

Movimento de uma bloco numa rampa

Conceitos

Função polinomial do 2º grau.

Lei do movimento uniformemente acelerado.

Fazer o gráfico de uma bola que está a rolar numa rampa com inclinações variadas cria um conjunto de curvas, que pode ser modelado por uma série de equações quadráticas. Essa actividade possibilita a investigação dos valores dos coeficientes na equação quadrática, $y = ax^2 + bx + c$ e o seu relacionamento com a expressão da Física para o movimento .

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_i t + s_i$$

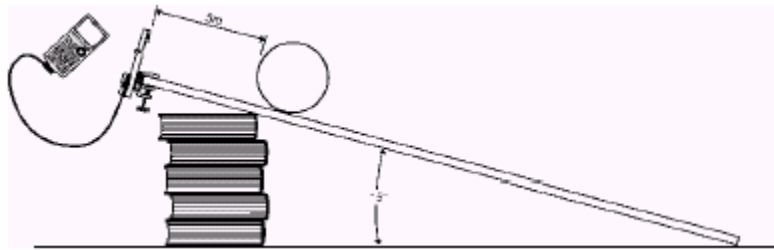
Materiais

- Calculadora
- CBR
- Cabo de calculadora-para-CBR
- Grampo de montagem
- Bloco de madeira
- Rampa longa (pelo menos 2 metros)
- Transferidor para medir os ângulos
- TI ViewScreen (opcional)

Recolha de dados

1. Ajuste a rampa a uma inclinação de 15°.
2. Ligue o grampo à borda superior da rampa. Ligue o CBR ao grampo. Abra a cabeça do sensor e posicione-o perpendicularmente à rampa. Ligue a calculadora ao CBR.
3. Coloque uma marca na rampa a 0,5 metro do CBR. Peça a um aluno para segurar a bola nessa marca enquanto outro segura a calculadora.

Note: Aponte o sensor directamente para a bola e certifique-se de que não haja nada na *área livre*.



4. No MAIN MENU (Menu Principal) do programa RANGER, seleccione SETUP/SAMPLE (Configuração/Amostra). São exibidas as definições actuais.

Pressione **[ENTER]** para exibir as definições. Para esta actividade, devem ser:

REALTIME: NO

TIME (S): 3 SECONDS

DISPLAY: DISTANCE

BEGIN ON: [ENTER]

SMOOTHING: LIGHT

UNITS: METERS

Quando as definições estiverem correctas, seleccione START NOW (Iniciar Agora). Pressione **[ENTER]** para começar a amostragem.

Ao ouvir um clique, solte a bola imediatamente (não empurre) e dê um passo para trás.

Quando a amostra estiver concluída, o gráfico de *Distância-Tempo* será exibido automaticamente.

Pressione **[ENTER]** para exibir o PLOT MENU (Menu Gráfico). Seleccione PLOT TOOLS (Ferramentas de Gráfico) e, em seguida, SELECT DOMAIN (Seleccionar Domínio). Mova o cursor para onde a bola foi solta e, em seguida, pressione **[ENTER]**. Mova o cursor para onde a bola atingiu o fim da rampa e, em seguida, pressione **[ENTER]**. O gráfico é traçado novamente, focalizando a parte da amostra correspondente ao movimento da bola na rampa.

Os dados recolhidos são armazenados nas listas L1, L2, L3 e L4

Quando o CBR recolhe os dados, transfere-os automaticamente para a calculadora e armazena-os em listas.

- L1 contém dados de tempo.
- L2 contém dados de distância.
- L3 contém dados de velocidade.

- L4 contém dados de aceleração.

Por exemplo, o 5º elemento na lista L1 representa o tempo em que o 5º ponto dos dados foi recolhido, e o 5º elemento na lista L2 representa a distância do 5º ponto dos dados.

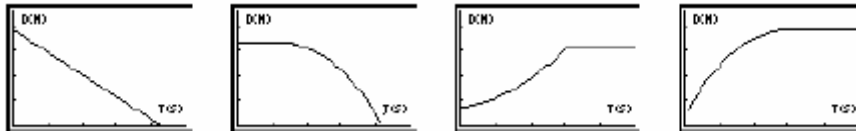
Em REALTIME=YES (Tempo Real=Sim), apenas os dados da gráfico solicitada (distância, velocidade ou aceleração) são calculados e transferidos. Em REALTIME=NO (Tempo Real=Não), todos os dados são calculados e transferidos.

As definições são armazenadas na lista L5

Ficha de recolha de dados

Nome _____

1. Qual destes gráficos acha o que melhor corresponde ao gráfico de *Distância -tempo* de uma bola rolando numa rampa?



2. Que propriedade física está representada no eixo x? _____

Quais são as unidades? _____

Que propriedade física está representada no eixo y? _____

Quais são as unidades? _____

3. Esboce o aspecto real do gráfico. Nomeie o eixo. Nomeie o gráfico nos pontos em que a bola foi solta e quando atingiu o final da rampa.

4. Qual o tipo de função representada por esse gráfico?

5. Discuta a mudança entre o gráfico seleccionado na pergunta 1 e a curva esboçada na pergunta 3.

6. Esboce o aspecto que imagina que o gráfico terá com uma inclinação maior .



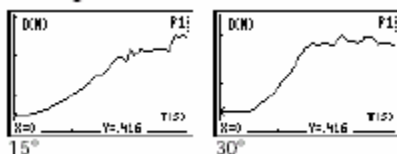
7. Esboce e nomeie os gráficos para 0° e 90° :



Sugestões

Discuta com os alunos como medir o ângulo da rampa. Permita que os alunos sejam criativos deixando-os decidir o que usar: um cálculo trigonométrico, uma folha dobrada ou um transferidor.

Gráficos comuns



Respostas comuns

1. O terceiro Gráfico
2. tempo; segundos; distância do objecto ao CBR; metros
3. varia (deve ser a metade de uma parábola, concavidade para cima)
4. uma parábola (quadrática)
5. varia
6. varia (deve ser parabólica com curvatura aumentada)
7. 0° é plano (a bola não pode rolar); 90° é o mesmo que uma bola em queda livre.

Explorações

Observe o que acontece com inclinações diferentes.

Faça uma previsão sobre o que acontecerá se a inclinação aumentar. *Responda à pergunta 6.*

Ajuste a inclinação para 30° . Repita as etapas de 2 a 6. *Inclua esse gráfico no quadro da pergunta 6.*

Repita as etapas de 2 a 6 para inclinações de 45° e 60° e inclua no gráfico.

Responda à pergunta 7.

Teoria

O movimento de um corpo que se desloca apenas pela gravidade é um assunto comum no estudo da física. Geralmente, esse movimento é expresso por uma fórmula particular da equação quadrática,

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_i t + s_i$$

onde

s indica a posição de um objecto no tempo t
 a indica sua aceleração
 v_i indica sua velocidade inicial
 s_i indica sua posição inicial

Na equação quadrática $y = ax^2 + bx + c$,

y representa a distância do CBR até a bola

em função do tempo x , se a posição inicial da bola for c , a velocidade inicial b e a aceleração $2a$.

Explorações avançadas:

Desde que a bola esteja em repouso quando for solta, b deve aproximar-se de zero para cada tentativa. c deve aproximar-se da distância inicial, 0,5 metros a aumenta conforme o ângulo de inclinação aumenta. Os alunos poderão a partir equação $y = ax^2 + bx + c$ determinar os parâmetros a , b e c .

Também será possível orientá-los a efectuarem uma regressão quadrática com os valores das listas L1, L2 usando as suas calculadoras.

A aceleração da bola é devida à gravidade da terra. Por isso, quanto mais inclinada a rampa (maior o ângulo de inclinação), maior o valor de a . O valor a máximo ocorre para $\theta = 90^\circ$, mínimo para $\theta = 0^\circ$.

De facto, a é proporcional ao seno de θ .

1. Ajuste os valores de tempo de modo que $x = 0$ para a altura inicial (o tempo em que a bola foi solta). pode fazer isso manualmente, subtraindo o valor de x para o primeiro ponto em todos os pontos do seu gráfico ou pode digitar $L1(1) \rightarrow A:L1-A \rightarrow L1$.
2. Calcule os valores para a , b e c para a família de curvas do tipo $y = ax^2 + bx + c$ em que o ângulo é respectivamente de 0° , 15° , 30° , 45° , 60° , 90° .
3. Quais são os valores mínimo e máximo para a ? Porquê?
4. Escreva uma expressão descrevendo a relação matemática entre a e o ângulo de inclinação.

Gráficos do CBR—conexão do mundo físico com a matemática

Os gráficos criados a partir dos dados recolhidos pelo RANGER são uma representação visual das relações entre as descrições físicas e matemáticas de movimento. Os alunos devem ser encorajados ao reconhecimento, análise e discussão da forma de gráfico em termos de física e matemática. Diálogos e descobertas adicionais são possíveis quando as funções são digitadas no editor $Y=$ e exibidas com os gráficos de pontos.

Um *gráfico de Distância-Tempo* representa a posição aproximada de um objecto (distância do CBR) a cada instante no tempo quando uma amostra é recolhida. As unidades do eixo y indicam metros ; as unidades do eixo x indicam segundos.

Um *gráfico de Velocidade-Tempo* representa a velocidade aproximada de um objecto (relativa a e na direcção do CBR) a cada instante da amostragem. As unidades do eixo y indicam metros por segundo; as unidades do eixo x indicam segundos.

Um *gráfico de Aceleração -Tempo* representa a taxa de variação aproximada na velocidade de um objecto (relativa a e na direcção do CBR) a cada instante da amostragem. As unidades do eixo y indicam metros por *segundo*² ; As unidades do eixo x indicam segundos.

A *primeira derivada* (taxa instantânea) de qualquer ponto na gráfico *Distância-Tempo* indica a velocidade nesse instante.

A *primeira derivada* (taxa instantânea) de qualquer ponto na gráfico *Velocidade - Tempo* indica a aceleração nesse instante. Essa é também a segunda derivada de qualquer ponto na gráfico *Distância-Tempo*.

O *integral definido* (área entre a gráfico e o eixo x entre dois pontos quaisquer) no gráfico *Velocidade-Tempo* é igual ao deslocamento (distância real percorrida) pelo objecto durante esse intervalo de tempo.

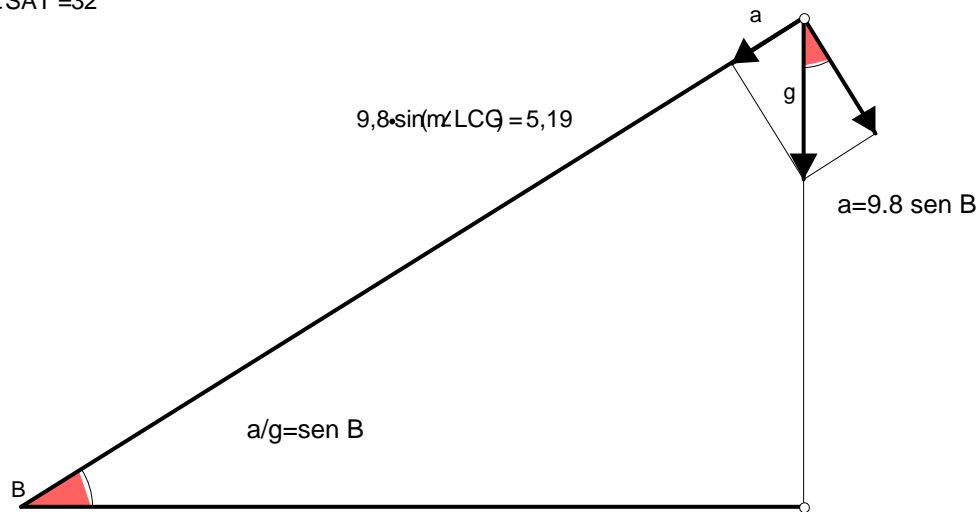
Geralmente, *velocidade escalar e velocidade vectorial* são usadas sem distinção. São grandezas diferentes, embora estejam relacionadas. Velocidade escalar representa uma grandeza *escalar*; possui um valor, mas nenhuma direcção especificada, como em 6 metros por segundo. Velocidade vectorial representa uma grandeza *vectorial*; possui uma direcção especificada bem como um valor, como em 6 metros por segundo na direcção Norte.

Um gráfico comum *Velocidade-Tempo* do CBR representa de facto a velocidade escalar, não a vectorial. Apenas o valor (que pode ser positivo, negativo ou zero) é fornecido. A direcção está apenas incluída. Um valor positivo de velocidade vectorial indica movimento de afastamento do CBR; um valor negativo indica movimento de aproximação do CBR. O CBR calcula a distância apenas em linha recta a partir do detector. Dessa forma, se um objecto se mover fazendo um ângulo com a recta, será calculado somente a componente de velocidade vectorial paralela a essa recta. Por exemplo, um objecto movendo-se perpendicularmente à recta do CBR mostra velocidade vectorial zero.

Relação com a trigonometria leccionada em Matemática

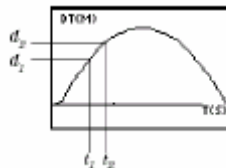
$m\angle LCG = 32^\circ$

$m\angle SAT = 32^\circ$



A matemática de distância, velocidade e aceleração

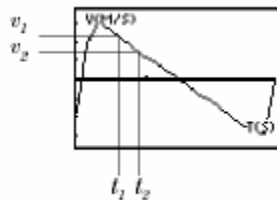
gráfico de Distância - Tempo



$$V_{m\acute{e}dia} = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1} = \text{inclinação do gráfico distância tempo}$$

$$V_{instant\acute{a}nea} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta d}{\Delta t} \right) = \frac{d(s)}{dt} \quad \text{onde } s = \text{dist\`ancia}$$

Gráfico Velocidade-Tempo



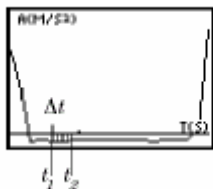
$$A_{\text{média}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \text{inclinação do gráfico velocidade tempo}$$

$$A_{\text{instantânea}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right) = \frac{dv}{dt}$$

A área do gráfico de Velocidade-Tempo de t_1 para $t_2 = \Delta d = (d_2 - d_1) =$ deslocamento entre t_1 e t_2 (distância real percorrida).

$$\text{Então, } \Delta d = \left(\sum_{t_1}^{t_2} v(\Delta t) \right) \quad \text{ou} \quad \Delta d = \int_{t_1}^{t_2} v(dt)$$

Gráfico Aceleração - Tempo



Bibliografia

Real-World Math with the CBL System: Activities Using the TI-83 and TI-83 Plus:
 Brueningsen, Bower, Antinone, and Brueningsen-Kerner; Texas Instruments