

Índice

Índice.....	1
Introdução	2
Os gráficos e o conceito de função.....	2
Aplicações nas ciências da interpretação de gráficos	3
As calculadoras no ensino	4
A calculadora, os sensores e a modelação	6
Planificação da actividade experimental	8
Execução da actividade experimental	10
Instrumentos de avaliação dos alunos na actividade experimental.....	15
Conclusões.....	17
Bibliografia.....	18

Introdução

A escolha do tema a tratar não foi uma tarefa fácil. Num primeiro esboço foi tentador efectuar uma abordagem a um tema comum à Matemática e à Física ao nível do ensino secundário. Uma experiência que envolvesse movimentos (tipo bola saltitante ou *bungee jump*) parecia ser a candidata ideal. Se por um lado se poderiam abordar conceitos do tipo velocidade, espaço percorrido e aceleração (relacionando também forças) da Física e associá-los o estudo de funções quadráticas no âmbito da Matemática, por outro não era uma experiência que pudesse ser posta em prática por todos os docentes do centro de formação. Assim pensamos em construir uma experiência que qualquer docente destas áreas poderia implementar em contexto de sala de aula.

Não quisemos fugir ao tema dos gráficos e funções, por considerarmos ser este um tema de fácil aplicabilidade e que permite uma grande exploração por parte dos docentes. Partindo de um contexto simples o docente pode extrapolar para situações diversas e aproveitar para alertar os alunos para estudos que se irão realizar em anos posteriores.

A opção ficou então clara. Optamos por uma abordagem à utilização de sensores no âmbito do 3º ciclo do ensino básico. Cabia agora idealizar uma situação em que a utilização de sensores, quer por parte do docente quer eventualmente por parte dos alunos, propiciasse um ambiente de aprendizagem significativo, ou seja, em que os alunos tenham voz activa e que questionem o *como*, o *quando*, e o *porquê* daquilo que estão a observar.

Os gráficos e o conceito de função

Os gráficos estão presentes no nosso dia-a-dia. É uma forma muito usual de apresentação de dados. Os meios de comunicação recorrem com grande frequência à linguagem de funções

Quantos de nós já nos habituamos a ouvir nas notícias que “o preço da gasolina é função do custo do preço do petróleo”, ou que “o preço da viagem é função do número de passageiros”? Enquanto que no primeiro caso associamos, de uma forma quase imediata, a ideia de que quanto mais caro estiver o petróleo mais

cara será a gasolina, no segundo caso quanto maior for o número de passageiros menor será o preço da viagem. E no entanto estas ideias estão presentes em todas as pessoas, mesmo que não estejam familiarizadas com o conceito de função.

O conceito de função nem sempre é utilizado de uma forma rigorosa. Se ao longo de todo o ensino básico é tratado de uma forma intuitiva, no ensino secundário é apresentado de uma forma mais formal. No entanto, o termo “função” é utilizado muitas vezes na linguagem corrente e a ideia intuitiva a ele subjacente corresponde em grande parte ao significado matemático.

Para a introdução formal deste conceito, usualmente é efectuada uma breve resenha histórica da evolução do conceito de função com as ramificações que lhe estão subjacentes. É usual conectar este conceito com as “fluxões” de Isaac Newton, passando pela aplicação da palavra “função” por Leibniz para designar uma relação entre variáveis dependentes. A notação generalizada para uma função de uma determinada variável foi introduzida por Euler quando utiliza $f(x)$ para designar uma função de x .

Aplicações nas ciências da interpretação de gráficos

A aplicação nas diversas ciências, desde as experimentais às económicas, é mais do que evidente. Se um médico receitar análises ao sangue os resultados, para além dos valores (e eventual possibilidade de entrar com valores históricos do paciente) também apresentam gráficos relativos à presença e síntese dos diversos componentes e substâncias do sangue.

Actualmente as experiências no campo da química permite uma variedade de sensores ligados a calculadoras ou computadores que imprimem logo relatórios e gráficos que traduzem a evolução dos diversos parâmetros a observar (temperatura, pH, pressão, ...).

Por outro lado na economia estamos habituados a observar a evolução dos mercados, da cotação das moedas, a cotação do petróleo, a evolução do défice, entre outros, através da apresentação de gráficos que traduzem a sua evolução num determinado espaço de tempo.

A leitura atenta destes gráficos é de extrema importância. Quantos não se recordam quando em debates eleitorais recentes vários candidatos apresentavam gráficos e mais gráficos para traduzir a inoperância dos seus adversários?

É preciso alertar os alunos para a necessidade de uma leitura objectiva destes. Por vezes os alunos levantam a questão da possibilidade de existirem interpretações diversas para um mesmo gráfico, uma vez que sendo um ente matemático deveria ser rigoroso.

É o caso clássico da garrafa que cujo volume de líquido está a meio. Talvez um convidado diga que “a garrafa ainda está meia cheia” enquanto o anfitrião pense que “a garrafa já está meio vazia”. São, sem dúvida, duas perspectivas possíveis de um mesmo fenómeno, mas o facto é “a garrafa está meia”, independentemente dos adjectivos e interpretações que lhe possamos dar.

As calculadoras no ensino

A utilização de calculadoras no ensino da matemática e das ciências físicas e químicas é uma questão que não é nova. Muitos argumentos se têm esgrimido sobre as vantagens e desvantagens do seu uso, em especial nos ciclos iniciais de estudo.

Dos diversos estudos que se têm vindo a realizar nota-se que os alunos utilizam a calculadora essencialmente para efectuar cálculos numéricos. Só em fases tardias do ensino secundário é que optam por utilizar outro tipo de potencialidades, nomeadamente as gráficas.

Tal como na matemática também nas ciências físicas e químicas o uso de calculadoras gráficas não só é recomendado como é obrigatório. Refira-se, como exemplo, que há itens de exame nacional de matemática cuja resolução depende exclusivamente da utilização da calculadora gráfica.

A disseminação das calculadoras gráficas no ensino secundário, e também no ensino básico, permite aos alunos tecer conjecturas e testá-las. É claro que este tipo de metodologia activa necessita de algum tempo de treino de todas as potencialidades (e são muitas) da calculadora, requerendo, por parte do docente, um acompanhamento muito personalizado da acção do aluno. É fundamental que o aluno perceba que a calculadora é um instrumento de auxílio na sua aprendizagem e não um “objecto” que lhe proporciona “respostas mágicas”. O aluno deve compreender que as “respostas dadas pela calculadora devem ser objecto de apreciação crítica, devendo o aluno perceber se o resultado obtido se enquadra

dentro do esperado. O aluno deve perceber que não é aceitável uma justificação do tipo “foi o resultado que deu na máquina”.

É claro que a calculadora só por si não vai resolver todos os problemas do ensino/aprendizagem da matemática. Tal como todos os instrumentos só o seu “bom uso” se torna proveitoso. Da mesma forma que um agricultor não usará um carro de Fórmula 1 para lavrar um campo, o professor deverá ter cuidado ao seleccionar os instrumentos que utiliza, verificando a sua adequabilidade.

Genericamente, a calculadora:

- mais do que um auxiliar de cálculo, é um poderoso instrumento de ensino/aprendizagem;
- não substitui a necessidade de pensar (fomenta as competências dos alunos no pensamento e raciocínio matemático);
- dá confiança e autonomia ao aluno, encorajando-o a avaliar as suas próprias ideias e conclusões;
- permite a utilização de valores mais reais, motivando os alunos e encorajando-os a experimentar outros problemas da vida real;
- permite uma diversidade de perspectivas de abordar o mesmo problema (numérica, algébrica ou gráfica);
- executa muitos cálculos em pouco tempo (experimentação pessoal);
- a utilização da calculadora não prejudica as capacidades básicas de cálculo;

No fundo a calculadora permite criar um esquema de aprendizagem no aluno do tipo: **Experimentar ⇒ Compreender ⇒ Consolidar**

Acerca da utilização da calculadora, Fátima Jorge (1994) considera ainda que:

- 1- “... a sua utilização é vantajosa na observação e avaliação relativamente ao tipo e grau de compreensão que os alunos têm quanto a conceitos e ideias matemáticas, bem como quanto a dificuldades ou ideias erradas”;
- 2- “...a sua utilização fornece estratégias de ensino mais adequadas ao desenvolvimento cognitivo e afectivo dos alunos e enriquece o processo de ensino/aprendizagem de conceitos e de capacidades básicas que são habitualmente encaradas com dificuldade ou até mesmo com rejeição por parte de alunos e professores”.

A perspectiva construtivista do processo ensino/aprendizagem, ao referir o aluno como um construtor das suas aprendizagens, indica a necessidade de fornecer ao aluno os “materiais para a sua obra”, salientando-se a importância do

papel do professor, no apoio que lhe fornece, na definição do que pretende, dos instrumentos que vai utilizar, e na avaliação do trabalho produzido.

O professor deverá criar situações de aprendizagem na aula que permitam aproveitar as potencialidades da calculadora. Se autorizar simplesmente o seu uso, poderá reduzir a calculadora a um mero auxiliar de cálculo

A calculadora, os sensores e a modelação

Tal como vem consignado nos novos programas das ciências, o aluno deverá ser o propiciador da sua própria aprendizagem. Esta aprendizagem, nas ciências, poderá resultar quer da utilização de calculadoras para experimentar e testar conjecturas (por exemplo na matemática) quer da utilização da mesma em conjugação com sensores para obter dados que, após um determinado tratamento, possibilitem a aquisição de conceitos.

Um determinado conceito terá de ser encarado sob vários aspectos dos quais se destacam a definição, a compreensão e a sua utilização. O NCTM (1991) defende que compreender um conceito envolve vários aspectos, tais como: o conhecimento das suas propriedades, o saber como ele se relaciona com outros conceitos e o saber interpretar os vários significados que ele toma em contextos diferentes. À medida que se elabora um novo conhecimento cria-se no aluno uma representação mental da noção respectiva, que condiciona os procedimentos adoptados sempre que a resolução de um problema envolve esta noção. Essa representação resulta quer da natureza do objecto matemático quer da actividade do aluno sobre esse objecto.

Partindo do pressuposto que a aprendizagem resulta da actividade do próprio sujeito, então a construção das representações dos conceitos matemáticos é um processo prolongado no tempo, realizado na interacção entre o professor e os alunos e na relação entre os alunos e materiais que utilizam na actividade matemática (Matos, 1991, in Fátima Jorge, 1994). A linguagem adquire um papel relevante como mediador na construção de representações, na medida em que a sua utilização no contexto do objecto construído contribui para a diminuição do grau de abstracção desse mesmo objecto (Duarte, 1993, in Fátima Jorge, 1994). Foi sobretudo a partir de meados dos anos 70 que a investigação em educação deu realce à problemática das representações dos alunos. A investigação nesse campo

conduziu ao consenso de que as crianças desenvolvem ideias acerca do mundo natural e tecnológico que as rodeia, trazendo para a situação de ensino formal essas representações (Sanchez, 1989, in Fátima Jorge, 1994). A aprendizagem é condicionada pelas representações visto estas poderem iludir, deformar ou isolar os conceitos científicos que o professor transmite. As representações dos alunos no campo das ciências caracterizam-se por um grande número de factores como fontes dessas representações, destacando-se: o ensino formal, a linguagem, experiências do dia a dia e o conteúdo dos manuais.

Assim a conjugação da utilização de sensores com a calculadora gráfica permite ao aluno conjecturar sobre a adequação de determinado modelo para uma situação, quer esta seja específica (caso resulte da obtenção de dados de uma experiência no campo da física, da química, da biologia, da economia, entre outras) ou genérica (conjecturar sobre crescimentos de populações, verificar experimentalmente o valor da aceleração da gravidade, ...).

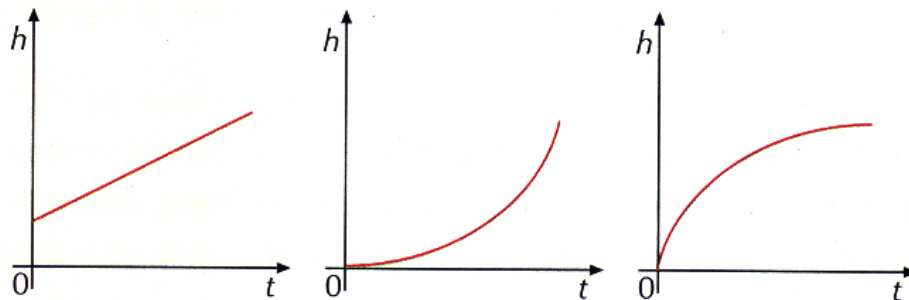
Planificação da actividade experimental

Para dar início à actividade experimental colocamos os alunos perante uma situação problemática, que embora seja concreta no objectivo a atingir, é efectuada num modo abstracto, pois os alunos não possuem os materiais para manipular.

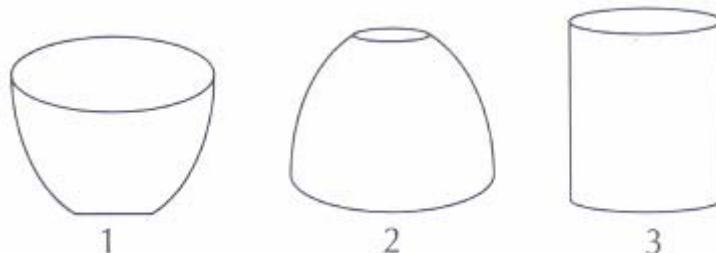
Problema:

A partir de um certo instante, três recipientes, de formas diferentes, recebem água através de torneiras de caudais iguais e constantes.

Os gráficos seguintes relacionam a altura da água, h , contida em cada um dos recipientes e o tempo, t , a que estão a receber água.



- 1- Qual dos recipientes não estava vazio quando se abriram as torneiras?
- 2- Faz corresponder a cada gráfico um dos seguintes recipientes.



A partir deste problema iremos desafiar os alunos para tentarem esboçar os gráficos de enchimento ou vazamento da altura da água em recipientes que eles conhecem, por exemplo em garrações de água de formas diferentes.

Com esta actividade pretendemos atingir objectivos do âmbito da matemática e da física. No campo da matemática será relacionar o tipo gráfico que os alunos esperam e o gráfico que irão obter na calculadora gráfica. Serão abordados os conceitos de função afim e introdução ao estudo das funções quadráticas (neste

anos os alunos tomam conhecimento da fórmula resolvente de equações do 2º grau).

Ao nível das ciências físicas e químicas, será abordado o tema dos movimentos: movimentos uniformes e uniformemente acelerados. Será que através do gráfico que traduz a altura de um objecto a flutuar na água, se poderá inferir ou investigar a velocidade e a sua aceleração? Qual a relação entre eles (caso exista)?

Para se tentar responder a estas ou outras questões foi elaborado um protocolo experimental detalhado, que a seguir apresentamos.

Execução da actividade experimental

Enquadramento Curricular

Nível de ensino: Ensino Básico – 3º Ciclo

Disciplinas: Ciências Físicas e Naturais e Matemática

Temas Organizadores: Viver Melhor na Terra – Em Trânsito
Funções

Palavras-chave: velocidade média, aceleração, posição, deslocamento, movimento, trajectória, variação da velocidade, função, eixos cartesianos, coordenadas, proporcionalidade, recta, parábola.

Competências Gerais

- Usar correctamente a língua portuguesa para comunicar de forma adequada e para estruturar pensamento próprio;
- Adoptar metodologias personalizadas de trabalho e de aprendizagem adequadas a objectivos visados;
- Pesquisar, seleccionar e organizar informação para a transformar em conhecimento mobilizável
- Adoptar estratégias adequadas à resolução de problemas e à tomada de decisões.
- Aptidão para interpretar e construir tabelas de valores, gráficos, regras verbais e outros processos que traduzam relações entre variáveis, assim como para passar de umas formas de representação para outras;
- Aptidão para concretizar em casos particulares relações entre variáveis e fórmulas e para procurar soluções de equações simples;

Competências a desenvolver

- A aptidão do cálculo de grandezas com base nos dados fornecidos: pelo gráfico velocidade em função do tempo da distância percorrida por um corpo; pelo gráfico posição em função do tempo de velocidades médias; pelo gráfico velocidade em função do tempo de acelerações médias.
- Exploração de informação obtida a partir de gráficos da posição em função do tempo.
- Exploração de informação obtida a partir gráficos da velocidade em função do tempo.
- O reconhecimento do significado de fórmulas no contexto de situações concretas e a aptidão para usá-las na resolução de problemas;
- A compreensão do conceito de função e das facetas que pode apresentar, como correspondência entre conjuntos e como relação entre variáveis;
- A aptidão para representar relações funcionais de vários modos e passar de uns tipos de representação para outros, usando regras verbais, tabelas, gráficos e expressões algébricas, e recorrendo, nomeadamente, à tecnologia gráfica;
- A sensibilidade para entender o uso de funções como modelos matemáticos de situações do mundo real, em particular nos casos em que traduzem relações de proporcionalidade directa e inversa.

Questão-Problema

Pretende-se com esta actividade que o aluno desenvolva uma investigação que o leve a concluir que há uma relação entre duas grandezas: posição e tempo. Essa relação pode ser interpretada/apreendida pela interpretação de gráficos.

O aluno deverá fazer uma montagem experimental com o material disponível de modo a esvaziar a água do garrafão.

O sensor irá mediar a distância entre uma superfície rugosa que está a boiar na água, à medida que esta vai saindo do garrafão, e um ponto fixo (local onde se encontra o sensor).

Objecto de ensino

- Movimentos: uniforme e uniformemente acelerado;
- Representação gráfica dos diferentes tipos de movimentos: $x=x(t)$, $v=v(t)$ e $a=a(t)$;
- Posição inicial e posição final.

Objectivos de aprendizagem

- Identificar a trajectória de um corpo como o conjunto de pontos por este durante o movimento;
- Interpretar gráficos posição-tempo que traduzam situações reais.
- Estimar e determinar valores de velocidade a partir do gráfico posição/tempo do movimento uniforme;
- Caracterizar o movimento rectilíneo e uniforme e uniformemente acelerado;
- Identificar, numa função, domínio e contradomínio, reconhecendo objecto e imagem
- Identificar, numa função, domínio e contradomínio, reconhecendo objecto e imagem;
- Ler, interpretar e construir tabelas e gráficos relativos a funções do tipo $x \rightarrow kx + b$;

Material





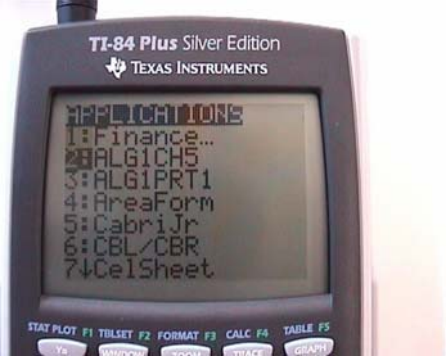
Equipamento

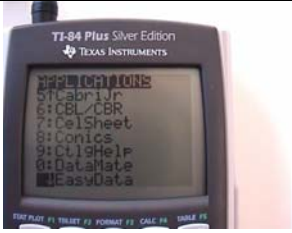
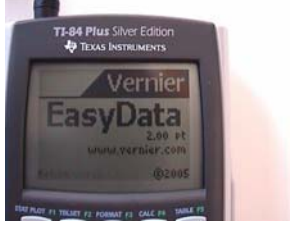
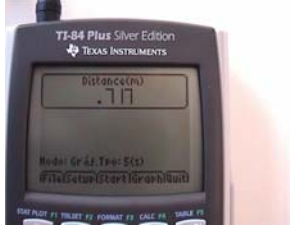
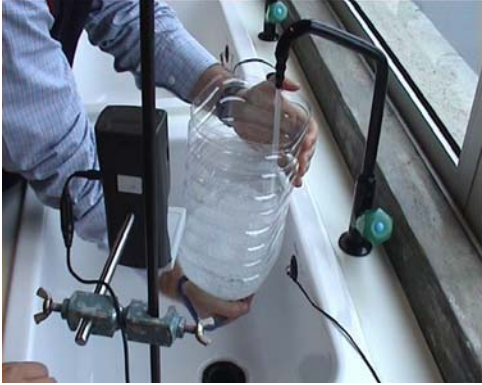
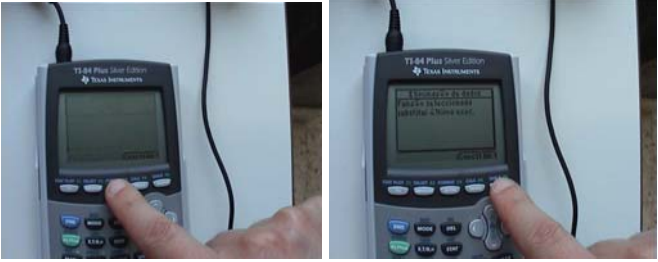
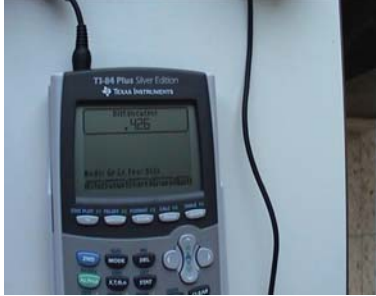
- partes de garrafões de água de 5 L
- máquina de calcular *Texas Instruments TI-84*
- sensor CBL de distância
- suporte universal
- cabo de ligação
- material rugoso reflector (cortiça)
- noz

Substância

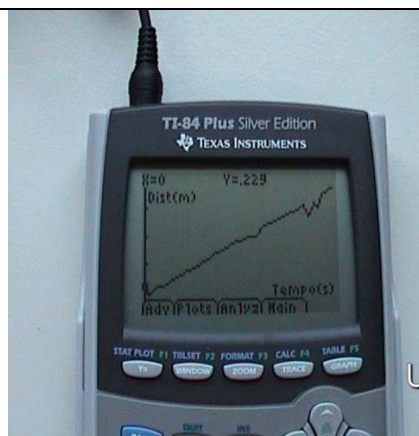
- água

Procedimento e montagem experimental

Instruções	Visualização
<p>Coloque o suporte universal num local onde possa fazer o esvaziamento de água.</p>	
<p>Coloque o sensor no suporte universal, verificando se este se encontra bem fixo.</p>	
<p>Ligue uma extremidade do cabo ao sensor, tendo o cuidado de este não estar no campo de acção do sensor.</p>	
<p>Ligue a outra extremidade do cabo à calculadora gráfica.</p>	
<p>Pressione a tecla APPS para aceder ao programa que irá efectuar a recolha dos dados.</p>	

<p>Selecione a aplicação EasyData.</p>	
<p>A aplicação irá detectar o sensor e apresentar o menu de apresentação.</p>	
<p>O sensor começará de imediato a recolher informação. Indicará a sua distância até ao alvo.</p>	
<p>Encha o recipiente escolhido (por exemplo uma das partes do garrafão de água) e coloque o material reflector a boiar.</p>	
<p>Carregue na opção Start da calculadora e irá aparecer um menu de confirmação.</p>	
<p>Pressione Ok para fazer a eliminação e começar a transferência de dados.</p>	

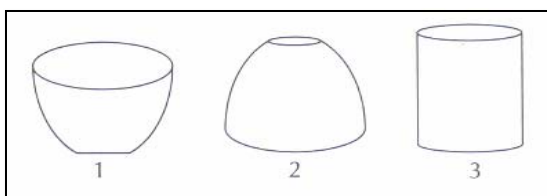
Quando o sensor terminar a recolha e transferência de dados, irá aparecer o gráfico correspondente.



Os valores recolhidos são automaticamente guardados nas listas da calculadora. Para visualizar as listas seleccione as opções STAT, e escolha 1:Edit.

Discussão dos valores obtidos

Verificamos que obtemos uma função cuja representação gráfica é uma “recta”, pois a velocidade de esvaziamento é constante, devido à forma do recipiente. Caso o recipiente tivesse outra forma, como se ilustra na figura seguinte, os gráficos obtidos seriam necessariamente diferentes.



Este tipo de situações, bem como a análise entre esvaziamento e enchimento, poderão suscitar discussões, à volta de questões do tipo:

- O gráfico obtido, na calculadora traduz a altura da água?
- Por que razão o gráfico não apresenta uma recta perfeita?
- As funções são monótonas?
- Será possível modelar a função quadrática?

O docente pode explorar estas e outras situações com os alunos, promovendo a discussão sobre que tipos de gráficos seriam de esperar nas diferentes situações.

Grelha de correcção

Relatório da actividade experimental

Actividade experimental _____ / ____ / ____

	Parâmetros	Cotação	Grupo n.º.
			1
Objectivo da actividade	Evidência de forma clara o objectivo		
Material utilizado	Especificações do material (marca, erros, etc.)		
	Refere o material necessário		
Esquema da montagem	Realça os elementos principais		
	Apresenta legenda		
	Apresenta o esquema tendo em conta a perspectiva		
Observações efectuadas e registos	Refere, correctamente, as características dos aparelhos		
	Apresenta os dados experimentais tendo em conta os algarismos significativos		
	Há organização dos dados experimentais em tabelas		
	Evidência as unidades de todas as grandezas		
Dados recolhidos e gráfico traçado	Escolhe escalas apropriadas		
	Identifica a grandeza e a respectiva unidade em cada um dos eixos		
	Marca os pontos correctamente		
	Traça a linha tendo em conta os diferentes pontos		
Cálculos	Efectua cálculos necessários		
	Há rigor na apresentação dos cálculos a efectuar		
	Faz os cálculos tendo em conta o rigor científico		
	Apresenta o resultados tendo em conta os algarismos significativos		
Conclusões	Enquadra-se na actividade realizada		
	Tem significado científico		
Crítica aos resultados e à execução prática	Há referência a erros inerentes à realização prática		
	Articula os erros com os resultados obtidos		
	Apresenta sugestões práticas para melhorar a execução prática		

Conclusões e trabalhos futuros

Em relação às experiências em causa os gráficos obtidos aproximam-se bastante dos modelos teóricos que lhe estão subjacentes. Mais do que discutir se os gráficos são as funções $f(x)$ ou $d(t)$ ou outras quaisquer, importa relacionar as situações reais com os modelos teóricos estudados nas diversas disciplinas.

A utilização de sensores permite uma abordagem prática às ciências. Os alunos poderão ter a percepção que disciplinas como a Matemática ou a Física se podem desenvolver em contextos não teóricos.

Para evitar constrangimentos de tempo, os docentes poderão desenvolver (filmando) as experiências e, através do seu visionamento, criar situações de discussão em torno dos temas programáticos.

O docente poderá convidar os alunos para participarem nas filmagens (extracurricular ou nos clubes de matemática e/ou ciências) motivando-os assim para o estudo da matemática e da física.

Outros trabalhos

- Variação destas experiências modificando a forma dos recipientes;
- Comparação de gráficos, aumentando a velocidade de esvaziamento (dois ou mais furos na tampa dos recipientes);
- Desenvolvimento de projectos interdisciplinares, utilizando estas ou outras experiências;
- Extrapolação para outros níveis de ensino (secundário).

Agradecimento final:

Não queríamos deixar de agradecer ao professor César Vilar o apoio prestado na preparação do material a utilizar nestas experiências.

Os docentes:

Alcina Rito
António Cadete
Isabel Aguiar
Ricardo Pinto

Bibliografia

- ALMEIDA, M.G., CONCEIÇÃO, M.A., (2003). *Matematicamente Falando 8*. Areal Editores.
- ALMEIDA, M.G., CONCEIÇÃO, M.A., (2004). *Matematicamente Falando 9*. Areal Editores.
- APOSTOL, T.M., (1987). *Análisis matemático*. 2ª Ed, Barcelona: Editorial Reverté.
- COSTA, B., RESENDE, L.C., RODRIGUES, M.E., (2003). *Espaço 10*. Asa Editores
- DEMANA, F., WAITS, B.K., CLEMANS, S.R., (1993). *Precalculus: functions and graphs*. 2nd edition, New York: Addison-Wesley Publishing Company.
- FERNANDES, A.J., et al (1999). Um estudo exploratório sobre atitudes e práticas de professores de matemática na utilização de calculadoras. In *Actas Seminário sobre a Utilização de Calculadoras Gráficas no Ensino da Matemática*. Instituto de Educação e Psicologia da Universidade do Minho.
- FIGUEIREDO, T.T., (2004). *EUREKA! CFQ*. Texto Editora.
- GASTINEAU, J. et al, (2000). *Física com calculadoras*. Vernier.
- JORGE, F.R.D.G.F., (1994), “O computador e a educação Matemática: abordagem do tópico de sucessões”, Tese de mestrado, Universidade do Minho.
- NEVES, M.A., GUERREIRO, L., NEVES, A., (2004). *Matemática 9*. Porto Editora.
- MORGADO, J., MORGADO, G.L., (2004). *Ser com Saber – Físico-Química 3º Ciclo do Ensino Básico*. Plátano Editora.
- PONTE, J.P., CANAVARRO, A.P., (1997). *Matemática e novas tecnologias*. Universidade Aberta.