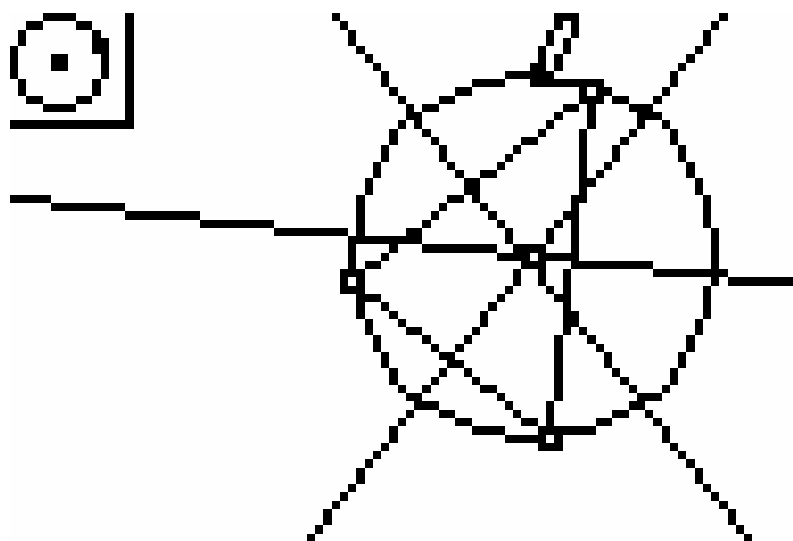




# Guia Prático de Utilização do



Versão 2.00



(para calculadoras TI-83 Plus, TI-83 Plus Silver Edition, TI-84 Plus, TI-84 Plus Silver Edition e TI-84 Plus Silver Edition VSC – Professor)

Autores:

Carla Maria da S. Vaz Fernandes  
Raul Aparício Gonçalves  
Sandra Daniela F. Pinto da Costa

# Índice

➤ Introdução.....	2
➤ Menus do Cabri Júnior:	
➤ Ferramentas do Ficheiro – Menu F1.....	4
➤ Ferramentas de Desenho – Menu F2.....	6
➤ Ferramentas de Construção – Menu F3.....	8
➤ Ferramentas de Transformações – Menu F4.....	9
➤ Outras Ferramentas – Menu F5.....	10
➤ Cursores do Cabri Júnior.....	13
➤ Algumas aplicações:	
➤ Às voltas com um triângulo!.....	16
➤ Explorando o referencial cartesiano.....	22
➤ Animando um quadrado... ..	26
➤ À procura de um lugar geométrico... ..	32
➤ Algumas sugestões de trabalho ... ..	35
➤ Notas bibliográficas .....	36

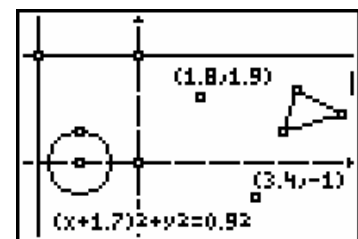
# Introdução

Consideramos que já não há razões para que não se reconheça a utilidade da utilização de software de geometria dinâmica em ambiente de aula. Os programas do ensino secundário dão um especial destaque à Geometria, colocando-a antes do tratamento de outros temas, atribuindo-lhe um papel de contexto para recuperar insuficiências de diferentes tipos relacionadas com o ensino básico e projectando-a para proporcionar as necessárias conexões com outros temas. Neste âmbito, assume máxima importância o trabalho com software de geometria dinâmica, que pode estar num suporte como uma calculadora, mais vulgar do que o computador nas aulas de matemática e que permite ultrapassar dificuldades de logística associadas à utilização de uma sala com computadores. Estas dificuldades logísticas crescem consideravelmente se falarmos em escolas sem ensino secundário, apesar de no Currículo Nacional do Ensino Básico estar escrito: “*Todos os alunos devem aprender a utilizar não só a calculadora elementar, mas também ... os modelos ... gráficos.*” e “*...os alunos devem ter oportunidade de trabalhar .... com diversos programas educativos, nomeadamente ... de geometria dinâmica... . Entre os contextos possíveis incluem-se a resolução de problemas, as actividades de investigação e os projectos.*”

O Cabri Júnior (Cabri Jr) é uma aplicação disponibilizada pelas Texas Instruments que se enquadra neste contexto, pois podemos encontrá-la em calculadoras utilizadas obrigatoriamente no ensino secundário e aceites no ensino básico, pré-instalada na TI-84 Plus e TI-84 Plus Silver Edition, mas que pode ser instalada nas máquinas TI-83 Plus e TI-83 Plus Silver Edition.

Ao usar o Cabri Jr podemos:

- *Marcar pontos, traçar segmentos e linhas, desenhar circunferências, triângulos e quadriláteros;*
- *Construir linhas paralelas e perpendiculares, bissetrizes e lugares geométricos;*
- *Transformar objectos através de translações, reflexões, rotações e homotetias;*
- *Determinar comprimentos, áreas, perímetros e medir amplitudes de ângulos;*
- *Mostrar as coordenadas de um ponto num referencial e as equações de rectas e circunferências;*
- ...



Com este guia pretendemos familiarizar o leitor com os comandos deste programa (versão 2.0) e, ao mesmo tempo mostrar aplicações práticas que se enquadram nos programas oficiais do ensino básico e do ensino secundário. É nosso desejo que este manual contribua para, dia-a-dia, cativar os seus alunos para a “aprendizagem” da geometria, e consequentemente da Matemática.

É justo deixar uma palavra de agradecimento à **Joana Landolt**, à **Helena Dias**, ao **Rui Oliveira**, à **Sónia Portela** e ao **Vítor Rodrigues**, que de uma forma ou de outra contribuíram para a elaboração deste guia.

*Raul Aparício Gonçalves*

# Vamos iniciar!

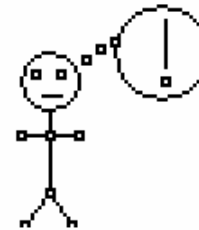


Para iniciar uma sessão de trabalho com o Cabri Júnior devemos seguir os seguintes passos:

1. APPS 
2. Cabri Jr 

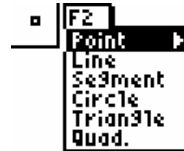
No menu de aplicações procuremos a opção Cabri Jr e pressione-se **ENTER**. Surgirá o segundo ecrã representado acima e pressionando qualquer tecla estamos prontos a utilizar a aplicação.

# À Descoberta...



## Menus do Cabri Júnior

Ferramentas do Ficheiro | Ferramentas de Desenho | Ferramentas de Construções



Ferramentas de Transformações

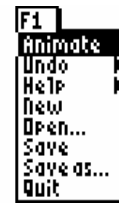
Outras Ferramentas





Comecemos com uma breve descrição de todos os menus e comandos da aplicação. Convém referir que para aceder a um menu, e apesar de F1, ..., F5 terem cor verde, não é necessário pressionar previamente a tecla **ALPHA**, bastando pressionar directamente nas teclas **Y=** a **GRAPH**.

Quando sobre uma figura se pretende accionar um determinado comando, devemos procurá-lo no menu onde se encontra e posteriormente seleccionar (aproximar o cursor do objecto, que normalmente muda de aspecto, e pressionar **ENTER**) a parte da figura onde se pretende efectuar a acção. Para activar o menu em causa pressiona-se **ENTER** e para desactivar pressiona-se **CLEAR**, embora na maioria dos casos este último passo não seja necessário, bastando seleccionar outro menu.

## Ferramentas do Ficheiro – Menu F1



 A opção **Animate** permite animar um ponto que está sobre um segmento ou sobre uma circunferência. Outros objectos que dependam desse ponto também se irão deslocar. Para tal, basta aproximar o cursor do ponto em causa até que se transforme em  e, de seguida, pressionar **ENTER**. É possível animar mais do que um ponto ao mesmo tempo.








 Para parar uma animação temos a opção **Stop Animate**. Pressione-se **2nd** e de seguida **ENTER**.

**Nota:** *Se tivermos mais do que um ponto animado, podemos parar a animação de apenas um, pressionando **ENTER** quando o cursor está a tocar o ponto em causa.*


**Undo** permite anular a última operação realizada. Esta funcionalidade está disponível desde que a figura corrente não contenha mais do que 128 objectos.

**Nota:** *Se seleccionarmos esta opção várias vezes consecutivas, o efeito produzido vai variar entre “**Undo**” (desfazer o último passo) e “**Redo**” (retomar o último passo). No entanto, o item do menu será sempre o mesmo, “**Undo**”.*





**Explore:** ao usar esta opção podemos verificar que passos foram dados na construção da figura. Além disso, podemos também anular vários passos. Este comando pode revelar-se de considerável utilidade, dado o facto de ser possível preparar uma figura previamente e, na aula, mostrar a sequência da construção com bastante mais rapidez do que se fosse construída no momento.

Quando o ícone é:	Pressiona-se o cursor:	Para:
		Verificar que passos foram dados, desde o primeiro até ao último.
		Verificar que passos foram dados, mas, desta vez, pela ordem inversa, ou seja, do último passo para o primeiro.
	 ou 	Verificar os passos que foram dados na construção da figura podendo variar na ordem de acordo com o cursor pressionado.

Também é possível que esta opção funcione de modo automático, sem a necessidade de pressionar sistematicamente o cursor para ir observando as etapas da construção da figura.

Para tal basta pressionar .

Ainda em relação ao modo automático:

- Pressione-se  ou  para aumentar ou diminuir a velocidade.
- Pressione-se **2nd** para mudar o sentido.
- Para parar, pressione-se **ENTER**. Para retomar, pressione-se novamente .
- Para sair deste modo pressione-se **CLEAR**. Ao fazer isto, se a figura exibida no momento não estiver no seu resultado final, surgirá uma caixa de diálogo para confirmar se pretende ficar com a figura nestas condições, ou prefere a figura final, com todos os passos. Se seleccionarmos **Ok** e  pretendemos ficar com a figura no seu estado actual, todos os passos que viriam depois serão apagados.



**Nota:** Ao explorar a construção da figura e os passos tomados, quando estão envolvidos objectos que entretanto foram escondidos, estes são exibidos a tracejado.

**Help** permite obter tópicos de ajuda relativamente a um menu.

**New** permite abrir um novo ficheiro em branco. Se estivermos a usar a aplicação e a figura corrente não estiver guardada, surgirá uma opção para o fazer antes de abrir uma nova figura.



**Nota:** O nome dos ficheiros deve começar com uma letra, podendo ter, no máximo, oito caracteres e pode-se incluir números. Para incluir números no nome do ficheiro deve pressionar-se **ALPHA** e só depois escrever o número. Para voltar a introduzir letras pressione-se novamente **ALPHA**.

**Open** abre uma figura já gravada. Assim como na opção anterior, se a figura corrente não estiver gravada, surgirá uma opção para o fazer antes de abrir uma nova figura.

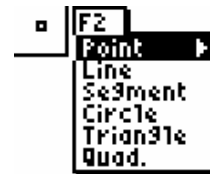
**Save** permite guardar uma figura no ficheiro que estiver aberto. Se é a primeira vez que estamos a gravar este ficheiro, “Save” funcionará como “**Save As**” e aí temos de definir o nome do ficheiro.

**Save As** permite guardar a figura em que se está a trabalhar, atribuindo um nome. Se o ficheiro for novo e ainda não tiver nome, basta escrevê-lo. Se o ficheiro em causa já tiver outro nome, este aparecerá na caixa de texto que surge. Para o mudar faça-se **CLEAR**, introduza-se o novo nome e pressione-se **ENTER** para guardar o ficheiro.

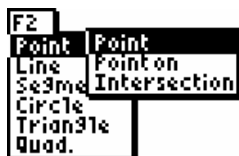
Nesta opção é possível guardar um ficheiro na **memória de arquivo**, bastando escrever o nome do ficheiro e depois pressionar sequencialmente **ALPHA** e **X**. Surgirá um asterisco do lado esquerdo da caixa de texto que indica que o ficheiro será guardado nesse arquivo.

**Quit** permite sair da aplicação Cabri Júnior.

## **Ferramentas de Desenho – Menu F2**



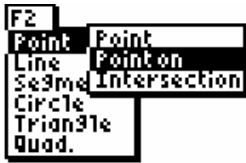
▣ **Point > Point** permite marcar um ponto na figura. No menu F2, quando estiver



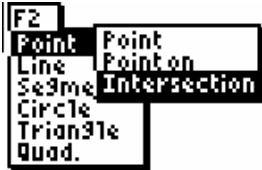
seleccionada a opção point, pressione-se **ENTER** e abrir-se-à uma nova caixa de opções. Pressione-se **ENTER** quando estiver seleccionada a opção “point”, como representado na figura ao lado. Para marcar o ponto na figura, mova-se o cursor para o local desejado e pressione-se **ENTER**.



**Point > Point On** permite marcar um ponto na figura ou num objecto (por ex. um segmento de recta ou uma circunferência). O procedimento é análogo ao anterior, mas desta vez seleccione-se a opção “point on”..



**Point > Intersection** permite marcar um ponto na intersecção de dois objectos. Para tal, mova-se o cursor até ao ponto de intersecção e pressione-se **Enter**, ou seleccionem-se os dois objectos a intersectar.



**Line** permite traçar uma recta. Mova-se o cursor para marcar o primeiro ponto e pressione-se **Enter**. Repita-se o procedimento para o segundo ponto. Aparecerá a recta que passa pelos dois pontos.

*Nota: Para construir objectos não é necessário marcar novos pontos, podendo utilizarem-se os que existam.*



**Segment** permite traçar um segmento de recta. O procedimento é análogo ao anterior.



**Circle** permite traçar uma circunferência. Mova-se o cursor até ao local onde se pretende marcar o centro da circunferência e pressione-se **ENTER**. De seguida desloque-se o cursor de modo a marcar um ponto onde a circunferência passe e pressione-se novamente **ENTER**.



**Triangle** permite desenhar um triângulo. Para cada vértice mova-se o cursor até ao local onde se pretende desenhar e pressione-se **ENTER**. O triângulo estará completo quando se marcar o terceiro vértice.



**Quad** permite desenhar um quadrilátero. Procede-se de forma semelhante ao que se faz para a marcação de um triângulo. O quadrilátero estará completo após a marcação do quarto vértice.



## Ferramentas de Construções – Menu F3



**Perpendicular** permite construir uma recta a passar por um determinado ponto e que é perpendicular a um segmento de recta ou a outra recta. Deve-se seleccionar o ponto e a recta ou o segmento e pressionar **Enter**, surgindo a representação da recta desejada.

*Nota: Também é possível começar por seleccionar o segmento ou a recta e depois o ponto.*



**Parallel** permite construir uma recta a passar num determinado ponto e que é paralela a um segmento ou a outra recta. O procedimento é análogo ao utilizado para traçar uma recta perpendicular.



**Perpendicular Bisector** permite construir a mediatriz de um segmento de recta. Para tal basta seleccionar o segmento em causa ou os dois pontos extremos. Não é necessário que o segmento esteja representado para obter a mediatriz, bastando que estejam representados os extremos do segmento.



**Angle Bisector** permite construir a bissetriz de um ângulo. Começa-se por seleccionar um ponto num dos lados extremidade, depois o vértice do ângulo e, por fim, um ponto no outro lado extremidade.



**Midpoint** permite construir o ponto médio do segmento.

*Nota: Em vez de seleccionar o segmento, podem seleccionar-se os dois extremos. Isto permite marcar o ponto médio sem ser necessário que o segmento esteja marcado.*



**Compass** permite desenhar uma circunferência cujo raio tenha o comprimento de um determinado segmento dado. Selecciona-se o segmento e pressiona-se **ENTER**. De seguida mova-se o cursor até ao local onde se pretende colocar o centro da circunferência e volte-se a pressionar **ENTER**.

*Nota: Como no caso anterior, em vez de seleccionar o segmento, podem seleccionar-se os dois extremos, ou outros dois pontos que funcionarão como extremos de um segmento.*



**Locus** permite criar o lugar geométrico de um objecto que depende de um ponto livre que está num segmento de recta ou numa circunferência. Selecciona-se o objecto que vai determinar o lugar geométrico e, de seguida, selecciona-se o ponto do qual o objecto está dependente, pressiona-se **ENTER** e surgirá o lugar geométrico pretendido.

## *Ferramentas de Transformações – Menu F4*



**Symmetry** permite criar uma imagem simétrica de um objecto (por exemplo um ponto, segmento ou triângulo) relativamente a um determinado ponto. Para tal basta seleccionar o ponto de simetria e, de seguida, o objecto.



**Reflection** permite criar uma figura que é a reflexão de outra através de uma recta ou segmento de simetria. Selecciona-se a recta ou segmento de simetria e, de seguida, o objecto em causa. Ao fazer a primeira selecção surgirá um ponto que nos permite ter a percepção do resultado da reflexão de acordo com o movimento do cursor e o respectivo objecto a reflectir.



**Translation** permite realizar uma translação de um objecto, com uma determinada distância, direcção e sentido definidas num segmento. O sentido da translação fica definido pela ordem da marcação dos extremos do segmento. Selecciona-se o segmento, mais concretamente, os seus extremos pela ordem pretendida (surgindo logo um ponto demonstrativo do resultado da translação que varia de acordo com o movimento do cursor) e, de seguida, selecciona-se o referido objecto. Ao pressionar **ENTER** surgirá o objecto resultante da translação.

**Nota:** *Em vez de seleccionar o segmento pode-se seleccionar os extremos, ou quaisquer dois pontos que funcionarão como extremos de um segmento.*



**Rotation** permite realizar a rotação de um objecto, de um determinado ângulo e em torno de um ponto. Selecciona-se o centro de rotação, os três pontos que representam o ângulo de rotação, e o objecto que se pretende rodar, pressionando **ENTER**. A ordem pela qual se seleccionam os pontos determina o ângulo de rotação.



**Dilation** permite criar um objecto proporcional a outro segundo uma determinada razão chamada constante de homotetia. Selecciona-se o ponto que se considera centro da homotetia, a constante de homotetia, e por último o objecto que se pretende transformar.

**Nota:** A constante de homotetia tem de ser um valor numérico que foi adicionado à figura usando a ferramenta “Alpha-Numeric”, “Calculate” ou “Measure”, que se descrevem mais à frente.

## Outras Ferramentas – Menu F5



**Hide/Show > Objects** permite esconder objectos que fazem parte da figura ou mostrar objectos que estão escondidos. Basta seleccionar-se os objectos que se pretendem esconder. Ao mover o cursor, se houver objectos escondidos eles surgirão também à medida que este incide sobre o lugar onde eles se encontram, bastando seleccioná-los para os fazer aparecer.

**Hide/Show > Axes** permite mostrar ou esconder os eixos coordenados na figura.



**Alph-Num** permite adicionar texto ou números à figura e ainda colocar etiquetas (“label”) em pontos (que acompanham os pontos quando estes se movem). Mova-se o cursor para colocar o texto ou os números no local desejado e pressione-se **Enter**. Para inserir a etiqueta num ponto pressione-se **ENTER** e escrevam-se os caracteres desejados. Podem inserir-se, no máximo, 5 caracteres. Para modificar uma etiqueta, devemos seleccionar este comando, de seguida a etiqueta a alterar, pressionar **CLEAR** e introduzir a pretendida.

**Nota:** Para adicionar caracteres numéricos e outros símbolos matemáticos pressione-se **ALPHA** de forma a que o símbolo inicial **A** seja substituído pelo símbolo **^A**. Para voltar a adicionar caracteres de texto pressione-se novamente **ALPHA**.



**Display** permite alterar a forma como um ponto, linha, segmento ou medida é exibida. Para o fazer seleccione-se o objecto em causa, e pressione-se **ENTER** para fazer as alterações desejadas. No caso do ponto, este poderá surgir com a forma de um pequeno quadrado ou o ponto habitual, a linha e o segmento poderão surgir a tracejado ou a cheio.

De seguida serão analisados alguns comandos que envolvem cálculo. Em qualquer resultado de um comando que exporte um valor numérico é possível alterar o número de casas decimais exibidas. Para tal, nenhum menu deve estar activo. Aproxime-se o cursor do valor em causa até que surja um sublinhado e depois pressione-se **+** ou **-** para aumentar ou diminuir o número de casas decimais, que pode variar de 0 a 2.




**Measure > D. & Length** permite medir uma distância entre dois pontos, o comprimento de um segmento de recta, o perímetro de um triângulo, quadrilátero ou circunferência. Depois de surgir a medida, podemos colocá-la noutra local mais apropriado. Basta mover o cursor até à medida, e quando a seta mudar de aspecto e ficar branca, pressionar **ALPHA** e o cursor modificar-se-à ficando semelhante a uma “mão”. Mova-se para o local desejado e volte-se a pressionar **ENTER** para colocar a medida no referido local.

**Nota:** Quando o cursor está junto a um dos lados do triângulo ou quadrilátero, para além de mudar de aspecto, a selecção irá alternar, automaticamente, entre um segmento e o conjunto dos segmentos que formam o polígono em causa. Uma vez que a opção em causa tanto pode medir um segmento como o perímetro da figura, temos de tomar atenção se o que está seleccionado é o objecto pretendido. Podemos, no entanto, mudar a selecção manualmente pressionando a tecla **2nd**.



**Measure > Área** permite medir a área de um triângulo, quadrilátero ou circunferência.

Basta aproximar o cursor da figura geométrica até que este mude o aspecto para  e pressionar **ENTER**.

**Nota:** Não se pode medir a área de polígonos construídos à custa da ferramenta Segment e da ligação de vários segmentos.



**Measure > Angle** permite medir a amplitude de um ângulo entre 0° e 180°. Comece-se por seleccionar um ponto num dos lados extremidade, depois o vértice do ângulo e, por fim, um ponto no outro lado extremidade.



**Measure > Slope** permite determinar o declive de uma recta ou segmento. Para tal basta seleccionar o objecto em causa e pressionar **ENTER**.

**Nota:** O “declive” de uma recta vertical é apresentado como ###.



**Coord. & Eq.** permite determinar as coordenadas de um ponto ou as equações de rectas e circunferências existentes na figura.



**Calculate** permite realizar cálculos usando valores numéricos exibidos no painel de desenho (incluindo as medidas dos comprimentos de segmentos, de perímetros e áreas de triângulos e quadriláteros, de amplitudes de ângulos, etc.). Esta opção permite-nos realizar operações entre dois valores, exceptuando o caso da soma, onde se podem considerar três parcelas. Para tal, existem três procedimentos possíveis:

- *Seleccionar os dois valores em causa (ou três na soma) e, de seguida, a operação pretendida pressionando  $\boxed{+}$ ,  $\boxed{-}$ ,  $\boxed{\times}$  ou  $\boxed{\div}$  na calculadora.*
- *Seleccionar a operação pretendida e, de seguida, os dois valores.*
- *Seleccionar o primeiro valor, de seguida a operação pretendida e, finalmente, o segundo valor.*

Para determinar a **raíz quadrada** de um valor basta pressionar  $\boxed{x^2}$  e seleccionar o valor em causa.



**Clear > Object** permite apagar objectos da figura. Se por acaso este comando for usado por engano, faça-se *Undo* e a figura surgirá de novo.






**Clear > All** permite apagar todos os objectos da figura.










**Nota:** *Pode, opcionalmente, pressionar **CLEAR** três vezes e surgirá o ecrã representado na figura ao lado:*



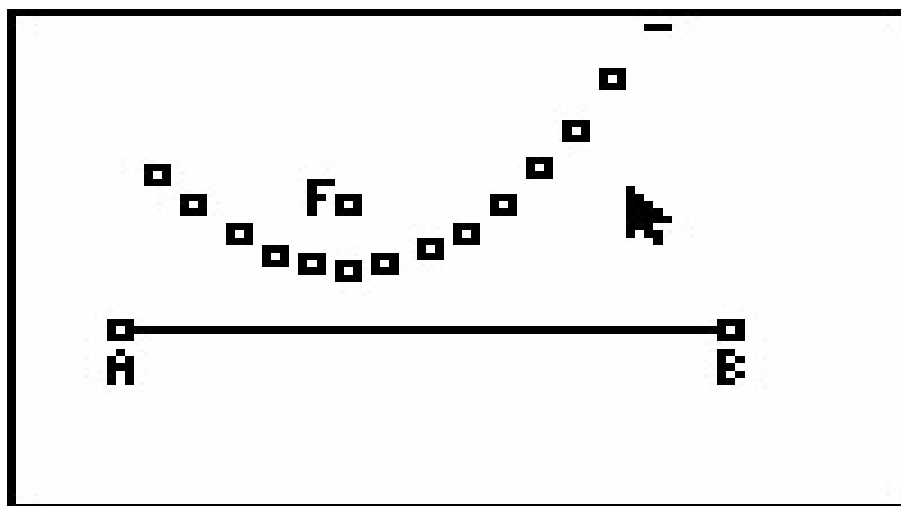
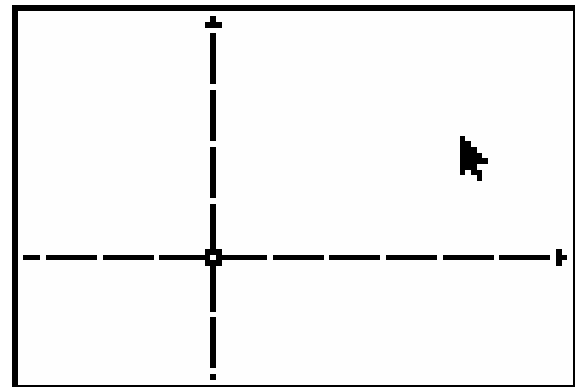
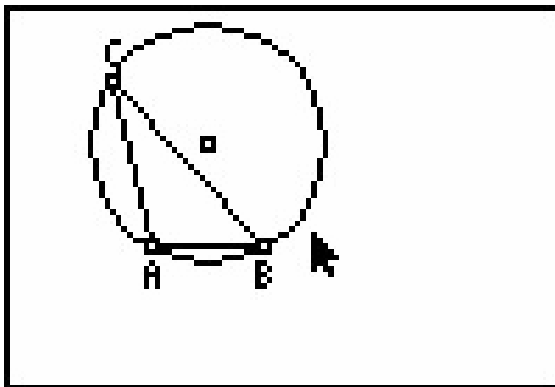
Pressione-se **ENTER** e todos os objectos serão apagados da figura. Se entretanto pretendermos não o fazer, basta pressionar **CLEAR** de novo ou pressionar **2nd** para seleccionar **No** e pressionar **ENTER**.

## *Cursors do Cabri Júnior*

-  O ponteiro preto é o cursor que surge no ecrã quando nenhuma ferramenta ou opção está seleccionada.
-  O ponteiro branco aparece quando o cursor está junto a um objecto que pode ser arrastado para outro lugar.
-  O cursor “mão” aparece quando seleccionamos um objecto e pressionamos **Alpha**. Permite mudar o objecto de local pressionando as setas de deslocamento da máquina. Para soltar o objecto pressiona-se **Alpha**, **Clear** ou **Enter**. Para accionar este cursor, não pode estar nenhum menu activo.
-  O lápis de ponta preta é o cursor que surge quando estão seleccionadas as ferramentas de desenho, construções e transformações. Surge também quando a opção **Hide/Show** está seleccionada e o cursor está perto de um objecto que está escondido.
-  O lápis branco aparece quando o cursor está junto a um ponto que pode ser seleccionado na aplicação de uma opção específica.

-  A borracha aparece quando a opção **Hide/Show** está seleccionada e o cursor está próximo de um objecto visível.
-  A seta preta surge para seleccionar objectos (diferentes de pontos) quando se está a usar as opções **Animate**, **Hide/Show**, **Clear** ou **Display**. Surge também quando está junto a um objecto (diferente de um ponto) que pode ser seleccionado na aplicação de uma opção específica.
-  A seta branca surge quando a opção **Display** está seleccionada e o cursor está junto a um objecto que está com a apresentação alternativa (por exemplo, quando a recta está a tracejado).
-  A seta tracejada surge quando a opção **Display** está seleccionada e o cursor está junto a um objecto que está com a apresentação por defeito (por exemplo, quando a recta esta a cheio).
-  Este cursor surge quando a opção **Clear** está seleccionada e está junto a um objecto. Ao apagar um objecto, todos os que dependem dele são também apagados.
-  Este cursor surge quando a opção **Animate** ou **Locus** estão seleccionadas e está junto a um ponto que está sobre um segmento ou circunferência.
-  Este cursor surge quando a opção **Alph-Num** está seleccionada e serve para colocar “labels”.
-  Este cursor surge quando a opção **Alph-Num** está seleccionada e está junto a um ponto ou a um “label” já existente na figura.
-  Este cursor surge quando a opção **Alph-Num** está seleccionada e se pressiona Enter para escrever texto ou “label”.

# Algumas Aplicações...





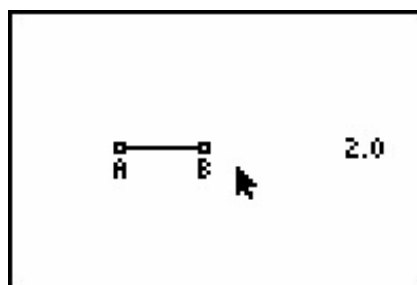
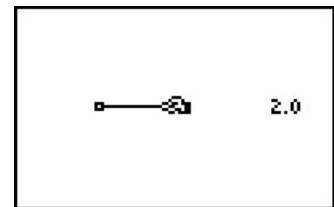
No que se segue propomos alguns exercícios para que se possa manusear a aplicação utilizando variadas ferramentas. Apresentamos também sugestões para a sua resolução, reforçando este carácter simplesmente sugestivo, pois haverá certamente resoluções alternativas.

# 1. Às voltas com um triângulo!

## 1.1. Construção de um triângulo $[ABC]$ cujos comprimentos dos lados são 2, 3 e 4 unidades.

a) Construir o segmento  $[AB]$  que mede 2 unidades:

- Comece-se por construir um segmento de recta : **F2** → **Segment** → **ENTER** e marquem-se dois pontos extremidade;
- Meça-se o comprimento desse segmento: **F5** → **Measure** → **D. & Length** → **ENTER**; seleccione-se esse segmento e pressione-se **ENTER** para visualizar a medida;
- Seleccione-se um dos pontos extremos do segmento e pressione-se a tecla **ALPHA**. Aparecerá um cursor de rato:  nte:  ;
- Mova-se esse cursor até ao segmento medir 2 unidades;
- Identifiquem-se os dois pontos extremos do segmento com as letras A e B: **F5** → **Alph-Num** → **ENTER**. Seleccione-se o primeiro ponto, escreva-se A e pressione-se em **ENTER** (se for necessário colocar a letra A noutra local que se entenda mais adequado, seleccione-se a letra, pressione-se a tecla **ALPHA** e mova-se a letra para o local desejado). Para identificar o outro ponto com a letra B o procedimento é análogo;

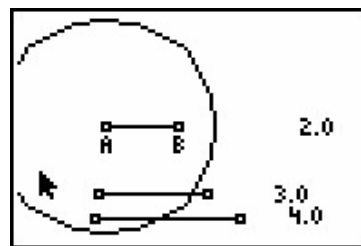


b) Construir dois segmentos que meçam 3 e 4 unidades, respectivamente:

➤ O procedimento é análogo a construir um segmento que meça 2 unidades;

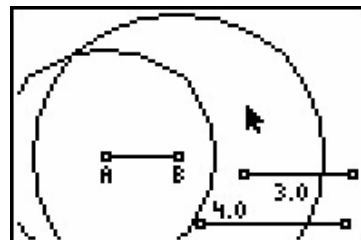
c) Construir a circunferência com centro em A e raio 3 unidades:

➤ **F3** → **Compass** → **ENTER** e seleccione-se o segmento que mede 3 unidades e o ponto A. Pressione-se novamente **ENTER**;



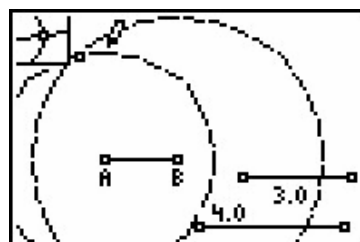
d) Construir a circunferência com centro em B e raio 4 unidades:

➤ O procedimento é análogo ao da alínea anterior;



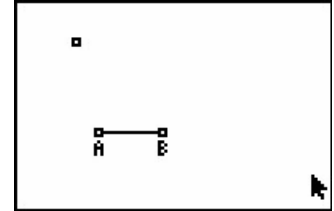
e) Determinar uma intersecção das duas circunferências (o ponto de intersecção vai ser o terceiro vértice do triângulo pretendido):

➤ **F2** → **Point** → **Intersection** → **ENTER** e seleccionem-se as duas circunferências;



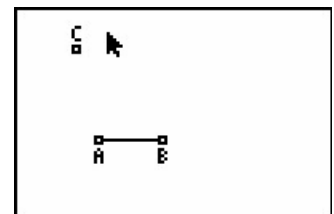
f) Esconder as circunferências, os segmentos que medem 3 e 4 unidades e as respectivas medidas:

- **F5** → **Hide/Show** → **Objects** → **ENTER** e pressione-se a tecla **ENTER** após a selecção de cada um dos objectos a esconder;



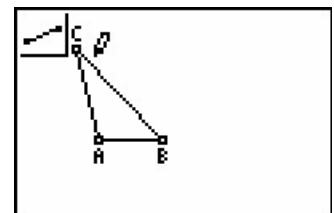
g) Identificar o ponto de intersecção com a letra C:

- Procedimento análogo ao passo da alínea a) onde se identificou pontos com letras;

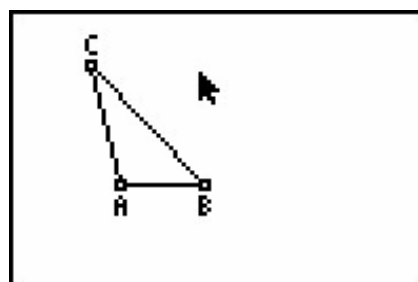


h) Construir os segmentos  $[AC]$  e  $[BC]$ :

- **F2** → **Segment**, seleccionem-se os pontos A e C e pressione-se a tecla **ENTER**. Ainda com este comando activo, faça-se o mesmo para os pontos B e C;



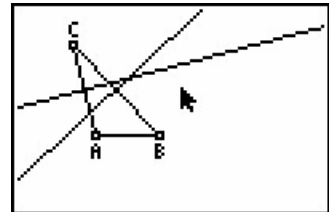
*Obtém desta forma o triângulo pretendido.*



## 1.2. Construção da circunferência que circunscreve o triângulo anterior.

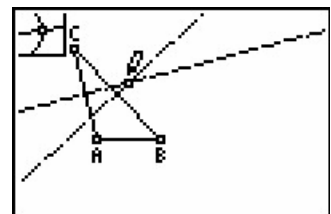
a) Construir as mediatrizes de dois lados quaisquer do triângulo:

- Construam-se, por exemplo, as mediatrizes dos lados [AC] e [BC]: **[F3]** → **Perp. Bis.** → **ENTER**, seleccione-se o lado [AC] e pressione a tecla **ENTER**. Ainda com este comando activo, faça-se o mesmo para o lado [BC];



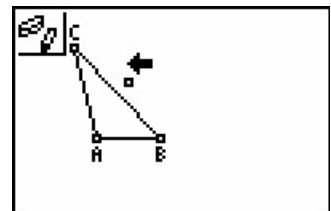
b) Determinar a intersecção das duas mediatrizes (circuncentro do triângulo):

- **[F2]** → **Point** → **Intersection** → **ENTER** e seleccionem-se as duas mediatrizes;



c) Esconder as mediatrizes:

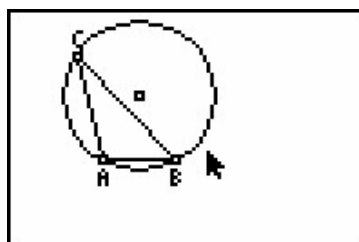
- **[F5]** → **Hide/Show** → **Objects** → **ENTER**, pressione-se a tecla **ENTER** após a selecção de cada uma das mediatrizes;



d) Construir a circunferência desejada:

- **[F2]** → **Circle** → **ENTER**, seleccione-se o circuncentro e um dos vértices do triângulo e depois pressione-se a tecla **ENTER**;

*Obtém desta forma a circunferência que circunscreve o triângulo:*

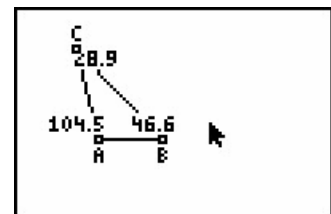


### 1.3. Determinar a soma das amplitudes dos ângulos internos de qualquer triângulo?

Para verificar que a soma das amplitudes dos ângulos internos de qualquer triângulo é  $180^\circ$ , vamos numa fase inicial fazê-lo no triângulo  $[ABC]$  e, posteriormente, noutros triângulos obtidos por deslocação de um dos vértices do mesmo triângulo.

a) Medir as amplitudes dos ângulos internos do triângulo  $[ABC]$ :

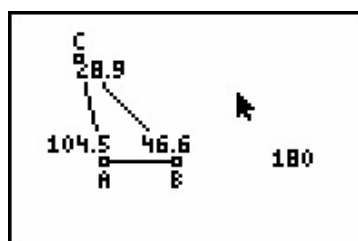
- Meça-se a amplitude do  $\angle ABC$ :  $[F5] \rightarrow [Measure] \rightarrow [Angle] \rightarrow [ENTER]$ , seleccionem-se os pontos C, B e A, por esta ordem (para medir a amplitude do ângulo desejado);
- Ainda com o mesmo comando activo, meçam-se as amplitudes dos restantes ângulos internos, tendo o cuidado de seleccionar os pontos pela ordem correcta;




b) Somar as amplitudes obtidas no passo anterior:

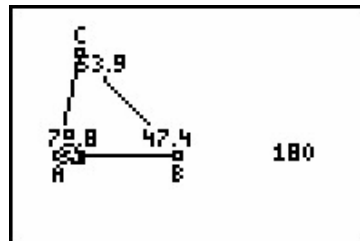
- Some as três amplitudes:  $[F5] \rightarrow [Calculate] \rightarrow [ENTER]$ , seleccione o valor correspondente a cada amplitude, arrastando o cursor até cada valor estar a sublinhado e pressionando  $[ENTER]$  e, finalmente, pressione a tecla  $[+]$ . O valor que vai aparecer no ecrã é a soma pretendida, ou seja, a soma das amplitudes dos ângulos internos do triângulo ( $180^\circ$ );

*Desta forma, verifica-se que a soma das amplitudes dos ângulos internos do triângulo  $[ABC]$  é  $180^\circ$ :*



c) Deslocar um dos vértices do triângulo:

- Desloque-se, por exemplo, o vértice A (note-se que só se podem deslocar os vértices A e B, porque a construção de C depende de A e de B). Selecciona-se o ponto A, pressione-se a tecla **ALPHA**, o cursor vai mudar para  e move-se o ponto A aleatoriamente;



- Para deslocar o vértice B, usa-se procedimento análogo.

*Assim, ao considerar muitos outros triângulos, como resultado do movimento dos vértices, estamos mais próximo da certeza de que em qualquer triângulo a soma das amplitudes dos seus ângulos internos é 180°.*

## 2. Explorando o referencial cartesiano...

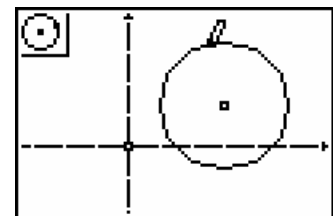
### 2.1. Construção de uma circunferência e indicação das coordenadas do centro e a medida do raio.

a) Exibir o referencial cartesiano:

➤ **F5** → **Hide/Show** → **Axes** → **ENTER**;

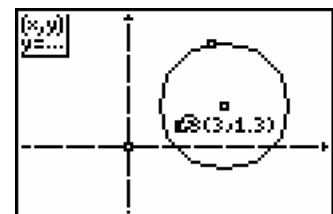
b) Desenhar uma circunferência qualquer:

➤ **F2** → **Circle** → **ENTER**, mova-se o cursor para o local onde se pretende colocar o centro da circunferência e pressione-se **ENTER**. De seguida desloque-se o cursor de acordo com a medida do raio pretendida e volte-se a pressionar **ENTER**.



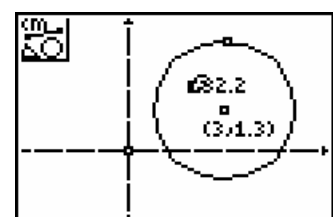
c) Indicar as coordenadas do centro:

➤ **F5** → **Coord. & Eq.** → **ENTER** e seleccione-se o centro deslocando o cursor até ao ponto que o representa e, quando este estiver a “pisca” pressione-se **ENTER**. Surgirão as coordenadas com o cursor “mão” que permite que as desloquemos para o local desejado.



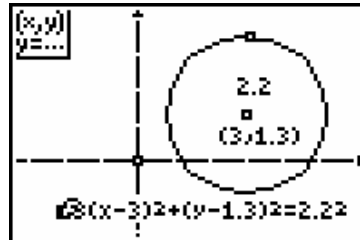
d) Indicar a medida do raio:

➤ **F5** → **Measure** → **D. & Length** → **ENTER**, seleccionem-se o centro e outro ponto na circunferência, arrastando o cursor até estes dois pontos e pressionando **ENTER** quando estes estiverem a “pisca”. Também na medida do raio surgirá o cursor “mão” que permite deslocá-la para outro local.



### 2.1.1. Indicação de uma equação cartesiana da circunferência.

- **F5** → **Coord. & Eq.** → **ENTER** e seleccione-se a circunferência.



Verifica-se que surgem as coordenadas do centro e a medida do raio.

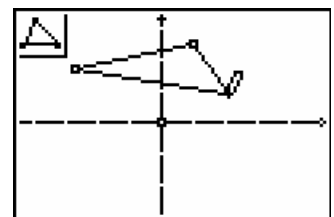
Desta forma podemos conjecturar algo que é sempre verdade, ou seja que

*a equação da circunferência de centro  $(a,b)$  e raio  $r$  é  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$*

### 2.2. Construção de um triângulo e do seu simétrico em relação à origem.

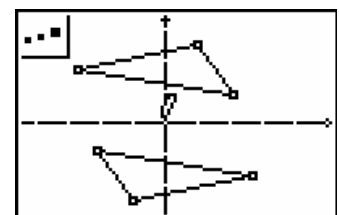
a) Construir um triângulo:

- **F2** → **Triangle** → **ENTER** e marquem-se os três vértices do triângulo deslocando o cursor e pressionando **ENTER** para cada vértice.



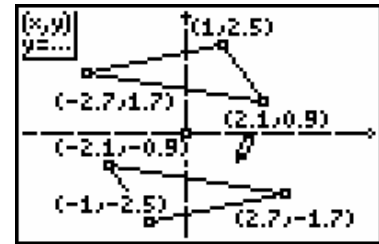
b) Obter a simetria do triângulo em relação à origem:

- **F4** → **Symmetry** → **ENTER**, seleccione-se a origem, e de seguida, o triângulo (neste caso é indiferente a ordem da selecção, apenas fazendo diferença quando o objecto a aplicar a simetria é também um ponto).



c) Determinar as coordenadas dos vértices dos dois triângulos:

- **F5** → **Coord. & Eq.** → **ENTER** e seleccionem-se os vértices dos dois triângulos. Cada vez que se pressiona **ENTER** na selecção de um vértice surgem as respectivas coordenadas. Mova-se o cursor para o local que se desejar colocar as coordenadas e pressione-se **ENTER**.

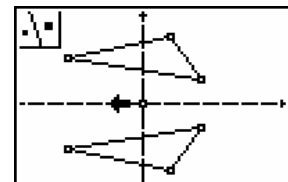


*Verifica que ao realizar uma simetria em relação à origem, as coordenadas dos vértices do triângulo obtido são simétricas às do triângulo inicial.*

### 2.3. Construir a reflexão do triângulo inicial em relação ao eixo das abcissas e em relação ao eixo das ordenadas.

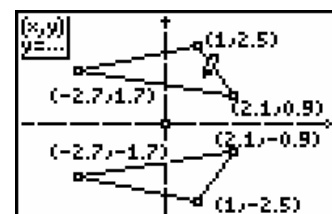
c) Construir a reflexão em relação ao eixo das abcissas:

- **F4** → **Reflection** → **ENTER**, seleccione-se o triângulo movendo o cursor até um dos lados do triângulo e pressionando **ENTER** quando os três lados estiverem a “piscar” e, de seguida, seleccione-se o eixo das abcissas.



b) Determinar as coordenadas dos vértices dos dois triângulos:

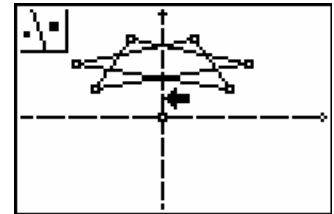
- Procedimento análogo ao da alínea c) do ponto 2.2..



*Verifica que ao realizar uma reflexão em relação ao eixo das abcissas, as ordenadas dos vértices do triângulo obtido são simétricas às do triângulo inicial.*

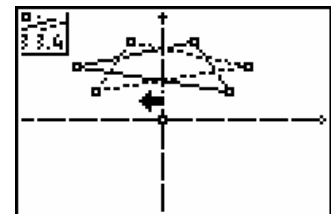
c) Construir a reflexão em relação ao eixo das ordenadas:

- **F4** → **Reflection** → **ENTER**, seleccione-se o eixo das ordenadas e, de seguida, o triângulo.

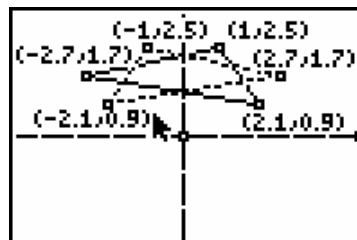


d) Colocar o triângulo inicial a tracejado para uma melhor visualização da reflexão obtida:

- **F5** → **Display** → **ENTER** e seleccione-se o triângulo inicial.



c) Determinar as coordenadas dos vértices dos dois triângulos:



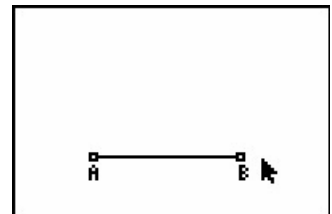
*Verifica-se que ao realizar uma reflexão em relação ao eixo das ordenadas, as abcissas dos vértices do triângulo obtido são simétricas às do triângulo inicial.*

### 3. Animando um quadrado...

#### 3.1. Construir um quadrado.

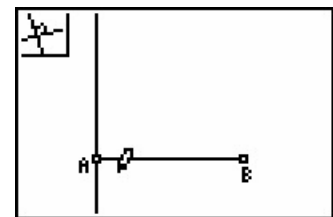
a) Construir um segmento  $[AB]$  (esse segmento vai ser o lado do quadrado):

- $F2 \rightarrow \text{Segment} \rightarrow \text{ENTER}$  e seleccionem-se dois pontos quaisquer;
- Identifiquem-se os dois pontos extremos do segmento com as letras A e B:  
 $F5 \rightarrow \text{Alpha-Num} \rightarrow \text{ENTER}$ , seleccione-se o primeiro ponto, escreva-se A e pressione-se  $\text{ENTER}$  (se for necessário colocar a letra A noutro local que se entenda mais adequado, seleccione-se a letra, pressione-se a tecla  $\text{ALPHA}$  e mova-se a letra para o local desejado); para identificar o outro ponto com a letra B o procedimento é análogo;



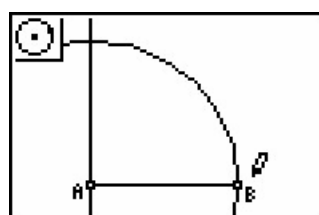
b) Construir a recta perpendicular ao segmento  $[AB]$  pelo ponto A (ou pelo ponto B):

- Pelo ponto A, por exemplo:  $F3 \rightarrow \text{Perp.} \rightarrow \text{ENTER}$ , seleccione-se o segmento  $[AB]$  e o ponto A;



c) Desenhar a circunferência com centro em A e que passa por B:

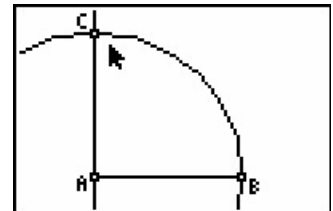
- $F2 \rightarrow \text{Circle} \rightarrow \text{ENTER}$ , seleccione o ponto A e o ponto B;



d) Determinar o ponto C que é uma das intersecções da recta perpendicular desenhada no passo b) com a circunferência desenhada no passo anterior (vai ser um vértice do quadrado):

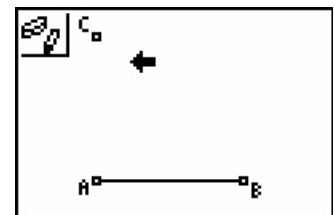
➤  $F2 \rightarrow \text{Point} \rightarrow \text{Intersection} \rightarrow \text{ENTER}$ , seleccione-se a recta perpendicular em questão e a circunferência;

➤ Identifique-se o ponto obtido com a letra C:  $F5 \rightarrow \text{Alph-Num} \rightarrow \text{ENTER}$ , seleccione-se o ponto a identificar, escreva-se C e pressione-se  $\text{ENTER}$ ;



e) Esconder a recta perpendicular e a circunferência que foram usadas no último passo:

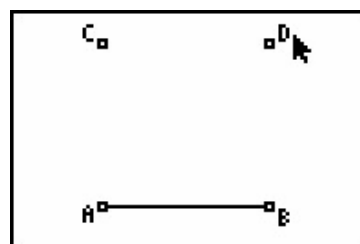
➤  $F5 \rightarrow \text{Hide/Show} \rightarrow \text{Objects} \rightarrow \text{ENTER}$  e seleccionem-se os objectos a esconder;



f) Determinar o ponto D trasladando do ponto C segundo o vector  $\overrightarrow{AB}$ :

➤  $F4 \rightarrow \text{Translation} \rightarrow \text{ENTER}$ , seleccionem-se os extremos do vector  $\overrightarrow{AB}$ , primeiro A e depois B, para a translação se processar no sentido pretendido, e, de seguida, seleccione-se o ponto C que se pretende trasladar;

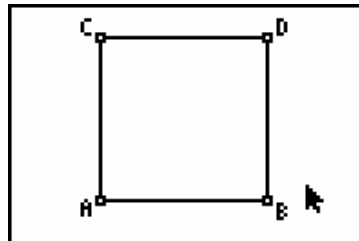
➤ Identifique o ponto obtido com a letra D (análogo à alínea d)), onde se identificava o ponto com uma letra);



g) Construir os segmentos  $[AC]$ ,  $[CD]$  e  $[BD]$ :

- $F2 \rightarrow \text{Segment} \rightarrow \text{ENTER}$ , seleccionem-se os pontos A e C, pressione-se  $\text{ENTER}$  e obter-se-á o segmento  $[AC]$ ;
- Ainda com o mesmo comando activo, siga-se o mesmo processo para construir os outros segmentos;

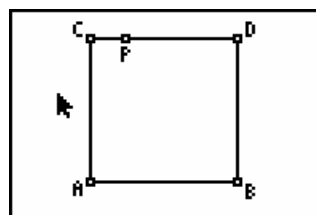
*Obtém deste modo o quadrado  $[ABCD]$ :*



### 3.2. Inscreva um novo quadrado no quadrado construído, a partir de um ponto arbitrário sobre um dos lados.

a) Construir um ponto livre P num dos segmentos correspondentes aos lados do quadrado:

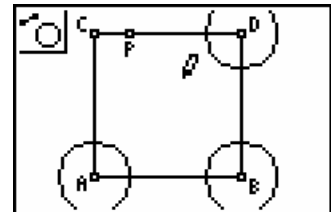
- $F2 \rightarrow \text{Point} \rightarrow \text{Point on} \rightarrow \text{ENTER}$ , seleccione-se, por exemplo, o segmento  $[CD]$ ;
- Identifique-se o ponto obtido com a letra P:  $F5 \rightarrow \text{Alph-Num} \rightarrow \text{ENTER}$ , seleccione-se o ponto a identificar, escreva-se P e pressione-se  $\text{ENTER}$



b) Construir as circunferências de centros A, B e D e de raio  $\overline{CP}$ :

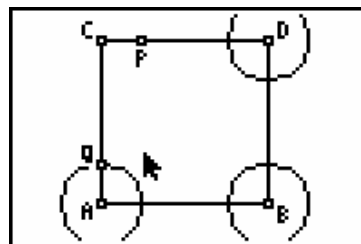
- **F3** → **Compass** → **ENTER**, seleccionem-se em primeiro lugar os pontos que determinam a medida do raio, C e P, e depois seleccionem-se o ponto correspondente ao centro da circunferência, por exemplo, A. Obtém assim a circunferência de centro A e raio  $\overline{CP}$ ;

- Ainda com o mesmo comando activo, use-se o mesmo procedimento para desenhar as restantes circunferências;

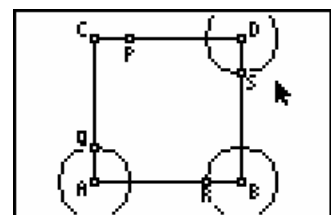


c) Determinar o ponto Q, que é a intersecção da circunferência desenhada de centro A com o raio  $[AC]$  :

- **F2** → **Point** → **Intersection** → **ENTER**, seleccionem-se a circunferência e o segmento em questão;
- Identifique-se o ponto obtido com a letra Q: **F5** → **Alph-Num** → **ENTER**, seleccionem-se o ponto a identificar, escreva-se Q e pressione-se **ENTER**;

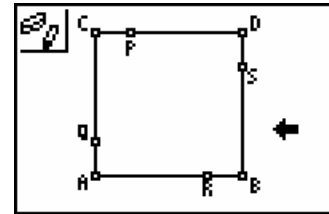


d) Determinar os pontos R e S, intersecções respectivas da circunferência desenhada de centro B com o segmento  $[AB]$  e da circunferência desenhada de centro D com o segmento  $[BD]$ :



e) Esconder as três circunferências:

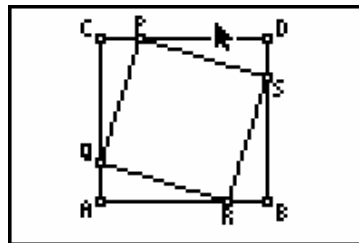
- **F5** → **Hide/Show** → **Objects** → **ENTER**, seleccionem-se as circunferências a esconder;



g) Construção do quadrado de vértices P, Q, R e S :

- **F2** → **Quad.** → **ENTER**, seleccionem-se os vértices P, Q, R e S;

*Obtemos deste modo o quadrado [PQRS] nas condições pretendidas:*

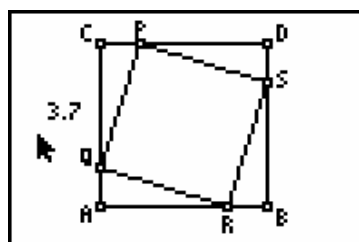


### 3.3. Qual destes quadrados tem menor área?

O Cabri Júnior, tal como qualquer software de geometria dinâmica, não permite responder a esta questão com o rigor científico da prova. No entanto, permite conjecturar qual será o quadrado de menor área, que é uma fase importante na demonstração. Para tal, sugerem-se os seguintes passos:

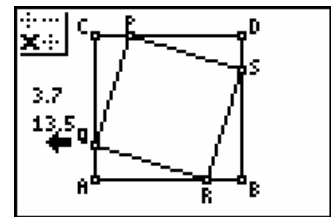
a) Medir o lado do quadrado [PQRS]:

- **F5** → **Measure** → **D. & Length**, seleccione-se um dos lados do quadrado;



b) Determinar a área do mesmo quadrado:

- **F5** → **Calculate** → **ENTER**, seleccione-se o valor correspondente à medida do lado do quadrado, pressione-se a tecla **⊗** e seleccione-se novamente o mesmo valor.



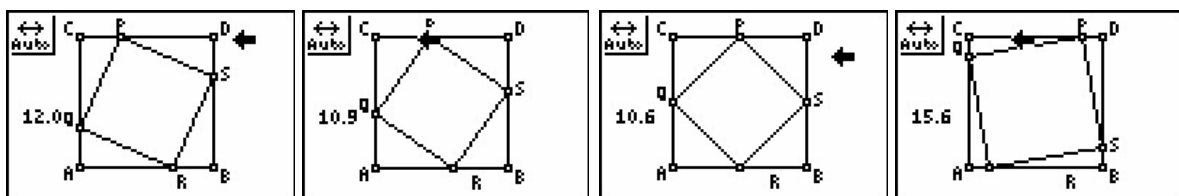
c) Esconder o valor correspondente à medida do lado (opcional):

- **F5** → **Hide/Show** → **Objects** → **ENTER**, seleccione-se o valor a esconder;

d) Animar o ponto P no segmento [CD]:

Note-se que dos vértices do quadrado [PQRS] só se pode animar P, uma vez que os restantes vértices foram construídos à custa deste.

- **F1** → **Animate** → **ENTER**, seleccione-se o ponto P;



- **Nota:** para interromper a animação: **2ND** → **ENTER**, que é o procedimento a seguir para parar qualquer animação.

*Assim, através desta animação do Cabri Júnior não é difícil conjecturar que o quadrado que tem a menor área é o que tem como vértices os pontos médios do quadrado inicial.*

## 4. À procura de um lugar geométrico...

### 4.1. Qual é o lugar geométrico dos pontos equidistantes de uma determinada recta e de um ponto que não lhe pertence?

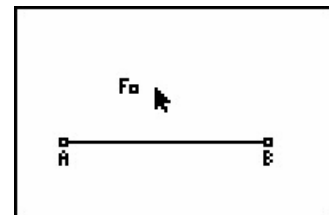
Vamos apresentar uma sugestão que nos permite construir esse lugar geométrico – a parábola – num procedimento que poderá justificar-se tendo em conta algumas propriedades geométricas.

i) Construir um segmento  $[AB]$  representando uma recta:

j) Construir um ponto  $F$  exterior à recta (foco da parábola):

➤  $F2 \rightarrow \text{Point} \rightarrow \text{ENTER}$  e seleccione-se um ponto qualquer;

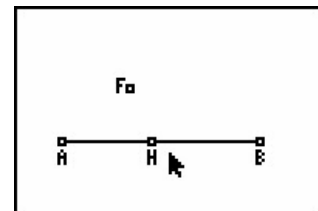
➤ Identifique-se esse ponto com a letra  $F$ ;



k) Construir um ponto livre  $H$  no segmento  $[AB]$ :

➤  $F2 \rightarrow \text{Point} \rightarrow \text{Point on} \rightarrow \text{ENTER}$  e seleccione-se o segmento representado;

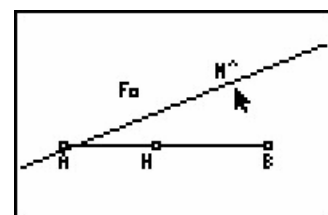
➤ Identifique-se o ponto que se obteve com a letra  $H$ ;



l) Construir a mediatriz  $M^\wedge$  do segmento  $[FH]$ :

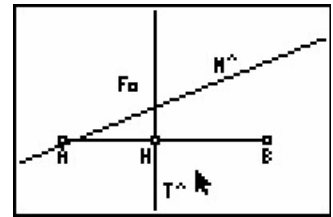
➤  $F3 \rightarrow \text{Perp. Bis.} \rightarrow \text{ENTER}$ , seleccionem-se os pontos  $F$  e  $H$  e pressione-se a tecla  $\text{ENTER}$ ;

➤ Identifique-se a recta obtida com a letra  $M^\wedge$  (análogo a identificar pontos com letras). Para escrever o  $^\wedge$  depois de  $M$ , ainda com o menu  $\text{Alpha-Num}$  activo pressione-se  $2\text{nd} \rightarrow \text{ALPHA} \rightarrow \text{^\wedge}$ ;



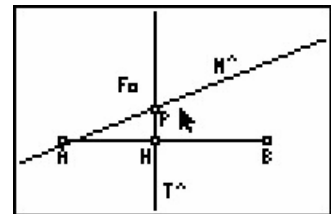
m) Construir a recta  $T^\wedge$  perpendicular ao segmento  $[AB]$ , por H:

- $F3 \rightarrow \text{Perp.} \rightarrow \text{ENTER}$  e seleccionem-se o segmento  $[AB]$  e o ponto H;
- Identifique-se a recta obtida com a letra  $T^\wedge$ ;



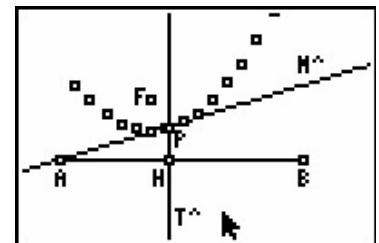
n) Determinar o ponto P de intersecção das rectas  $M^\wedge$  e  $T^\wedge$ :

- $F2 \rightarrow \text{Point} \rightarrow \text{Intersection} \rightarrow \text{ENTER}$ , seleccionem-se as duas rectas;
- Identifique-se o ponto obtido com a letra P;



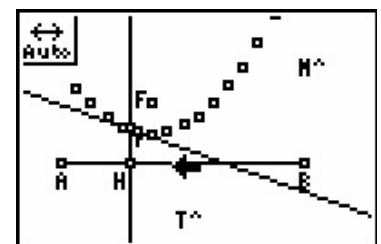
o) Construir a parábola com o comando Locus:

- $F3 \rightarrow \text{Locus} \rightarrow \text{ENTER}$ , seleccione-se o ponto P, mova-se o cursor ate o ponto H, verifique-se que o cursor muda para  $\leftrightarrow$  e pressione-se  $\text{ENTER}$ ;



h) Animar o ponto H para uma melhor visualização da construção da parábola através do comando Locus:

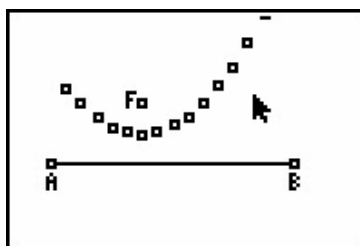
- $F1 \rightarrow \text{Animate} \rightarrow \text{ENTER}$ , seleccione-se o ponto H;



i) Esconder o ponto H e as rectas  $M^{\wedge}$  e  $T^{\wedge}$ :

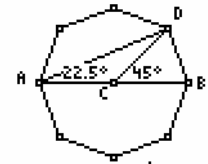
- **F5** → **Hide/Show** → **Objects** → **ENTER**, pressione-se a tecla **ENTER** após a selecção de cada um dos objectos a esconder.

*Obtém-se desta forma a parábola de foco F e directriz AB:*



# Algumas sugestões de trabalho:

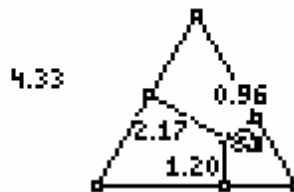
1. Construir polígonos regulares e estudar diferentes medidas, quer de comprimentos quer de ângulos.



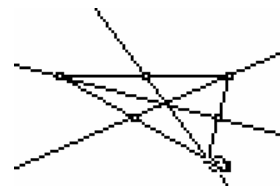
2. Investigar os polígonos que se obtêm a partir dos pontos médios de um quadrilátero.



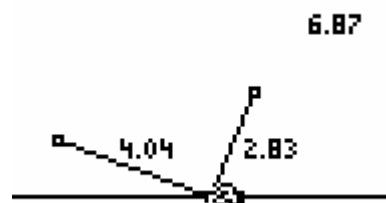
3. Descobrir “o ponto” do interior de um triângulo equilátero cuja soma das distâncias a cada um dos lados é a menor possível.



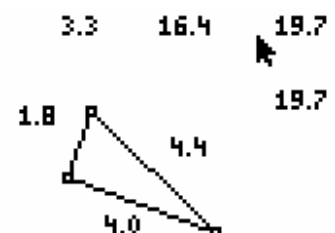
4. Observar as intersecções das mediatrizes, bissectrizes e medianas de um número considerável de triângulos.



5. Considerem-se dois pontos do mesmo lado de uma recta. Averiguar qual o ponto da recta da recta que minimiza a soma das distâncias de cada um dos pontos iniciais a esse ponto.

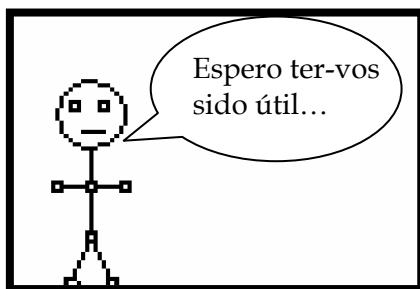


6. Verificar o Teorema de Pitágoras no maior número de triângulos rectângulos possível.



# Notas bibliográficas

- *Getting Started Guide for the Cabri Jr. App. , 2004 Texas Instruments Incorporated;*
- *Veloso, Eduardo. Geometria: Temas actuais, Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1998*
- *Programas oficiais do ensino básico e secundário, Matemática A e Matemática B;*
- *Competências Essenciais do Ensino Básico, 2001;*
- *Revistas da APM – Associação de Professores de Matemática;*







Todas as calculadoras na Europa são fabricadas em conformidade com o certificado ISO 9000. Paper-Free, Constant Memory, APD (Automatic Power Down), ANYLITE, SuperView, EOS, AOS, TI-GRAPH LINK, ViewScreen, TI-Presenter, CBL 2™ e CBR 2™ são marcas comerciais da Texas Instruments Incorporated. Cabri Log II é uma marca da Université Joseph Fourier. Todas as marcas e as marcas registadas são propriedade dos respectivos proprietários.

A Texas Instruments reserva-se o direito de fazer alterações aos produtos, especificações, serviços e programas sem aviso prévio.