

Matematikk R2

og

det digitale verktøyet



Kristen Nastad

Forord

Heftet er skrevet på grunnlag av versjon 1.6.4295 2008 – 12 – 09 av operativsystemet til programmet **TI-*n*spire™ CAS Operating System Software** for **CAS-kalkulatoren** og **Aschehougs lærebok Matematikk R2**, studieforbereidende utdanningsprogram.

Kalkulatoren inneholder **applikasjonene** (noen funksjoner i parentes)

- **Kalkulator** (algebra, funksjonsanalyse, sannsynlighet, statistikk og vektor)
- **Grafer & geometri** (graf- og tegneverktøy, geometri og analyseverktøy)
- **Lister & regneark** (regresjon, fordeling, test, konfidensintervall og tabell)
- **Notes** (tekstredigering)
- **Data & statistikk** (plott, diagram, regresjon)

I heftet finner du forklaringer på bruk av kalkulatoren **TI-*n*spire CAS** i alle eksemplene der tastetrykkene for TEXAS er tatt med i læreboka.

Du finner også forklaringer på hvordan du kan bruke kalkulatoren i noen andre eksempler.

Side 3 og 4 finner du **innholdsfortegnelsen** med sidehenvisningene til læreboka lengst til venstre.

Korte beskrivelser av noen **taster** finner du på side 5.
Forklaringer til **hurtigtaster** finner du på side 6.

Sett deg godt inn i informasjonen som fulgte med kalkulatoren.

På nettstedet **Atomic Learning** finner du animerte opplæringssekvenser på norsk. Se også **Digitale verktøy** i **Lenkesamling** på **Lokus**.

Den norske sida til **Texas Instruments**:

http://education.ti.com/educationportal/sites/NORGE/productCategory/no_nspire.html

gir mye informasjon om kalkulatoren.

Lykke til med bruken av heftet!

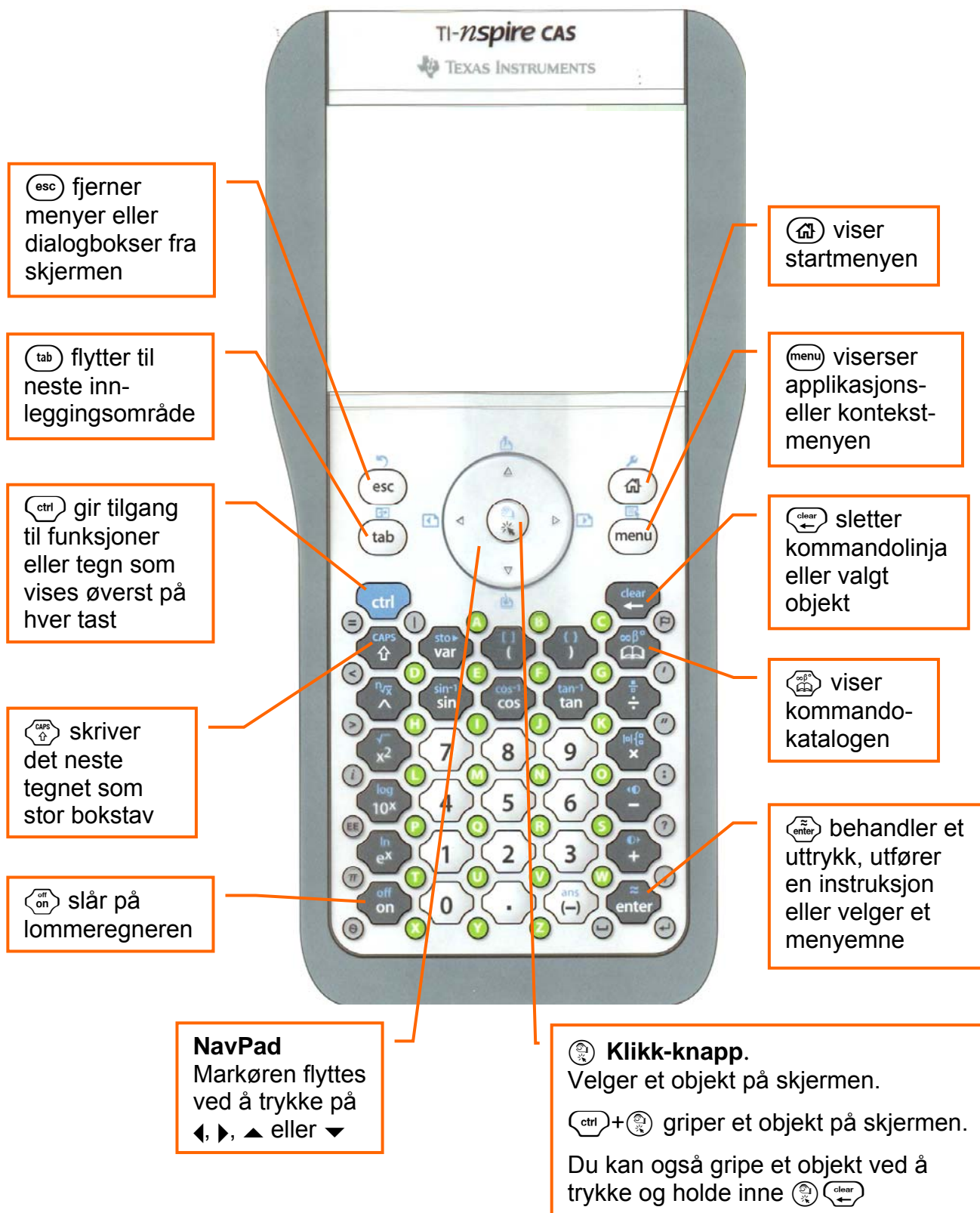
Kristen Nastad

Innhold

Tastene på TI-nspire CAS	5
Hurtigtaster	6
1: Vektorer	7
9 – 20 Vektorer i rommet	7
26 – 37 Vektorprodukt	7
2: Algebra	8
75 – 82 Tallfølger	8
83 – 86 Rekker	9
92 – 102 Geometriske rekker	9
103 – 108 Uendelige geometriske rekker	11
109 – 113 Induksjonsbevis	11
3: Trigonometri	12
117 – 124 Trigonometriske funksjoner	12
124 – 128 Trigonometriske grunnlikninger	12
129 – 132 Trigonometriske likninger	13
133 – 137 Sumformlene	14
138 – 143 Absolutt vinkelmål	14
145 – 153 Funksjonen $A \sin(cx + \varphi) + d$	15
154 – 159 Funksjonen $a \sin cx + b \cos cx$	16
4: Funksjoner	17
163 – 169 Den deriverte av trigonometriske funksjoner	17
170 – 177 Drøfting av sentrale funksjoner	17
177 – 187 Lineær modellering	18
188 – 196 Ikke-lineær regresjon med digitalt verktøy	21
5: Integraler	23
209 – 216 Det bestemte integralet	23
217 – 224 Det ubestemte integralet	23
225 – 235 Bestemt integral ved antiderivering	24
236 – 250 Integrasjonsmetoder	24
251 – 259 Volumberegninger	25

6: Differensiallikninger.....	26
263 – 267 En ny type likninger	26
268 – 273 Integralkurver og initialbetingelser	26
274 – 278 Separable differensiallikninger	27
278 – 282 Integrerende faktor	27
282 – 295 Praktisk bruk av differensiallikninger	27
297 – 306 Differensiallikninger av andre orden	29
307 – 309 Flere teknikker	29

Tastene på TI-*n*spire CAS



Hurtigtaster

Redigere tekst		Navigasjon	
Klipp ut		Hjem	
Kopier		Slutt	
Lim inn		Side opp	
Angre		Side ned	
Gjør om		Opp et nivå i hierarkiet	
Sett inn tegn, symboler		Ned et nivå i hierarkiet	
Visning av tegn, symboler		Navigere i dokumenter	
Ikke lik		Vis forrige side	
Senket strek		Vis neste side	
\geq		Vis sidesortering	
\leq		Veivisere og sjabloner	
Semikolon		Legge til en kolonne i en matrise	
Matematisk sjablonpalett		Legge til en rad i en matrise	
∞		Sjablon for integrasjon	
\$		Sjablon for den deriverte	
Symbol for grader		Endre displayet	
Dokumentstyring		Øke kontrast	
Opprette nytt dokument		Redusere kontrast	
Sette inn ny side		Slå av	
Velg applikasjon			
Lagre aktuelt dokument			

2: Algebra

75 – 82 Tallfølger

Tast $\left[\text{Home} \right] \left[6 \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{enter} \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast $\left[\text{Home} \right] \left[6 \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke får noen beskjed.

Eksempel 2 Å bruke rekursive formler

Tallfølgen får du ved å taste $\left[\text{menu} \right] \left[6 \right] \left[4 \right] \left[5 \right] \left[2 \right] \left[\sqrt{x} \right] \left[N \right] \left[\text{enter} \right] \left[1 \right] \left[\text{tab} \right] \left[N \right] \left[\text{enter} \right] \left[1 \right] \left[\text{tab} \right] \left[6 \right] \left[\text{enter} \right]$.



Eksempel 8 Tallfølger med digitale verktøy

Legg inn en **ny side**: Trykk $\left[\text{ctrl} \right] \left[\text{Home} \right] \left[4 \right] \left[5 \right]$.

Finn leddene i tallfølgen $a_n = 2n^2 + n - 1$ ved hjelp av regnearket. Følg disse tre punktene:

	B	C	D
1	1	2	-5
2	2	9	-4
3	3	20	-3
4	4	35	-2
5	5	54	-1

D1 = 2 * C1^2 + C1 - 1

1. Legg inn tallet 1 i celle A1
2. Skriv inn formelen =A1+1 i A2, og kopier den nedover kolonne A
3. Skriv inn formelen =2*A1^2+A1-1 i B1 og kopier den nedover kolonne B

Formelen i en celle kopierer du nedover ved først å velge cella med formelen som skal kopieres. Deretter taster du $\left[\text{menu} \right] \left[3 \right]$, og \blacktriangledown så mange ganger at du får riktig antall celler i kolonnen. Avslutt med $\left[\text{enter} \right]$. Cellene i kolonnene A og B er kopiert over til de tilsvarende cellene i kolonnene C og D. Etter at celle C1 ble endret fra 1 til -5, mens C1 fortsatt var merket, ga et trykk på $\left[\text{enter} \right]$ -tasten de nye tallene i kolonnene C og D.

Uttrykket for det n -te leddet i en tallfølge, for eksempel formelen for trekantallene, kan vi finne ved regresjon:

1. Legg inn leddnumrene i kolonne A og tilhørende tall i kolonne B. La de to kolonnene få listenavnene l1 og l2.
2. Du kan prøve fram med forskjellige regresjonsfunksjoner. Den som passer best er andregradsfunksjonen.
3. Regnearket gir resultatet

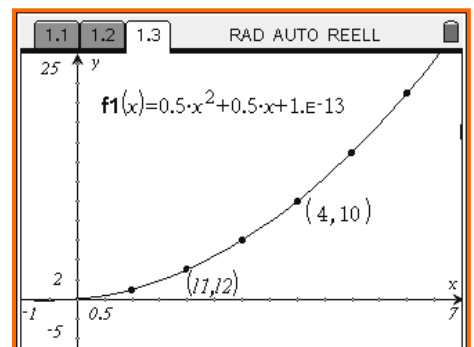
A	B	C	D
l1	l2		=QuadReg('l1','l2')
1	1	Tittel	Kvadratisk reg...
2	2	3	RegEqn... a*x^2+b*x+c
3	3	6	a
4	4	10	b
5	5	15	c

D2 = "a*x^2+b*x+c"

$$f1(x) = 0,5x^2 + 0,5x \quad (1.E^{-13} \approx 0)$$

4. Dette stemmer med tallfølgen

$$a_n = \frac{n \cdot (n+1)}{2} = \frac{n^2 + n}{2} = 0,5n^2 + 0,5n$$



83 – 86 Rekker

Tast $\left[\frac{\square}{\square} \right]$ $\left[6 \right]$ $\left[\text{tab} \right]$ $\left[\frac{\approx}{\text{enter}} \right]$ $\left[1 \right]$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast $\left[\frac{\square}{\square} \right]$ $\left[6 \right]$ $\left[1 \right]$ dersom du ikke får noen beskjed.

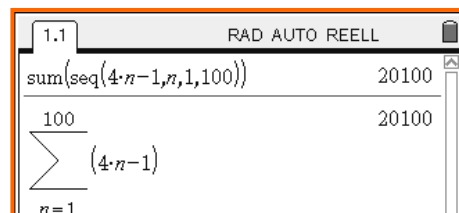
Eksempel 2

Summen får du ved å taste

$\left[\text{menu} \right]$ $\left[6 \right]$ $\left[3 \right]$ $\left[5 \right]$ $\left[\text{menu} \right]$ $\left[6 \right]$ $\left[4 \right]$ $\left[5 \right]$ $\left[4 \right]$ $\left[\text{N} \right]$ $\left[\frac{\square}{\square} \right]$
 $\left[1 \right]$ $\left[\text{N} \right]$ $\left[1 \right]$ $\left[1 \right]$ $\left[0 \right]$ $\left[0 \right]$ $\left[\frac{\approx}{\text{enter}} \right]$

eller

$\left[\text{menu} \right]$ $\left[4 \right]$ $\left[4 \right]$ $\left[\text{N} \right]$ $\left[\text{tab} \right]$ $\left[1 \right]$ $\left[\text{tab} \right]$ $\left[1 \right]$ $\left[0 \right]$ $\left[0 \right]$ $\left[\text{tab} \right]$ $\left[4 \right]$ $\left[\text{N} \right]$ $\left[\frac{\square}{\square} \right]$ $\left[1 \right]$ $\left[\frac{\approx}{\text{enter}} \right]$



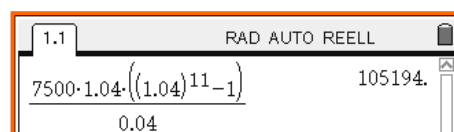
92 – 102 Geometriske rekker

Tast $\left[\frac{\square}{\square} \right]$ $\left[6 \right]$ $\left[\text{tab} \right]$ $\left[\frac{\approx}{\text{enter}} \right]$ $\left[1 \right]$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast $\left[\frac{\square}{\square} \right]$ $\left[6 \right]$ $\left[1 \right]$ dersom du ikke får noen beskjed.

Eksempel 5

Alternativ 1:

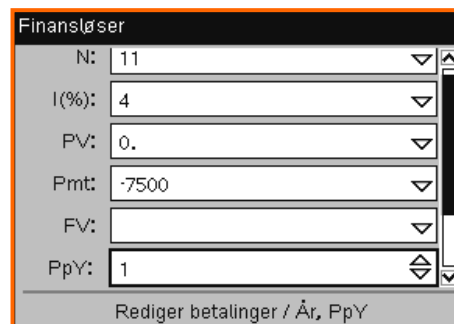
Tast inn uttrykket for summen av den geometriske rekka og avslutt med $\left[\frac{\approx}{\text{enter}} \right]$.



Alternativ 2:

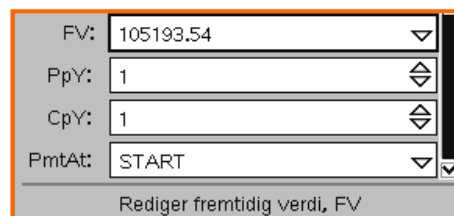
Bruk finansløseren. Tast $\left[\text{menu} \right]$ $\left[3 \right]$ $\left[\text{C} \right]$.

Skriv inn de aktuelle verdiene i feltene som figuren til høyre viser.



Nederst i **Finansløser**-vinduet ser du en kort definisjon for hvert av feltene.

Den framtidige verdien (FV), det vil si beløpet på Gunnars konto når spareavtalen utløper, får du fram ved først å flytte markøren til FV-feltet. Deretter taster du $\left[\frac{\approx}{\text{enter}} \right]$.



Gunnar har 105 194 kroner på kontoen når spareavtalen utløper.

Eksempel 6

Alternativ 1 og 2:

Bruk likningsløseren ved å taste MENU \rightarrow 3 \rightarrow 1 . Deretter taster du inn uttrykket for summen av den geometriske rekka, setter den lik 1000 og avslutter med X \rightarrow ENTER .

1.1 RAD AUTO REELL

$$\text{solve} \left(\frac{x \cdot ((0.98)^{19} - 1)}{0.98 - 1} = 1000, x \right) \quad x = 62.7417$$

$$\text{solve} \left(\sum_{n=1}^{19} (x \cdot (0.98)^{n-1}) = 1000, x \right)$$

x=62.7417

Alternativ 3:

Bruk finansløseren. Tast MENU \rightarrow 3 \rightarrow C .

Skriv inn de aktuelle verdiene i feltene som skjermbildene til høyre viser.

Nederst i **Finansløser**-vinduet ser du en kort definisjon for hvert av feltene.

Den årlige innbetalingen (Pmt), det vil si utslippet (negativ verdi i bildet) første året, får du fram ved først å flytte markøren til Pmt-feltet. Deretter taster du ENTER .

Finansløser

N: 19

I(%): -2

PV: 0

Pmt: []

FV: 1000

PpY: 1

Rediger betalinger / År, PpY

Utslipet i 1989 var 63 tonn.

Det nittende utslippet finner du ved å multiplisere det første utslippet med $0,98^{18}$.

Utslipet i 2007 var 44 tonn.

Finansløser

PV: 0

Pmt: 62.741677853041

FV: 1000

PpY: 1

CpY: 1

PmtAt: SLUTT

Rediger betaling, Pmt

Eksempel 7

Alternativ 1:

Bruk likningsløseren ved å taste MENU \rightarrow 3 \rightarrow 1 . Deretter taster du inn uttrykket for summen av den geometriske rekka, setter den lik 2000 og avslutter med 1 \rightarrow K \rightarrow 1 \rightarrow P \rightarrow P \rightarrow ENTER .

1.1 RAD AUTO REELL

$$62.7417 \cdot (0.98)^{18} \quad 43.614$$

1.1 RAD AUTO REELL

$$\text{solve} \left(\frac{500 \cdot (k^{10} - 1)}{k - 1} = 2000 | k = 1 - p, p \right)$$

p=0.2322

Alternativ 2:

Bruk finansløseren. Tast MENU \rightarrow 3 \rightarrow C .

Skriv inn de aktuelle verdiene i feltene som skjermbildene til høyre viser.

Nederst i **Finansløser**-vinduet ser du en kort definisjon for hvert av feltene.

Finansløser

N: 10

I(%): 23.219994215309

PV: 0.

Pmt: -500

FV: 2000

PpY: 1

Rediger rente(fot), I (%)

Renta, det vil si prosentvis nedbrytning per minutt, får du fram ved først å flytte markøren til I(%)-feltet. Deretter taster du ENTER .

Kroppen har brutt ned 23 % paracetamol per time.

Finansløser

PV: 0.

Pmt: -500

FV: 2000

PpY: 1

CpY: 1

PmtAt: SLUTT

Still inn annuitet, PmtAt

Eksempel 8

Alternativ 1:

Skriv inn summen av kontantbeløpet og av den geometriske rekka for nåverdiene av de 36 innbetalingene av 5000 kr.

Avslutt med $\left[\text{enter} \right]$.

Alternativ 2:

Bruk finansløseren. Tast $\left[\text{menu} \right] \left[3 \right] \left[\text{C} \right]$.

Skriv inn de aktuelle verdiene i feltene som skjermbildene til høyre viser.

Nederst i **Finansløser**-vinduet ser du en kort definisjon for hvert av feltene.

Nåverdien av de 36 innbetalingene av 5000 kr får du fram ved først å flytte markøren til PV-feltet. Deretter taster du $\left[\text{enter} \right]$.

Håvard kan kjøpe en bil til en verdi av omtrent $148\,000 \text{ kr} + 250\,000 \text{ kr} = 398\,000 \text{ kr}$.

$$250000 + \sum_{n=1}^{36} \left(\frac{5000}{(1.011)^n} \right) = 397971.$$

Finansløser

N: 36

I(%): 1.1

PV: 147971.17389534

Pmt: -5000

FV: 0.

PpY: 1

Trykk på ENTER for å beregne
Nåverdi, PV

Finansløser

PV: 147971.

Pmt: -5000

FV: 0.

PpY: 1

CpY: 1

PmtAt: SLUTT

Still inn annuitet, PmtAt

103 – 108 Uendelige geometriske rekker

Tast $\left[\text{home} \right] \left[6 \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{enter} \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast $\left[\text{home} \right] \left[6 \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke får noen beskjed.

Eksemplene 3 og 4

Bruk likningsløseren ved å taste $\left[\text{menu} \right] \left[3 \right] \left[1 \right]$. Deretter taster du inn hver av ulikhetene og avslutter med $\left[\text{comma} \right] \left[\text{X} \right] \left[\text{enter} \right]$.

$$\text{solve}((2x-1)^2 < 1, x) \quad 0 < x < 1$$

$$\text{solve}\left(\left(\frac{x}{1-x}\right)^2 < 1, x\right) \quad x < \frac{1}{2}$$

109 – 113 Induksjonsbevis

Tast $\left[\text{home} \right] \left[6 \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{enter} \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast $\left[\text{home} \right] \left[6 \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke får noen beskjed.

Eksempel 1

Summen får du ved å taste

$\left[\text{menu} \right] \left[4 \right] \left[4 \right] \left[\text{X} \right] \left[\text{tab} \right] \left[1 \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{N} \right] \left[\text{tab} \right] \left[2 \right] \left[\text{X} \right] \left[\text{^} \right] \left[1 \right] \left[\text{enter} \right]$

$$\sum_{x=1}^n (2x-1) = n^2$$

3: Trigonometri

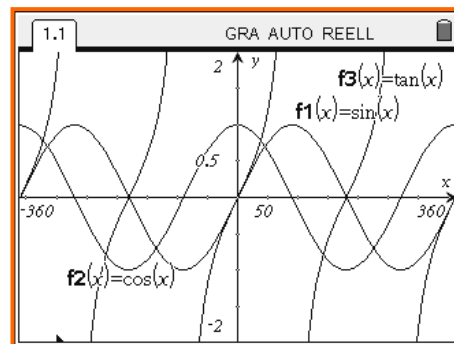
117 – 124 Trigonometriske funksjoner

Tast $\left[\text{Home} \right] \left[6 \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{enter} \right] \left[2 \right]$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast $\left[\text{Home} \right] \left[6 \right] \left[2 \right]$ dersom du ikke får noen beskjed.

Grafene til sin v, cos v og tan v

Etter at du har valgt grader(GRA) i **Dokumentinnstillinger...**, stiller du inn vindusparametrene til **XMin:** -360, **XMaks:** 360, **YMin:** -2 og **YMaks:** 2. Deretter taster du $\left[\text{sin}^{-1} \right] \left[\text{X} \right] \left[\text{enter} \right]$, $\left[\text{cos}^{-1} \right] \left[\text{X} \right] \left[\text{enter} \right]$ og $\left[\text{tan}^{-1} \right] \left[\text{X} \right] \left[\text{enter} \right]$ på kommandolinja.

Grafene for sin x, cos x og tan x kommer fortløpende fram i grafvinduet.



124 – 128 Trigonometriske grunnlikninger

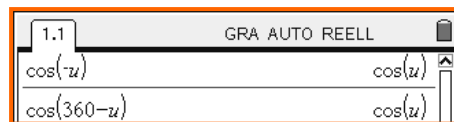
Tast $\left[\text{Home} \right] \left[6 \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{enter} \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast $\left[\text{Home} \right] \left[6 \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke får noen beskjed. Velg grader(GRA) i **Dokumentinnstillinger...**

Motsatte vinkler

Tast $\left[\text{cos}^{-1} \right] \left[\text{ans} \right] \left[(-) \right] \left[\text{U} \right] \left[\text{enter} \right]$. Deretter taster du $\left[\text{cos}^{-1} \right] \left[3 \right] \left[6 \right] \left[0 \right] \left[(-) \right] \left[\text{U} \right] \left[\text{enter} \right]$.

Altså:

$$\begin{aligned} \cos(-u) &= \cos u \\ \cos(360^\circ - u) &= \cos u \\ \cos(-u) &= \cos(360^\circ - u) \end{aligned}$$



Supplementvinkler

Tast $\left[\text{sin}^{-1} \right] \left[\text{ans} \right] \left[(-) \right] \left[\text{U} \right] \left[\text{enter} \right]$. Deretter taster du $\left[\text{sin}^{-1} \right] \left[3 \right] \left[6 \right] \left[0 \right] \left[(-) \right] \left[\text{U} \right] \left[\text{enter} \right]$.

Altså:

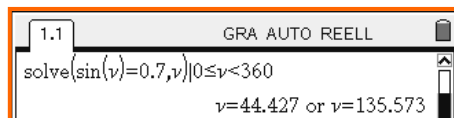
$$\sin(180^\circ - u) = \sin u$$



Eksempel 1

Bruk likningsløseren ved å taste $\left[\text{menu} \right] \left[3 \right] \left[1 \right]$. Deretter taster du inn likningen og avslutter med $\left[\text{V} \right] \left[\text{tab} \right] \left[1 \right] \left[0 \right] \left[< \right] \left[= \right] \left[\text{V} \right] \left[< \right]$ $\left[3 \right] \left[6 \right] \left[0 \right] \left[\text{enter} \right]$. Altså:

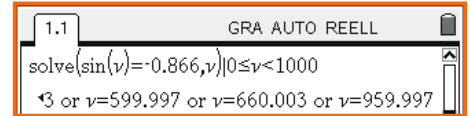
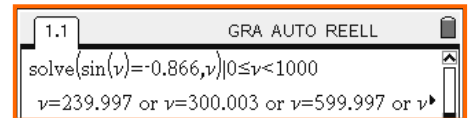
$$v = 44,4^\circ + k \cdot 360^\circ \vee v = 135,6^\circ + k \cdot 360^\circ; \quad k \in \mathbb{Z}$$



Eksempel 3

Bruk likningsløseren ved å taste menu $\langle 3 \rangle \langle 1 \rangle$. Deretter taster du inn likningen og avslutter med $\langle \text{V} \rangle \langle \text{tab} \rangle \langle 1 \rangle \langle 0 \rangle \langle \text{=} \rangle \langle \text{V} \rangle \langle \text{=} \rangle$. Altså:

$$L = \{240^\circ, 300^\circ, 600^\circ, 660^\circ, 960^\circ\}$$

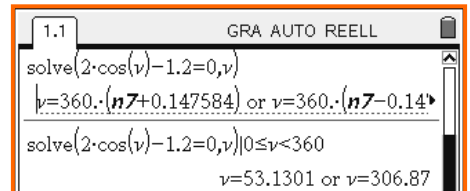


Eksempel 4

Bruk likningsløseren ved å taste menu $\langle 3 \rangle \langle 1 \rangle$. Deretter taster du inn likningen og avslutter med $\langle \text{V} \rangle \langle \text{tab} \rangle \langle \text{=} \rangle$. Dermed kan du skrive løsningen på grunnlag av det øverste løsningsalternativet i kalkulatorvinduet.

Dersom du i tillegg legger inn betingelsen $\langle 1 \rangle \langle 0 \rangle \langle \text{=} \rangle \langle \text{V} \rangle \langle \text{=} \rangle \langle 3 \rangle \langle 6 \rangle \langle 0 \rangle$ får du det nederste løsningsalternativet. På grunnlag av dette alternativet er det enklest å skrive den generelle løsningen. Altså:

$$v = 53,1^\circ + k \cdot 360^\circ \vee v = 306,9^\circ + k \cdot 360^\circ; \quad k \in \mathbb{Z}$$

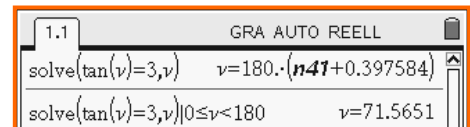


Eksempel 5

Bruk likningsløseren ved å taste menu $\langle 3 \rangle \langle 1 \rangle$. Deretter taster du inn likningen og avslutter med $\langle \text{V} \rangle \langle \text{ctrl} \rangle \langle \text{=} \rangle$. Dermed kan du skrive løsningen på grunnlag av det øverste løsningsalternativet i kalkulatorvinduet.

Dersom du i tillegg legger inn betingelsen $\langle 1 \rangle \langle 0 \rangle \langle \text{=} \rangle \langle \text{V} \rangle \langle \text{=} \rangle \langle 1 \rangle \langle 8 \rangle \langle 0 \rangle$ får du det nederste løsningsalternativet. På grunnlag av dette alternativet er det enklest å skrive den generelle løsningen. Altså:

$$v = 71,6^\circ + k \cdot 180^\circ; \quad k \in \mathbb{Z}$$



129 – 132 Trigonometriske likninger

Tast $\langle \text{ctrl} \rangle \langle 6 \rangle \langle \text{tab} \rangle \langle \text{=} \rangle \langle 1 \rangle$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast $\langle \text{ctrl} \rangle \langle 6 \rangle \langle 1 \rangle$ dersom du ikke får noen beskjed. Velg grader (GRA) i Dokumentinnstillinger....

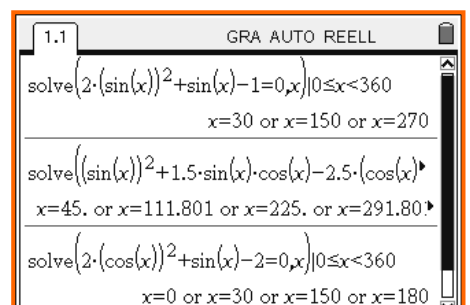
Eksempelene 2, 3 og 4

Bruk likningsløseren ved å taste menu $\langle 3 \rangle \langle 1 \rangle$. Deretter taster du inn likningen og avslutter med $\langle \text{V} \rangle \langle \text{X} \rangle \langle \text{tab} \rangle \langle 1 \rangle \langle 0 \rangle \langle \text{=} \rangle \langle \text{X} \rangle \langle \text{=} \rangle \langle 3 \rangle \langle 6 \rangle \langle 0 \rangle \langle \text{ctrl} \rangle \langle \text{=} \rangle$. Altså:

$$L_2 = \{30^\circ, 150^\circ, 270^\circ\}$$

$$L_3 = \{45^\circ, 111,8^\circ, 225^\circ, 291,8^\circ\}$$

$$L_4 = \{0^\circ, 30^\circ, 150^\circ, 180^\circ\}$$



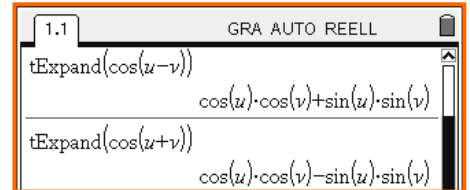
133 – 137 Sumformlene

Tast $\left[\text{Home} \right] \left[6 \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{enter} \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast $\left[\text{Home} \right] \left[6 \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke får noen beskjed.

Formlene for $\cos(u - v)$ og $\cos(u + v)$

Tast $\left[\text{menu} \right] \left[3 \right] \left[9 \right] \left[1 \right]$. Deretter taster du inn uttrykket og avslutter med $\left[\text{enter} \right]$.

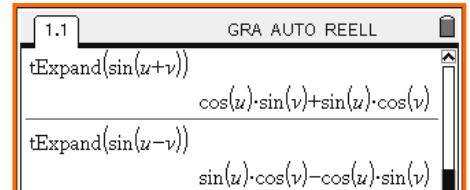
Formlene kommer fram i kalkulatorvinduet.



Formlene for $\sin(u - v)$ og $\sin(u + v)$

Tast $\left[\text{menu} \right] \left[3 \right] \left[9 \right] \left[1 \right]$. Deretter taster du inn uttrykket og avslutter med $\left[\text{enter} \right]$.

Formlene kommer fram i kalkulatorvinduet.

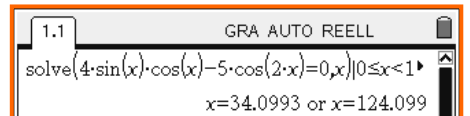


Eksempel 3

Velg grader (GRA) i Dokumentinnstillinger....

Bruk likningsløseren ved å taste $\left[\text{menu} \right] \left[3 \right] \left[1 \right]$. Deretter taster du inn likningen og avslutter med $\left[\text{left} \right] \left[\text{X} \right] \left[\text{tab} \right] \left[1 \right] \left[0 \right] \left[\text{left} \right] \left[= \right] \left[\text{X} \right] \left[\text{left} \right] \left[1 \right] \left[8 \right] \left[0 \right] \left[\text{enter} \right]$. Altså:

$$L = \{34,1^\circ, 124,1^\circ\}$$



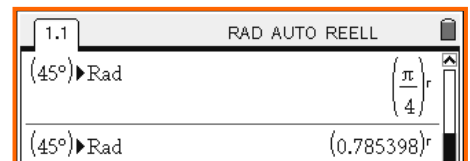
138 – 143 Absolutt vinkelmål

Tast $\left[\text{Home} \right] \left[6 \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{enter} \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast $\left[\text{Home} \right] \left[6 \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke får noen beskjed.

Velg radianer (RAD) i Dokumentinnstillinger....

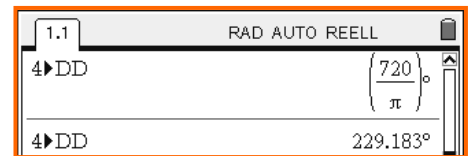
Eksempel 3

Vi gjør om 45° til en vinkel i radianer. Tast $\left[4 \right] \left[5 \right]$. Deretter taster du $\left[\text{ctrl} \right] \left[\text{deg} \right]$, velger symbolet for grader ytterst til høyre på den første symbolraden, taster $\left[\text{enter} \right] \left[\text{deg} \right] \left[1 \right] \left[\text{R} \right] \left[\text{down} \right] \left[\text{down} \right] \left[\text{enter} \right] \left[\text{enter} \right]$. Tast $\left[\text{ctrl} \right] \left[\text{enter} \right]$, og du får vinkelen som et desimaltall.



Eksempel 4

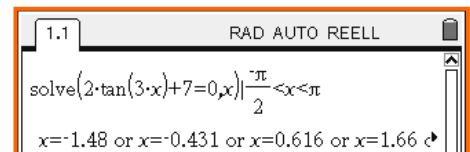
Vi gjør om 4 til grader. Tast $\left[4 \right] \left[\text{deg} \right] \left[1 \right] \left[\text{D} \right] \left[\text{down} \right] \left[\text{down} \right] \left[\text{enter} \right] \left[\text{enter} \right]$. Du får vinkelen på desimalform ved å taste $\left[\text{ctrl} \right] \left[\text{enter} \right]$.



Eksempel 8

Bruk likningsløseren ved å taste $\left[\text{menu} \right] \left[3 \right] \left[1 \right]$. Deretter taster du inn likningen og avslutter med $\left[\text{left} \right] \left[\text{X} \right] \left[\text{tab} \right] \left[1 \right] \left[\text{ms} \right] \left[\text{left} \right] \left[\pi \right] \left[\text{right} \right] \left[\text{right} \right] \left[2 \right] \left[\text{left} \right] \left[\text{X} \right] \left[\text{left} \right] \left[\pi \right] \left[\text{ctrl} \right]$. Altså:

$$L = \{-1,48, -0,43, 0,62, 1,66, 2,71\}$$

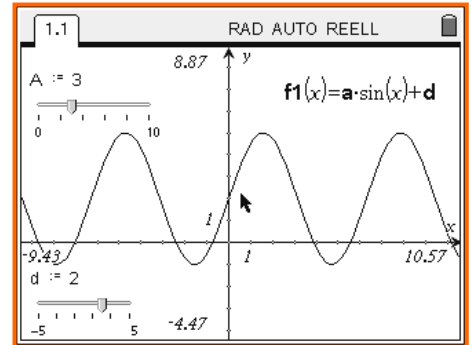


145 – 153 Funksjonen $A\sin(cx + \phi) + d$

Tast $\left[\text{Home} \right] \left[6 \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{enter} \right] \left[2 \right]$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast $\left[\text{Home} \right] \left[6 \right] \left[2 \right]$ dersom du ikke får noen beskjed.

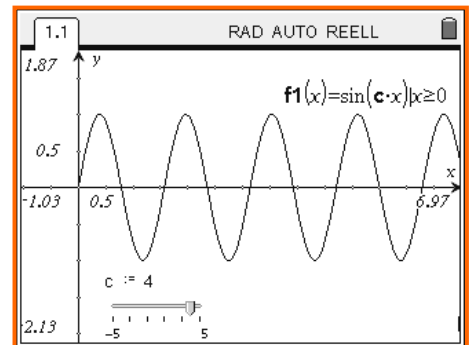
Eksempel 1

Skriv inn funksjonsuttrykket ved å taste $\left[\text{A} \right] \left[\sin^{-1} \right] \left[\text{X} \right] \left[\text{tab} \right] \left[+ \right] \left[\text{D} \right] \left[\text{enter} \right]$. En **Skyvekontroll** legger du inn ved å taste $\left[\text{menu} \right] \left[1 \right] \left[\text{A} \right]$. Flytt markøren bort til skyvekontrollen og tast $\left[\text{ctrl} \right] \left[\text{menu} \right] \left[\left[\text{E} \right] \right] \left[1 \right]$. I dialogboksen legger du inn verdier og/eller tekst. Bruk $\left[\text{tab} \right]$ -tasten når du flytter ned til neste felt. Legg merke til at du kan forstørre eller forminske skyvekontrollen.



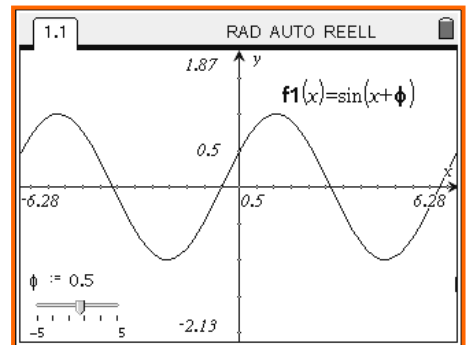
Eksempel 3

Skriv inn funksjonsuttrykket ved å taste $\left[\sin^{-1} \right] \left[\text{C} \right] \left[\text{X} \right] \left[\text{tab} \right] \left[| \right] \left[\text{X} \right] \left[> \right] \left[= \right] \left[0 \right] \left[\text{enter} \right]$. Legg inn en **Skyvekontroll** ved å taste $\left[\text{menu} \right] \left[1 \right] \left[\text{A} \right]$.



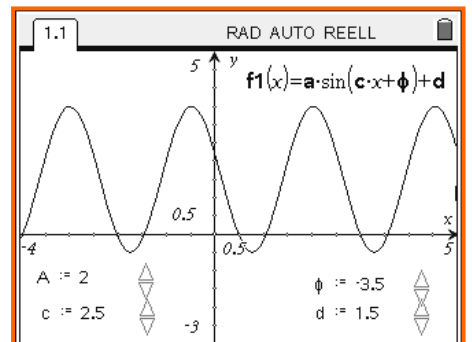
Eksempel 4

Skriv inn funksjonsuttrykket ved å taste $\left[\sin^{-1} \right] \left[\text{X} \right] \left[+ \right] \left[\text{ctrl} \right] \left[\left[\text{Phi} \right] \right] \left[\text{enter} \right]$. Bla nedover i symbollista til du finner Φ . Legg inn en **Skyvekontroll** ved å taste $\left[\text{menu} \right] \left[1 \right] \left[\text{A} \right]$.



Eksempel 6

Skriv inn funksjonsuttrykket ved å taste $\left[\text{A} \right] \left[\sin^{-1} \right] \left[\text{C} \right] \left[\left[\text{Phi} \right] \right] \left[\text{X} \right] \left[+ \right] \left[\text{ctrl} \right] \left[\left[\text{Phi} \right] \right] \left[\text{tab} \right] \left[+ \right] \left[\text{D} \right] \left[\text{enter} \right]$. Bla nedover i symbollista til du finner Φ . Legg inn en **Skyvekontroll** ved å taste $\left[\text{menu} \right] \left[1 \right] \left[\text{A} \right]$. Minimer skyvekontrollen ved å flytte markøren til skyvekontrollfeltet, tast $\left[\text{ctrl} \right] \left[\text{menu} \right] \left[\left[\text{E} \right] \right]$ og velg 2:Minimer.



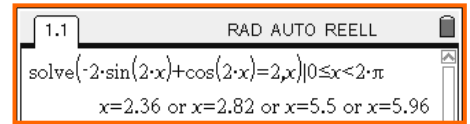
154 – 159 Funksjonen $a \sin cx + b \cos cx$

Tast $\left[\text{home} \right] \left[6 \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{enter} \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast $\left[\text{home} \right] \left[6 \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke får noen beskjed. Velg radianer (RAD) i **Dokumentinnstillinger...**

Eksempel 5

Bruk likningsløseren ved å taste $\left[\text{menu} \right] \left[3 \right] \left[1 \right]$. Deretter taster du inn likningen og avslutter med $\left[\text{,} \right] \left[\text{X} \right] \left[\text{tab} \right] \left[1 \right] \left[0 \right] \left[\leftarrow \right] \left[= \right] \left[\text{X} \right] \left[\leftarrow \right] \left[2 \right] \left[\pi \right] \left[\text{ctrl} \right] \left[\text{enter} \right]$. Altså:

$$L = \{2,36, 2,82, 5,50, 5,96\}$$



4: Funksjoner

163 – 169 Den deriverte av trigonometriske funksjoner

Tast $\left[\text{2nd} \right] \left[6 \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{enter} \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast $\left[\text{2nd} \right] \left[6 \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke får noen beskjed.

Eksempel 2

Den deriverte får du ved å taste

$\left[\text{menu} \right] \left[4 \right] \left[1 \right] \left[\text{X} \right] \left[\text{tab} \right] \left[\sin^{-1} \right] \left[\text{X} \right] \left[\sqrt{x^2} \right] \left[\text{enter} \right]$.

Du kan også bruke sjablonen for den deriverte som du finner i sjablonoversikten ved å taste $\left[\text{ctrl} \right] \left[\frac{d}{dx} \right]$.

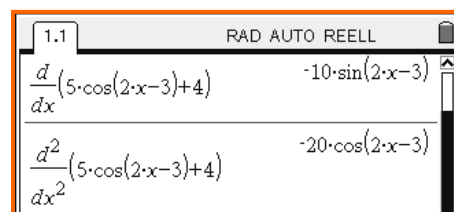




Eksempel 4

Den deriverte får du ved å taste $\left[\text{menu} \right] \left[4 \right] \left[1 \right] \left[\text{X} \right] \left[\text{tab} \right]$. Skriv inn uttrykket som skal deriveres og avslutt med $\left[\text{enter} \right]$.

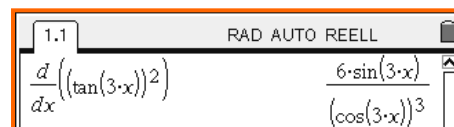
Den andrederiverte kan du bestemme ved å bruke sjablonen for n-te-deriverte. Tast $\left[\text{ctrl} \right] \left[\frac{d^2}{dx^2} \right]$ og velg sjablonen rett til høyre for sjablonen for den deriverte. Deretter taster du $\left[\text{X} \right] \left[\text{tab} \right] \left[2 \right] \left[\text{tab} \right]$ og skriver inn uttrykket. Avslutt med $\left[\text{enter} \right]$.



Eksempel 8

Den deriverte får du ved å taste

$\left[\text{menu} \right] \left[4 \right] \left[1 \right] \left[\text{X} \right] \left[\text{tab} \right] \left[\tan^{-1} \right] \left[3 \right] \left[\text{X} \right] \left[\sqrt{x^2} \right] \left[\text{enter} \right]$



170 – 177 Drøfting av sentrale funksjoner

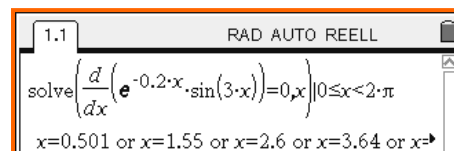
Tast $\left[\text{2nd} \right] \left[6 \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{enter} \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast $\left[\text{2nd} \right] \left[6 \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke får noen beskjed.

Eksempel 5

Bruk likningsløseren ved å taste $\left[\text{menu} \right] \left[3 \right] \left[1 \right]$. Deretter taster du inn derivasjonen av funksjonsuttrykket, setter det lik 0 og avslutter med $\left[\text{right} \right] \left[\text{X} \right] \left[\text{tab} \right] \left[0 \right] \left[\text{left} \right] \left[= \right] \left[\text{X} \right] \left[\text{left} \right] \left[2 \right] \left[\pi \right] \left[\text{ctrl} \right] \left[\text{enter} \right]$. Altså:

$$L = \{0,501, 1,55, 2,60, 3,64, 4,69, 5,74\}$$

Denne løsningsmengden består av nullpunktene for den deriverte. Nå kan du sette opp fortegnsskjemaet for den deriverte.



177 – 187 Lineær modellering

Tast $\left[\text{ctrl} \right] \left[6 \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{enter} \right] \left[2 \right]$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast $\left[\text{ctrl} \right] \left[6 \right] \left[2 \right] \left[\text{clear} \right]$ dersom du ikke får noen beskjed.

Eksempel sidene 177 – 179

Legg inn en **ny side**: Trykk $\left[\text{ctrl} \right] \left[\text{home} \right]$, $\left[4 \right] \left[5 \right]$. I regnearket setter du inn de seks tallparene fra tabellen. Flytt markøren til den lyse cella øverst i hver av tallkolonnene og skriv inn listenavnene **år** og **antall**. Bokstaven **å** taster du inn ved å trykke $\left[\text{A} \right] \left[\text{F} \right] \left[\text{F} \right]$. Avslutt innskrivingen i hver av cellene ved å taste $\left[\text{enter} \right]$.

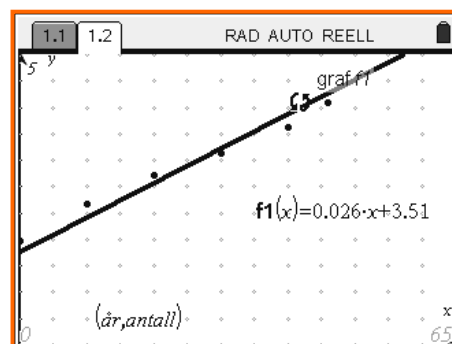
Flytt over til grafvinduet: Tast $\left[\text{ctrl} \right] \left[\leftarrow \right]$, $\left[\text{menu} \right] \left[3 \right] \left[4 \right] \left[\text{enter} \right] \left[\text{enter} \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{enter} \right] \left[\text{enter} \right]$. Du har nå lagt inn **år** for x og **antall** for y .

A	B	C	D
år	antall		
1	0	3.59	
2	10	3.87	
3	20	4.09	
4	30	4.25	
5	40	4.45	

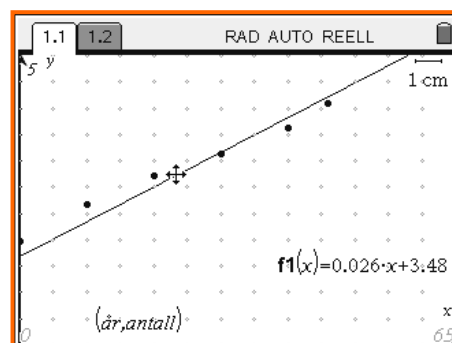
Flytt over til koordinatsystemet ved å taste $\left[\text{tab} \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{tab} \right]$. Tast $\left[\text{menu} \right] \left[4 \right] \left[9 \right]$. Seks punkter legges inn i koordinatsystemet. Punktet nederst til venstre kommer fram ved å skjule kommandolinja: Tast $\left[\text{ctrl} \right] \left[\text{G} \right]$ eller $\left[\text{menu} \right] \left[2 \right] \left[6 \right]$. Legg inn en lineær funksjon som du tror passer til punktene: Tast $\left[\text{menu} \right] \left[3 \right] \left[1 \right]$ og legg inn funksjonsuttrykket, for eksempel

$$0.1x + 3.59$$

Tast $\left[\text{enter} \right]$, og linja legges inn i grafvinduet. Du ser at den rette linja passer ikke helt til punktene. Funksjonsuttrykket for linja får du fram i koordinatsystemet ved å taste $\left[\text{menu} \right] \left[1 \right] \left[7 \right]$ og så klikke på linja.



Ved hjelp av markøren kan du rotere linja eller flytte vertikalt/horisontalt. Rotasjonen kan du utføre ved å flytte markøren nær en av endene til linja. Etter at rotasjonssymbolet kommer fram, klikker og drar du i linja. Legg merke til at stigningstallet forandrer seg under rotasjonen. Du kan skyve linja ved å flytte markøren nær midten av linja. Etter at skyvesymbolet, et kors med pilspisser i alle ender, kommer fram, klikker og skyver du linja. Legg merke til at konstantleddet endrer seg. Forsøk – på øyemål – å finne ei linje som passer best mulig til linja.



Oppgave 4.17 og Minste kvadraters metode

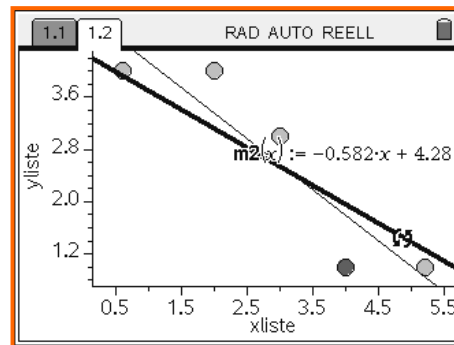
Tast $\left[\text{ctrl} \right] \left[6 \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{enter} \right] \left[3 \right]$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast $\left[\text{ctrl} \right] \left[6 \right] \left[3 \right]$ dersom du ikke får noen beskjed.

I regnearket setter du inn de fem aktuelle tallparene som svarer til punktene i **Oppgave 4.17**. Flytt markøren til den lyse cella øverst i hver av tallkolonnene og skriv inn listenavnene **xliste** og **yliste**. Avslutt innskrivingen i hver av cellene ved å taste $\left[\text{enter} \right]$.

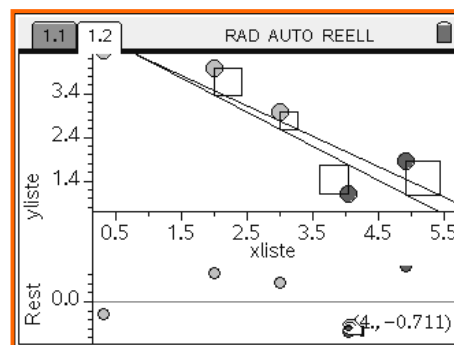
A	B	C	D
xliste	yliste		
1	0.6	4	
2	2	4	
3	3	3	
4	4	1	
5	5.2	1	

Legg inn en **ny side**: Trykk \blackleftarrow , det vil si $\text{ctrl} \text{ } \text{↵}$, $\text{4} \text{ } \text{7}$. Flytt markøren ned til teksten **Klikk for å legge til variabel**. Når ramma kommer fram klikker du med **a**. Klikk på teksten **xliste**. Flytt deretter markøren bort til området like til høyre for midten av andreaksen, klikk, flytt ned til teksten **yliste** og klikk. Tast $\text{menu} \text{ } \text{4} \text{ } \text{2}$. Ei bevegelig linje blir lagt inn i koordinatsystemet.

Tast $\text{menu} \text{ } \text{4} \text{ } \text{6} \text{ } \text{1}$. Regresjonslinja og likningen $y = -0,78x + 4,9$ for den kommer fram.



Flytt markøren bort til den bevegelige linja. Skyv og roter linja – se sida foran – slik at den kommer nært inntil regresjonslinja, og funksjonsuttrykket for den passer godt med regresjonslikningen. Vi legger inn kvadrater som svarer til kvadratene i summen $\Delta y_1^2 + \Delta y_2^2 + \dots + \Delta y_5^2$ ved å taste $\text{menu} \text{ } \text{4} \text{ } \text{7} \text{ } \text{1}$. Verdiene $\Delta y_1, \Delta y_2, \dots, \Delta y_5$ og plasseringen av punktene i forhold til regresjonslinja får du fram ved å taste $\text{menu} \text{ } \text{4} \text{ } \text{7} \text{ } \text{2}$. Flytt markøren bort til et av punktene og hold den nede. Du kan nå se førstekoordinaten og verdien Δy_n for punktet.



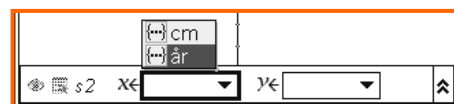
Eksempel 1 og sidene 182 – 184

Tast $\text{↵} \text{ } \text{6} \text{ } \text{tab} \text{ } \text{↵} \text{ } \text{2}$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast $\text{↵} \text{ } \text{6} \text{ } \text{2}$ dersom du ikke får noen beskjed.

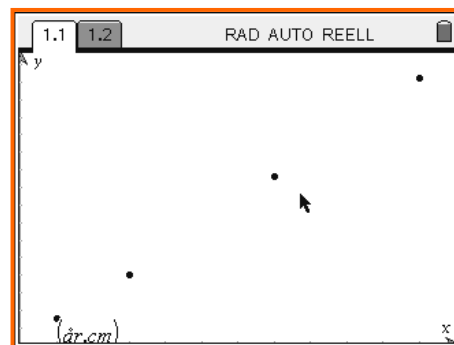
Legg inn en **ny side**: Trykk \blackleftarrow , det vil si $\text{ctrl} \text{ } \text{↵}$, $\text{4} \text{ } \text{5}$. I regnearket setter du inn de fire aktuelle tallparene fra tabellen i eksemplet på side 184. Flytt markøren til den lyse cella øverst i hver av tallkolonnene og skriv inn listenavnene **år** og **cm**. Bokstaven **a** taster du inn ved å trykke $\text{A} \text{ } \text{P} \text{ } \text{P}$. Avslutt innskrivingen i hver av cellene ved å taste ↵ .

	A år	B cm	C	D
1	4	99.		
2	5	104.1		
3	7	115.3		
4	9	126.5		
5				

Flytt over til grafvinduet: Tast ↵ , det vil si $\text{ctrl} \text{ } \blackleftarrow$, $\text{menu} \text{ } \text{3} \text{ } \text{4} \text{ } \text{↵} \text{ } \text{↵} \text{ } \text{tab} \text{ } \text{↵} \text{ } \text{↵} \text{ } \text{↵}$. Du har nå lagt inn **år** for x og **cm** for y .



Flytt over til koordinatsystemet ved å taste $\text{tab} \text{ } \text{tab} \text{ } \text{tab} \text{ } \text{tab}$. Tast $\text{menu} \text{ } \text{4} \text{ } \text{9}$. Fire punkter legges inn i koordinatsystemet. Punktet nederst til venstre kommer fram ved å skjule kommandolinja: Tast $\text{ctrl} \text{ } \text{G}$ eller $\text{menu} \text{ } \text{2} \text{ } \text{6}$. Kommandolinja kommer fram igjen med de samme tastetrykkene.



188 – 196 Ikke-lineær regresjon med digitalt verktøy

Tast $\text{ctrl} \text{ 6 } \text{tab} \text{ enter } \text{ 3}$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast $\text{ctrl} \text{ 6 } \text{ 3}$ dersom du ikke får noen beskjed.

I regnearket finner du de forskjellige regresjonsalternativene.

Tast $\text{menu} \text{ 4 } \text{ 1}$.

- | | |
|------------------------------|------------------------------------|
| Lineær funksjon: | 3: Lineær regresjon (mx +b) |
| Andregradsfunksjon: | 6: Kvadratisk regresjon |
| Tredjegradsfunksjon: | 7: Kubisk regresjon |
| Fjerdegradsfunksjon: | 8: Fjerdegrads regresjon |
| Potensfunksjon: | 9: Potensregresjon |
| Ekspontialfunksjon: | A:Eksponensiell regresjon |
| Logaritmisk funksjon: | B:Logaritmisk regresjon |
| Sinusfunksjon: | C:Sinusregresjon |



Eksempel 2

Legg inn en **ny side**: Trykk $\text{ctrl} \text{ ctrl} \text{ 4 } \text{ 5}$. I regnearket setter du inn de to tallparene. Flytt markøren til den lyse cella øverst i hver av tallkolonnene og skriv inn listenavnene **år** og **kr**. Avslutt innskrivingen i hver av cellene ved å taste enter .

Regresjonsfunksjonen får du ved å taste

$\text{menu} \text{ 4 } \text{ 1 } \text{ A } \text{ enter } \text{ tab } \text{ enter } \text{ enter}$.

Flytt over til grafvinduet:

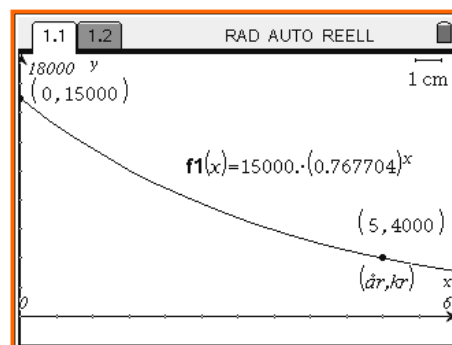
Tast $\text{ctrl} \text{ left} \text{ menu} \text{ 3 } \text{ 4 } \text{ enter } \text{ enter } \text{ tab } \text{ enter } \text{ enter}$. Du har nå lagt inn **år** for x og **kr** for y .

Flytt over til koordinatsystemet ved å taste $\text{tab} \text{ tab} \text{ tab} \text{ tab}$.

Tast $\text{menu} \text{ 4 } \text{ 9}$. De to punktene legges inn i koordinatsystemet.

Punktet nederst til høyre kommer fram ved å skjule kommandolinja: Tast $\text{ctrl} \text{ G}$ eller $\text{menu} \text{ 2 } \text{ 6}$. Grafen for eksponentialfunksjonen får du fram ved å taste

$\text{menu} \text{ 3 } \text{ 1 } \text{ enter}$.



I kalkulatorapplikasjonen får du det årlige verditapet ved å beregne verdien for $100(1 - 0.7677)$. Resultatet 23.23 gir det årlige verditapet: 23,2 %

Eksempel 4 og 5 Sinusregresjon

Legg inn en **ny side**: Trykk $\left(\text{ctrl} \left(\text{tbl} \right) \right) \left(4 \right) \left(5 \right)$. I regnearket setter du inn de 14 tallparene. Flytt markøren til den lyse cella øverst i hver av tallkolonnene og skriv inn listenavnene **I1** og **I2**. Avslutt innskrivingen i hver av cellene ved å taste $\left(\text{enter} \right)$.

Regresjonsfunksjonen får du ved å taste

$\left(\text{menu} \right) \left(4 \right) \left(1 \right) \left(\text{C} \right) \left(\text{enter} \right) \left(\text{tab} \right) \left(\text{enter} \right) \left(\text{enter} \right)$.

Flytt over til grafvinduet:

Tast $\left(\text{ctrl} \left(\text{left} \right) \right) \left(\text{menu} \right) \left(3 \right) \left(4 \right) \left(\text{enter} \right) \left(\text{enter} \right) \left(\text{tab} \right) \left(\text{enter} \right) \left(\text{enter} \right)$. Du har nå lagt inn **I1** for x og **I2** for y .

Flytt over til koordinatsystemet ved å taste $\left(\text{tab} \right) \left(\text{tab} \right) \left(\text{tab} \right) \left(\text{tab} \right)$.

Tast $\left(\text{menu} \right) \left(4 \right) \left(9 \right)$. Punktene legges inn i koordinatsystemet.

I **Vindusparametere** legger du inn $X_{\text{Min}} = -2$, $X_{\text{Maks}} = 25$, $Y_{\text{Min}} = -10$ og $Y_{\text{Maks}} = 250$.

x -aksen kommer fram ved å skjule kommandolinja: Tast

$\left(\text{ctrl} \right) \left(\text{G} \right)$ eller $\left(\text{menu} \right) \left(2 \right) \left(6 \right)$. Grafen for sinusfunksjonen får du fram ved å taste $\left(\text{menu} \right) \left(3 \right) \left(1 \right) \left(\text{enter} \right)$.

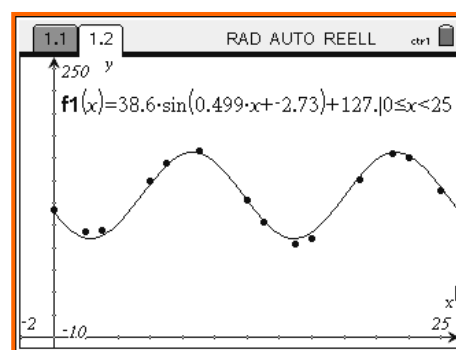
Du kan også legge inn en **Skyvekontroll** for hver av størrelsene A , c , ϕ og d ved å taste $\left(\text{menu} \right) \left(1 \right) \left(\text{A} \right)$.

Se **Eksempel 1 Amplitude og likevektslinje**

145 – 153 Funksjonen $A \sin(cx + \phi) + d$.

Da kan du endre størrelsene med gliderne til du får en graf som passer godt med punktene.

	1.1	1.2	RAD AUTO REELL	
A	I1	I2		=SinReg(I1
2	2	94	RegEqn	a*sin(b*x...
3	3	96	a	"a*sin(b*x+c)+d"
4	6	140	b	0.499
5	7	156	c	-2.73
6	9	167	d	127.
D2	="a*sin(b*x+c)+d"			



5: Integraler

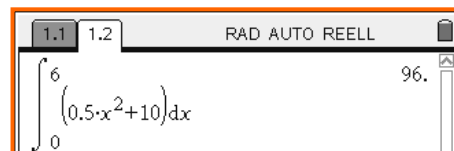
209 – 216 Det bestemte integralet

Tast $\left[\text{home} \right] \left[6 \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{enter} \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast $\left[\text{home} \right] \left[6 \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke får noen beskjed.

Eksempel 1

Alternativ 1

Tast $\left[\text{menu} \right] \left[4 \right] \left[2 \right] \left[0 \right] \left[\text{tab} \right] \left[6 \right] \left[\text{tab} \right]$, skriv inn funksjonsuttrykket og tast $\left[\text{tab} \right] \left[\text{X} \right] \left[\text{enter} \right]$.



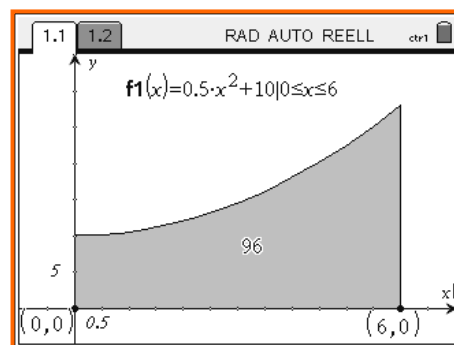
Alternativ 2

Skriv inn funksjonsuttrykket på kommandolinja.

Tast $\left[\text{menu} \right] \left[4 \right] \left[1 \right]$. I **Vindusparametere** legger du inn XMin = -1, XMaks = 7, YMin = -5 og YMaks = 35.

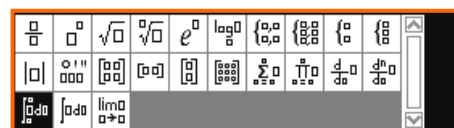
Tast $\left[\text{menu} \right] \left[7 \right] \left[5 \right]$, klikk på grafen med markøren og tast $\left[0 \right] \left[\text{enter} \right] \left[6 \right] \left[\text{enter} \right]$.

Verdien for det bestemte integralet (arealet mellom grafen, x-aksen og de to loddrette linjene $x = 0$ (y-aksen) og $x = 6$) kommer fram i vinduet.



Alternativ 3

Du kan også bruke sjablonen for det bestemte integralet som du finner i sjablonoversikten ved å taste $\left[\text{ctrl} \right] \left[\text{int} \right]$.



217 – 224 Det ubestemte integralet

Tast $\left[\text{home} \right] \left[6 \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{enter} \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast $\left[\text{home} \right] \left[6 \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke får noen beskjed.

Eksempel 5

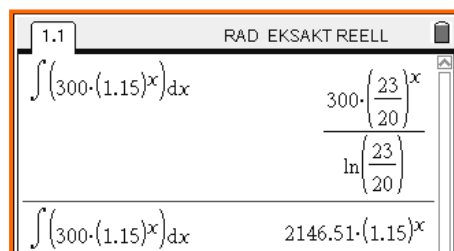
Tast $\left[\text{menu} \right] \left[4 \right] \left[2 \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{tab} \right] \left[1 \right] \left[\frac{1}{x} \right] \left[\text{X} \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{X} \right] \left[\text{enter} \right]$.



Eksempel 11

Tast $\left[\text{menu} \right] \left[4 \right] \left[2 \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{tab} \right]$. Skriv inn uttrykket for integranden og tast deretter $\left[\text{tab} \right] \left[\text{X} \right] \left[\text{enter} \right]$.

Svaret på desimalform får du ved å taste $\left[\text{ctrl} \right] \left[\text{enter} \right]$ istedenfor bare $\left[\text{enter} \right]$ tilslutt.



225 – 235 Bestemt integral ved antiderivering

Tast $\left[\text{home} \right] \left[6 \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{enter} \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast $\left[\text{home} \right] \left[6 \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke får noen beskjed.

Eksempel 10 og 11

Tast $\left[\text{menu} \right] \left[4 \right] \left[2 \right] \left[3 \right] \left[\frac{\int}{\int} \right] \left[2 \right] \left[\text{tab} \right] \left[7 \right] \left[\frac{\int}{\int} \right] \left[2 \right] \left[\text{tab} \right]$, skriv inn integranden, det vil si differansen mellom funksjonsuttrykkene for f og g , og tast $\left[\text{tab} \right] \left[\text{X} \right] \left[\text{enter} \right]$.

Svaret på desimalform får du ved å taste $\left[\text{ctrl} \right] \left[\text{enter} \right]$ istedenfor bare $\left[\text{enter} \right]$ tilslutt.

1.1 RAD AUTO REELL

$$\int_2^7 (6x - x^2 - 2x) dx = \frac{41}{2}$$

236 – 250 Integrasjonsmetoder

Tast $\left[\text{home} \right] \left[6 \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{enter} \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast $\left[\text{home} \right] \left[6 \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke får noen beskjed.

Eksempel 1

Tast $\left[\text{menu} \right] \left[4 \right] \left[2 \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{tab} \right]$. Skriv inn integranden og tast deretter $\left[\text{tab} \right] \left[\text{X} \right] \left[\text{enter} \right]$.

Du kan løse opp parentesen ved først å taste $\left[\text{menu} \right] \left[3 \right] \left[3 \right]$. Deretter legger du inn resultatet i **expand**-parentesen og taster tilslutt $\left[\text{enter} \right]$.

1.1 RAD AUTO REELL

$$\int (2x \cdot \ln(x)) dx = \frac{x^2 \cdot (2 \cdot \ln(x) - 1)}{2}$$

$$\text{expand} \left(\frac{x^2 \cdot (2 \cdot \ln(x) - 1)}{2} \right) = x^2 \cdot \ln(x) - \frac{x^2}{2}$$

Eksempel 4

Tast $\left[\text{menu} \right] \left[4 \right] \left[2 \right] \left[1 \right] \left[\text{tab} \right] \left[4 \right] \left[\text{tab} \right]$, skriv inn integranden og tast $\left[\text{tab} \right] \left[\text{X} \right] \left[\text{enter} \right]$.

Svaret på desimalform får du ved å taste $\left[\text{ctrl} \right] \left[\text{enter} \right]$ istedenfor bare $\left[\text{enter} \right]$ tilslutt.

1.1 RAD AUTO REELL

$$\int_1^4 (\ln(x)) dx = 8 \cdot \ln(2) - 3$$

$$\int_1^4 (\ln(x)) dx = 2.54518$$

Eksempel 6

Tast $\left[\text{menu} \right] \left[4 \right] \left[2 \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{tab} \right]$. Skriv inn integranden og tast deretter $\left[\text{tab} \right] \left[\text{X} \right] \left[\text{enter} \right]$.

Du kan faktorisere svaret ved først å taste $\left[\text{menu} \right] \left[3 \right] \left[2 \right]$. Deretter legger du inn svaret i **factor**-parentesen og taster tilslutt $\left[\text{enter} \right]$.

1.1 RAD AUTO REELL

$$\int (e^x \cdot \sin(x)) dx = \frac{e^x \cdot \sin(x) - e^x \cdot \cos(x)}{2}$$

$$\text{factor} \left(\frac{e^x \cdot \sin(x) - e^x \cdot \cos(x)}{2} \right) = \frac{e^x \cdot (\sin(x) - \cos(x))}{2}$$

Eksempel 13

Tast (menu) 4 2 tab tab. Skriv inn integranden og tast deretter tab X $\frac{\pi}{2}$ enter.

$$\int_1^1 (\sqrt{2x+3}) dx = \frac{(2x+3)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2} \cdot 3}$$

Eksempel 15

Tast (menu) 4 2 0 tab π $\frac{\pi}{2}$ 6 tab, skriv inn integranden og tast tab X $\frac{\pi}{2}$ enter.

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} (\tan(2x)) dx = \frac{\ln(2)}{2}$$

Eksempel 17

Tast (menu) 4 2 tab tab. Skriv inn integranden og tast deretter tab X $\frac{\pi}{2}$ enter.

Du kan skrive om brøken ved først å taste (menu) 3 3. Deretter legger du inn resultatet i **expand**-parentesen og taster $\frac{\pi}{2}$ enter.

$$\int_1^1 \left(\frac{4}{x^2-1} \right) dx = -2 \cdot \ln\left(\frac{|x+1|}{|x-1|} \right)$$

$$\text{expand}\left(-2 \cdot \ln\left(\frac{|x+1|}{|x-1|}\right)\right) = 2 \cdot \ln(|x-1|) - 2 \cdot \ln(|x+1|)$$

251 – 259 Volumberegninger

Tast (ctrl) 6 tab $\frac{\pi}{2}$ 1 dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast (ctrl) 6 1 dersom du ikke får noen beskjed.

Eksempel 6

Tast π (menu) 4 2 1 tab 3 tab, skriv inn integranden, det vil si differansen mellom kvadratene av funksjonsuttrykkene for f og g , og tast tab X $\frac{\pi}{2}$ enter.

Svaret på desimalform får du ved å taste (ctrl) $\frac{\pi}{2}$ istedenfor bare $\frac{\pi}{2}$ tilslutt.

$$\pi \cdot \int_1^3 \left((x^2+4x-1)^2 - (x^2-4x+5)^2 \right) dx = \frac{32 \cdot \pi}{3}$$

6: Differensiallikninger

263 – 267 En ny type likninger

Tast $\left[\text{home} \right] \left[6 \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{enter} \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast $\left[\text{home} \right] \left[6 \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke får noen beskjed.

Eksempel 4

Tast $\left[\text{menu} \right] \left[4 \right] \left[\text{C} \right]$. Skriv inn likningen ved å taste $\left[\text{Y} \right] \left[/ \right] \left[/ \right] \left[= \right] \left[8 \right] \left[\text{X} \right] \left[, \right] \left[\text{X} \right] \left[, \right] \left[\text{Y} \right] \left[\text{enter} \right]$.

Tast $\left[\text{menu} \right] \left[4 \right] \left[\text{C} \right]$. Skriv inn likningen og tast $\left[, \right] \left[\text{T} \right] \left[, \right] \left[\text{V} \right] \left[\text{enter} \right]$ for den tredje likningen.

268 – 273 Integralkurver og initialbetingelser

Tast $\left[\text{home} \right] \left[6 \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{enter} \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast $\left[\text{home} \right] \left[6 \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke får noen beskjed.

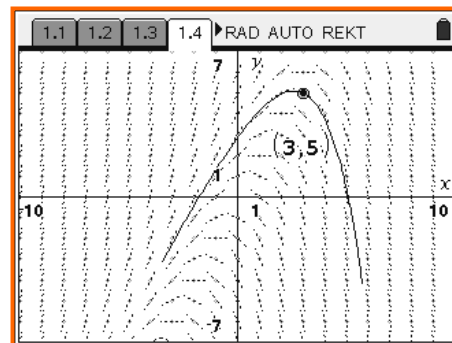
Eksempel 2

Tast $\left[\text{home} \right] \left[7 \right]$, gå til mappa Eksempler og aktiver fila Plot Differential Equation CAS. Vent litt mens klokka går.

Les teksten under hver av fanene 1.1 og 1.2. Under fane 1.3 kommer første linje i vinduet til høyre fram. På neste linje finner du uttrykket for $u = y'$.

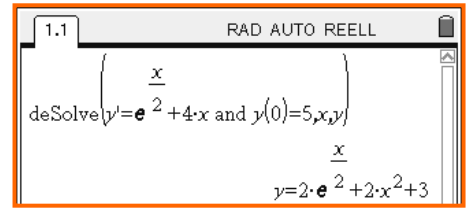
Kopier kommandoen på den første linja over til tredje kommandolinje, erstatt høyresida i likningen med uttrykket for y' og legg inn en initialbetingelse: $y(3) = 5$ ved å erstatte 1 og 2 med henholdsvis 3 og 5 i $\{1,2\}$. Deretter taster du $\left[\text{enter} \right]$.

Tast $\left[\text{ctrl} \right] \left[\text{right} \right]$. Vent litt mens klokka går. Retningsdiagrammet og ei integralkurva gjennom $(3,5)$ kommer fram i kalkulatorvinduet.



Eksempel 3

Tast menu $\langle 4 \rangle$ $\langle \text{C} \rangle$. Skriv inn likningen, tast deSolve $\langle 1 \rangle$ $\langle \text{A} \rangle$ $\langle \text{Y} \rangle$ $\langle \text{enter} \rangle$ $\langle 0 \rangle$ $\langle \text{=} \rangle$ $\langle 5 \rangle$ $\langle \text{X} \rangle$ $\langle \text{Y} \rangle$ $\langle \text{enter} \rangle$.

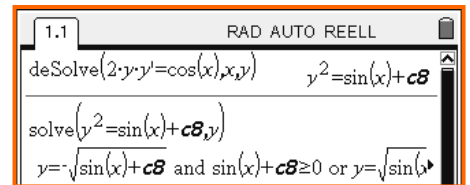


274 – 278 Separable differensiallikninger

Tast menu $\langle 6 \rangle$ $\langle \text{tab} \rangle$ $\langle \text{enter} \rangle$ $\langle 1 \rangle$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast menu $\langle 6 \rangle$ $\langle 1 \rangle$ dersom du ikke får noen beskjed.

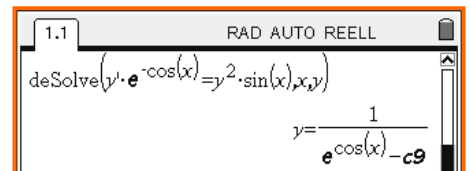
Eksempel 2

Tast menu $\langle 4 \rangle$ $\langle \text{C} \rangle$. Skriv inn likningen og tast $\langle \text{X} \rangle$ $\langle \text{Y} \rangle$ $\langle \text{enter} \rangle$. Deretter løser du den nye likningen med hensyn på y .



Eksempel 3

Tast menu $\langle 4 \rangle$ $\langle \text{C} \rangle$. Skriv inn likningen og tast $\langle \text{X} \rangle$ $\langle \text{Y} \rangle$ $\langle \text{enter} \rangle$.



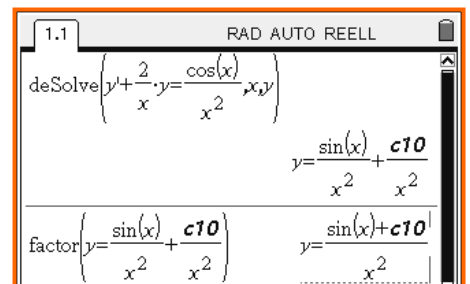
278 – 282 Integrerende faktor

Tast menu $\langle 6 \rangle$ $\langle \text{tab} \rangle$ $\langle \text{enter} \rangle$ $\langle 1 \rangle$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast menu $\langle 6 \rangle$ $\langle 1 \rangle$ dersom du ikke får noen beskjed.

Metoden med integrerende faktor side 279

Tast menu $\langle 4 \rangle$ $\langle \text{C} \rangle$. Skriv inn likningen og tast $\langle \text{X} \rangle$ $\langle \text{Y} \rangle$ $\langle \text{enter} \rangle$.

Du kan faktorisere svaret ved først å taste menu $\langle 3 \rangle$ $\langle 2 \rangle$. Deretter legger du inn svaret i **factor**-parentesen og taster tilslutt $\langle \text{enter} \rangle$.

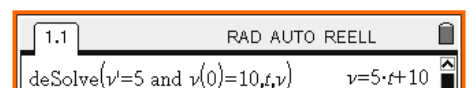


282 – 295 Praktisk bruk av differensiallikninger

Tast menu $\langle 6 \rangle$ $\langle \text{tab} \rangle$ $\langle \text{enter} \rangle$ $\langle 1 \rangle$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast menu $\langle 6 \rangle$ $\langle 1 \rangle$ dersom du ikke får noen beskjed.

Eksempel 1 Konstant akselerasjon

Tast menu $\langle 4 \rangle$ $\langle \text{C} \rangle$. Skriv inn likningen og tast $\langle \text{T} \rangle$ $\langle \text{V} \rangle$ $\langle \text{enter} \rangle$.



297 – 306 Differensiallikninger av andre orden

Tast $\left[\text{home} \right] \left[6 \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{enter} \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast $\left[\text{home} \right] \left[6 \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke får noen beskjed.

Eksempel 1 Oppvarming

Tast $\left[\text{menu} \right] \left[4 \right] \left[\text{C} \right]$. Skriv inn likningen og tast $\left[\right] \left[\text{X} \right] \left[\right] \left[\text{Y} \right] \left[\text{enter} \right]$.

1.1 RAD AUTO REELL
deSolve($y''=4 \cdot y, x, y$)
 $y=c22 \cdot e^{2 \cdot x} + c21 \cdot e^{-2 \cdot x}$

Eksempel 2 Løsninger via komplekse tall

Tast $\left[\text{menu} \right] \left[4 \right] \left[\text{C} \right]$. Skriv inn likningen og tast $\left[\right] \left[\text{X} \right] \left[\right] \left[\text{Y} \right] \left[\text{enter} \right]$.

1.1 RAD AUTO REELL
deSolve($y''-6 \cdot y'+25 \cdot y=0, x, y$)
 $y=c23 \cdot e^{3 \cdot x} \cdot \cos(4 \cdot x) + c24 \cdot e^{3 \cdot x} \cdot \sin(4 \cdot x)$

Eksempel 3 Initialbetingelser

Tast $\left[\text{menu} \right] \left[4 \right] \left[\text{C} \right]$. Skriv inn likningen, initialbetingelsene og tast $\left[\right] \left[\text{X} \right] \left[\right] \left[\text{Y} \right] \left[\text{enter} \right]$.

1.1 RAD AUTO REELL
deSolve($y''-12 \cdot y'+36 \cdot y=0$ and $y(1)=5 \cdot e^6$ an $\left[\right]$)
 $y=(34-29 \cdot x) \cdot e^{6 \cdot x}$

Eksempel 4 Dempet svingning

Tast $\left[\text{menu} \right] \left[4 \right] \left[\text{C} \right]$. Skriv inn likningen, initialbetingelsene og tast $\left[\right] \left[\text{T} \right] \left[\right] \left[\text{S} \right] \left[\text{enter} \right]$.

1.1 RAD AUTO REELL
deSolve($s'' + \frac{1.5}{3} \cdot s' + \frac{1.25}{3} \cdot s=0$ and $s(0)=0.5$ $\left[\right]$)
 $s=0.5 \cdot (0.778801)^t \cdot \cos(0.595119 \cdot t) + 0.21004$

307 – 309 Flere teknikker

Tast $\left[\text{home} \right] \left[6 \right] \left[\text{tab} \right] \left[\text{enter} \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke vil lagre ulagret dokument. Tast $\left[\text{home} \right] \left[6 \right] \left[1 \right]$ dersom du ikke får noen beskjed.

Eksempel 2 Reduksjon av ordenen

Tast $\left[\text{menu} \right] \left[4 \right] \left[\text{C} \right]$. Skriv først inn differensiallikningen av andre orden, der $z = y'$, og taster $\left[\right] \left[\text{X} \right] \left[\right] \left[\text{Z} \right] \left[\text{enter} \right]$. På neste kommandolinje taster du $\left[\text{menu} \right] \left[4 \right] \left[\text{C} \right]$, skriver inn differensiallikningen av første orden og taster $\left[\right] \left[\text{X} \right] \left[\right] \left[\text{Y} \right] \left[\text{enter} \right]$.

1.1 RAD AUTO REELL
deSolve($z''-4 \cdot z'-5 \cdot z=0, x, z$)
 $z=c28 \cdot e^{5 \cdot x} + c27 \cdot e^{-x}$
deSolve($y'=c28 \cdot e^{5 \cdot x} + c27 \cdot e^{-x}, x, y$)
 $y=\frac{c28 \cdot e^{5 \cdot x}}{5} - c27 \cdot e^{-x} + c29$