika egenskaper genom att förändra triangelns form.
- Gör motsvarande uppgift och använd kommandot *Angle bisector*, 'Bisektris'.

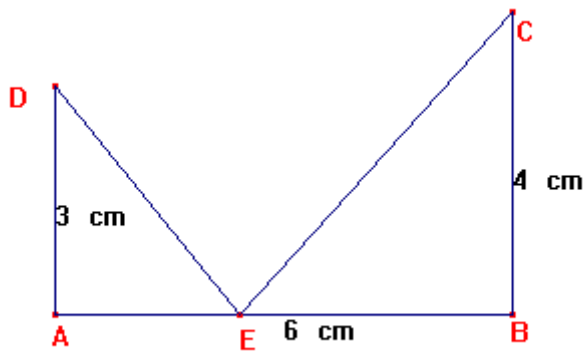
Uppgift 11. Sambandet mellan randvinklar och medelpunktsvinkeln

Konstruera en cirkel och konstruera ett par randvinklar som står på bågen AB och därefter motsvarande medelpunktsvinkel. Mät vinklarna. Vad iakttar du? Kan man generalisera.

Genomförande: Konstruera en cirkel (*Circle*, 'Cirkel'). Konstruera randvinklar och medelpunktsvinkel enligt figuren nedan (*Segment*). Namnge punkterna med (*Label*, 'Namn'). Markera vinkeln M och mät därefter vinklarna M, C och D (*Angle*, 'Vinkel'). Flytta punkten C respektive D och se vad som händer. Flytta därefter Punkten A och iakttag vad som sker. Anledningen att först markera vinkeln M är att man då kan få mätvärden större än 180° . Observera att decimalen är avrundad eftersom programmet räknar med 18 decimaler. Eleverna kommer också att märka att då randvinklarna står på var sin sida om M så är de inte lika stora. Men tillsammans 180° . Där måste man utöka begreppsvärlden till vilken båge en randvinkel står på.



Uppgift 12. Att hitta kortaste vägen



Bestäm minimum av summan av EC och ED.

Figuren ritas i CABRI på följande sätt.

1. Rita sträckan AB (*Segment*) och namnge med hjälp av kommandot (*Label, 'Namn'*) mät den och låt den exempelvis bli 6 cm genom att dra i en ändpunkt.
2. Rita linjer vinkelräta mot AB genom punkterna A och B (*Perpendicular Line, Vinkelrär linje'*)
3. Placera punkten D och C enligt figuren på respektive linje. (*Point on Object, 'Punkt på objekt'* och *Distance and Length, 'Avstånd och längd'*).
4. Fixera punkterna D och C med kommandot *Fix/Free, 'Fixera punkt på/av'*. (Häftstiftet försvinner då du begär ett nytt kommando)
5. Lägg in en sträcka mellan DA och mellan CB, (*Segment*)
6. Dölj linjerna som går genom AD och BC genom kommandot *Hide/Show, 'Göm/Visa'* och klicka på respektive linje. (Den streckade linjen försvinner då nytt kommando begärs)
7. Placera punkten E på sträckan AB (*Point on Object*).

Genomförande: Mät DE och CE (*Distance and Length, 'Avstånd och längd'*) och addera båda värdena med *Calculate, Räknedosan'*. Dra upp resultatet till arbetsarean. Flytta punkten C och notera när summan blir minst. Denna uppgift går att utveckla genom att rita funktionen av hur summan $DE+CE$ varierar med avseende på var punkten E:placering.

Uppgift 14. En Areajämförelse

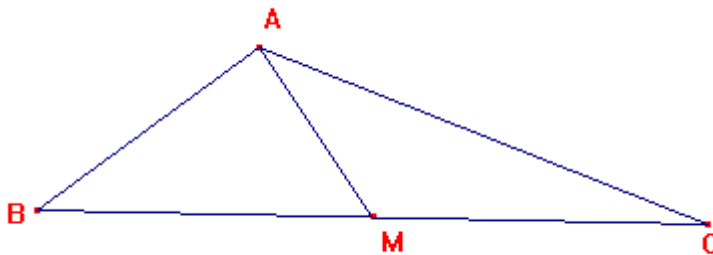
Rita en triangel ABC och låt M vara mittpunkten på sträckan BC.

- Mät arean hos trianglarna ABM och ACM.
- Fick du direkt resultat? Varför?
- Beskriv hur du gick till väga.

- Vad kan du dra för slutsats gällande dessa areor?

- Är din slutsats alltid sann? Visa detta!

Kommentar: Lägg in polygoner på ABM och ACM, för att kunna mäta dessa areor.



Uppgift 15. Liksidig triangel med en sträcka som utgångspunkt

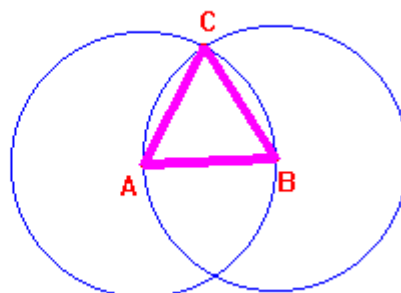
Ett enkelt sätt att rita en triangel är förstås att välja *Regular polygon*, *Regelbunden Polygon*, direkt från menyn.

Nu ska du rita en liksidig triangel med sidan AB utan att från menyn använda kommandot *Regular polygon*. Observera att din triangel skall förbli liksidig när man drar i dess hörn.

1. Utgå från en sträcka AB, rita en punkt C så att ABC blir liksidig.
2. Beskriv steg för steg din konstruktion.



14.1



Kommentar: Ett intressant och roligt sätt att lösa uppgiften på, är att göra en konstruktion där användaren (eleven) får välja att se eller inte se lösningen:

Till sitt förfogande har eleven en sträcka AB och en knapp (Bild 14.1).

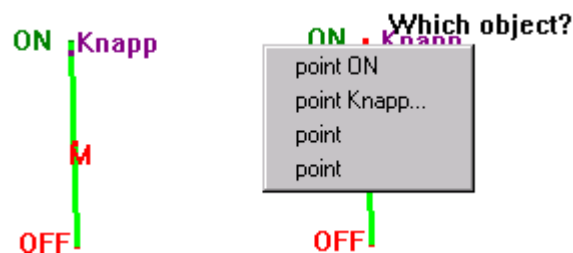
Väljer man att se lösningen så får man flytta punkten ”knapp” till sträckan mellan M och ON. Bilden 14.2 visas på skärmen.

Genomförande:

Programmet för konstruktionen av knappen:

Rita:

1. en sträcka AB.
2. en sträcka vars ändpunkter namnges med *Label*, 'Namn' ON, OFF.
3. en punkt som du kallar ”Knapp” på sträckan ON,OFF.
4. normalen, *Perpendicular line*, Vinkelrät linje till denna sträcka som går genom ”Knapp”
5. mittpunkten M av sträckan ON, OFF.
6. sträckan M, ON
7. punkt under ”Knapp” som är skärningspunkt mellan normalen och sträckan MX. (Observera att denna punkt existerar endast om punkten ”Knapp” ligger på sträckan MX !)
8. mittpunkt ”m” mellan punkt ”Knapp” och punkt A. (då man klickar på ett objekt och får en rullgardin med olika valmöjligheter så ligger det sist konstruerade objektet nederst) se figuren nedan.

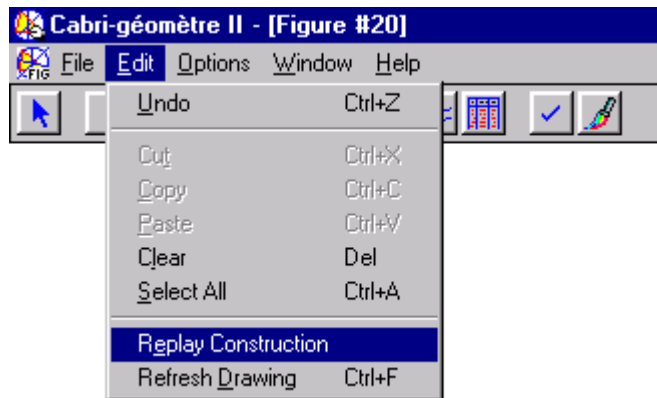


9. Använd kommandot *Symmetry* 'Symmetriavbildning' och konstruera en ny punkt genom att klicka på punkten ”knapp” och därefter på punkten M. (Observera att denna symmetripunkt existerar om och endast om ”Knapp” ligger på ON !)

Resten av konstruktionen är helt beroende av denna symmetripunkts existens.

Detta är ett sätt att programmera en konstruktion.

Obs. Du kan alltid använda kommandot *Replay construction*, 'Spela upp konstruktion' under *Redigera*, då du vill se i detalj hur en färdig konstruktion är gjord.



Slutsats:

Förutom egenskaper hos liksidiga trianglar, får eleven genom liknande övningar insikt i logik och hur en algoritm kan byggas och förhoppningsvis större intresse för programmering.

Uppgift 17 En cirkel som tangerar två givna icke parallella linjer.

Rita två räta linjer som skär varandra i en punkt.

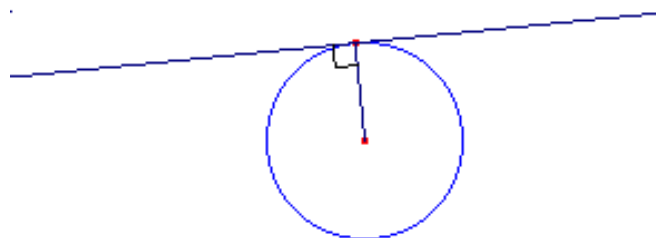
Konstruera en cirkel som "tangerar" båda linjerna.

Vad händer om man drar i linjerna eller i cirkelns centrum:

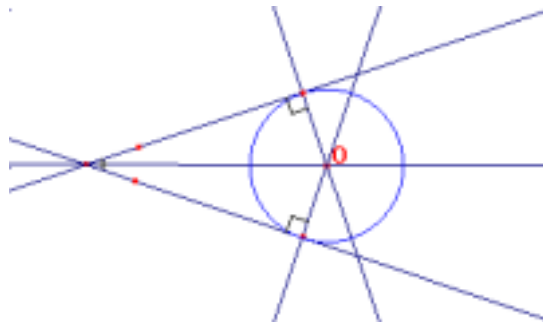
Förblir linjerna alltid tangenter till cirkeln ?

Genomförande:

En räta linje som tangerar en cirkel skär denna endast i en punkt och bildar en rätvinkel med radien som går genom denna punkt (se bilden nedan).



1. Rita två icke parallella linjer och använd kommandot *Mark Angel*, 'Vinkelmarkering' för att markera vinkeln som dessa linjer bildar.
2. Konstruera bisektrisen, *Angel Bisector*, 'Bisektris' till denna vinkel.
3. Rita en godtycklig punkt O på bisektrisen och en rätlinje, *Perpendicular Line*, 'Vinkelrät linje' som går genom denna punkt till respektive linjerna.
4. Slutligen rita cirkeln vars medelpunkt är O och som tangerar linjerna.



Uppgift 18 Konstruktion av en triangeln med hjälp av dess tyngdpunkt

- Rita tre punkter A, B och G. Går det att rita en punkt C så att G blir tyngdpunkt för triangeln ABC ?
- Beskriv hur du går tillväga.

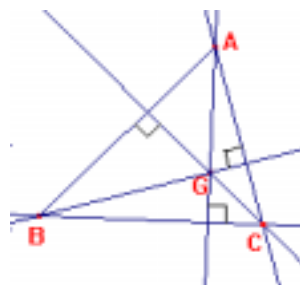
Genomförande:

En triangelns tyngdpunkt är skärningspunkten av höjden för respektive sidorna.

Ett sätt att lösa uppgiften är därför som följande:

Rita:

1. Punkterna A, B, G och sträckan AB.
2. Linjerna AG och BG.
3. Den räta linjen (välj kommandot *Perpendicular Line*, 'Vinkelrät linje') till AG som går



genom B eller den till BG som går genom A.

4. Den sökta punkten C är då skärningen mellan denna linje och höjden till sträckan AB.

Uppgift 19 Konstruktion av en rektangel med en diagonal som utgångspunkt

1. Rita två punkter A och B.
2. Rita sedan en rektangel vars ena diagonal är AB.
3. Beskriv med ord hur du gör.

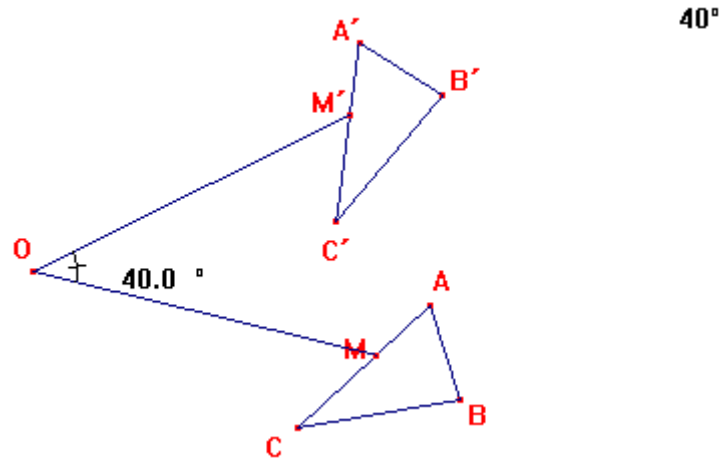
Uppgift 20 Rotationssymetri

1. Rita en punkt O.
2. Välj från menyn *Numerical Edit*, 'Ändra numeriskt'.
3. Klicka någonstans i skärmen och skriv " 40 "; sedan tryck " Ctrl+u " och välj *Degree*
4. Rita en triangel ABC (välj *Regular Polygon*)

Uppgifter:

- a) Genom att välja *Rotation* från menyn, konstrueras bilden av triangeln ABC, som fås genom rotation kring punkten O med vinkeln 40° .
- b) Flytta punkten O. Beskriv vad som händer med triangeln $A'B'C'$ (ändras dess egenskaper ? roterar den ?...etc)
- c) Ändra storleken på vinkeln med en grad i taget. Beskriv hur triangeln $A'B'C'$ förändras.
- d) Beskriv vad som händer när vinkeln är lika med 0° , 180° , 360° .
Obs ! försök att ändra vinkelns storlek genom att välja "*Animation*" från menyn.
- e) Rita en punkt M på triangeln ABC och dess bild M' som fås genom rotation kring O och vinkeln 40° .
- f) Vad händer när M rör sig fritt på ABC ?
- g) Rita sträckorna OM och OM'
 - i) Jämför OM ock OM' .
 - ii) Hur stor är vinkeln MOM' ?
 - iii) Gäller dina slutsatser från a) och b) alltid när M rör sig fritt på ABC ?
- h) Välj "*Trace On/Off*" från menyn, klicka på M' , sedan variera storleken på vinkeln.

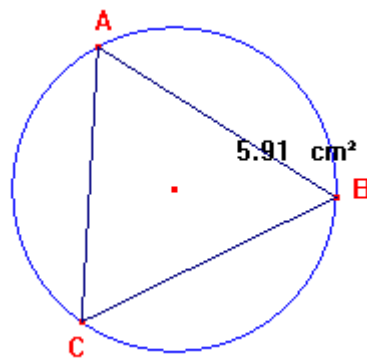
Vilken bana beskrivs av punkten M' ?



Uppgift 21

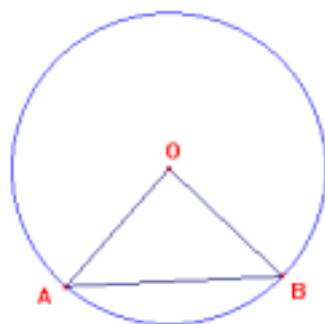
Rita en cirkel och tre punkter A, B och C på cirkeln.

Rita triangeln ABC.



Vilka positioner ger största area ?

Samma uppgift som ovan; här är punkterna A och B fria på cirkelns periferin.



Uppgift 22 (Vektor begreppet)

Mät sträckorna AB, MM' och NN'.

Undersök vilka punkter går att flytta.

Vad händer då?

Beskriv hur olika punkter i figuren nedan beror på varandra?



Uppgift 23 (Translation eller parallellförflyttning)

Translation eller parallellförflyttning är ett viktigt begrepp inom avbildningsgeometrin.

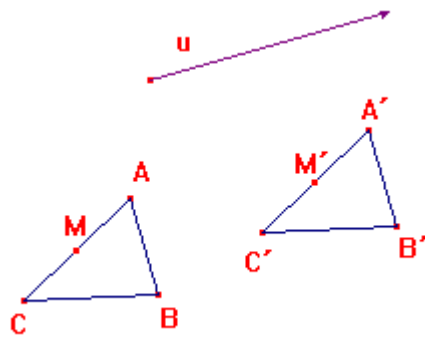
I denna uppgift ska du bekanta dig med ett nytt kommando *Translation*, '*Parallellförflytta*'.

- Rita en vektor u och en triangel ABC (använd *Triangle* från menyn)

En parallellförflyttning av triangeln ABC med vektorn u , innebär att figuren förflyttas parallellt med vektorn u och i dess riktning en sträcka som motsvarar storleken av u .

- Välj *Translation*, '*Parallellförflytta*' klicka på triangeln ABC och sedan på vektorn u .
- Du får en ny triangel som du kallar $A'B'C'$.
- Ändra storleken och/eller riktningen av vektorn u .
- Beskriv med ord hur $A'B'C'$ rör sig (ändras $A'B'C'$'s egenskaper, roterar den ...?)
- Ändra utseendet hos triangeln ABC genom att dra i punkterna A, B och/eller C.
- Vad händer då med $A'B'C'$?
- Rita linjerna AB och $A'B'$. Vad finner du?
- Jämför sträckorna AB och $A'B'$. Vad är din slutsats.
- Rita en punkt M på triangeln ABC. Konstruera bilden M' av M med translationen u .

- Dra i punkten M. Vad händer med M' . Vad kan man säga om vektorn MM' ?



Uppgift 24: (förhållandet mellan längdskala och areaskala)

Rita en punkt O. Välj verktyget *Numerical Edit*, ' Ändra numeriskt' . Klicka någonstans på skärmen och skriv 2.

I fortsättningen kommer vi att kalla detta tal k. Nu har vi alltså $k = 2$.

Rita en triangel ABC direkt från menyn.

Välj från menyn " Dilation ", Klicka på triangeln ABC, klicka på punkten O och sedan på talet 2.

Du får en ny triangel som du kallar $A'B'C'$.

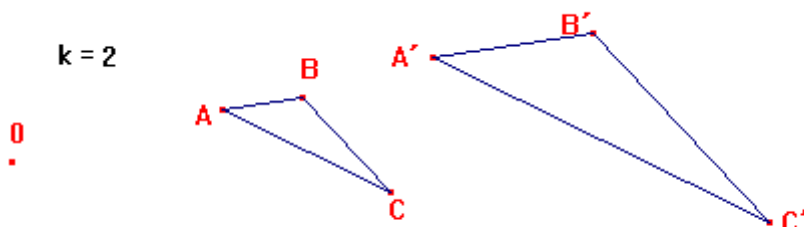
Flytta punkten O runt på skärmen och beskriv vad som händer med $A'B'C'$.

Nu ska du variera faktorn $K=2$; gör så här:

Se till att markören är aktiv och dubbelklicka på talet 2. En rullningslist runt faktorn 2 visas på skärmen. Låt $k = 3$; använd nedåt-pilen för att gradvis minska k med 0,1 steg. Fortsätt tills $k = -2$.

Beskriv vad som händer med $A'B'C'$ när $k > 1$, $k = 1$, $0 < k < 1$, $k = 0$, $-1 < k < 0$, $k = -1$, $k < -1$.

Obs. försök att animera k !



Välj $k=2$ igen och ändra ABC:s utseende.

Beskriv hur $A'B'C'$ förändras.

Jämför vinklarna och sidorna av båda trianglarna.

Bestäm förhållandet mellan respektive sidor . Vad är din slutsats ?

Välj ” Area ” från menyn för att bestämma arean av ABC och $A'B'C'$.

Beräkna förhållandet mellan dessa areor. Vad finner du ?

Finns det nåt samband mellan sidförhållandet och areaförhållandet ? Vilket i såfall ?

Gäller din slutsats alltid och för vilken figur som helst ?

Övrigt

Det finns också färdiga figurer som medföljer programmet vilka man kan använda för att göra olika undersökningar genom att förändra figurens form eller flytta någon punkt. Det är läraren som formulerar problemet, eller varför inte eleven.

Ex. öppna Esch_cub.fig, Trochoid.fig, Pi.fig, Pascal.fig, Pythag.fig osv.