

## **El Laboratorio Digital de Matemáticas del CBTIS 164: Un Proyecto Escolar de Autogestión**

María del Socorro Valero C., Ma. Guadalupe Barba S., Alejandro Del Castillo E.  
Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 164, MEXICO

[paraklet@prodigy.net.mx](mailto:paraklet@prodigy.net.mx); [alejandro.delcastilloescobedo@gmail.com](mailto:alejandro.delcastilloescobedo@gmail.com);  
[mgbarba1@prodigy.net.mx](mailto:mgbarba1@prodigy.net.mx)

**Nivel:** Medio Superior

**Palabras Clave:** laboratorio digital, cambio, variación, autogestión

### RESUMEN

En el CBTis 164 de Cd. Madero, a mediados del 2007, un grupo de profesores de matemáticas se planteó el reto de diseñar un proyecto que permitiera, no solo impactar su entorno profesional inmediato, si no también, al sistema educativo de Tamaulipas. La inquietud original del grupo giró en torno a los cursos de matemáticas de nivel medio superior relacionados con la Matemática del Cambio y la Variación. Las nociones en ellos abordadas plantearon la necesidad de generar ambientes que la recrearan. Familiarizados con la línea de investigación de Pensamiento y Lenguaje Variacional (Cantoral, 1999), se hizo acopio de referentes teóricos que sustentaran el proyecto en esta dirección. En este momento, se tienen evidencias de un impacto positivo en los aprendizajes de la matemática en estudiantes de nivel medio superior, y a través del proyecto se han capacitado más de 100 profesores en el estado de Tamaulipas, todo esto sin haber dispuesto de un presupuesto específico de instancia alguna de gobierno.

#### 1. Introducción

La tecnología de la información y de la comunicación ha estado penetrando en la educación mexicana desde la década de los ochenta de manera creciente. Existen en el mercado y en las escuelas: computadoras, calculadoras graficadoras, software especializado, Enciclomedia, tecnología de sensores, videoproyectores, redes de computadoras, internet, etc. Sin embargo, nuestra propia experiencia nos indica que, gran parte de estos medios, de los que se puede disponer para la educación, no son utilizados y explotados a plenitud por falta de capacitación y actualización de los profesores en esas tecnologías. De hecho, los estudiantes muchas veces son más hábiles en el manejo de estas herramientas que los propios profesores

Los investigadores que se dedican a estudiar el uso de las tecnologías en la educación matemática, son coincidentes con la afirmación anterior. La Dra. Rojano, investigadora del Depto. de Matemática Educativa del Centro de Investigaciones y Estudio Avanzados del IPN, en una entrevista publicada en diciembre del 2007 por el diario La Crónica ([http://www.cronica.com.mx/nota.php?id\\_notas=336842](http://www.cronica.com.mx/nota.php?id_notas=336842)) comenta: “A diez años de la implementación de la Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología (EMAT) en escuelas mexicanas por parte de la SEP, aún no se ha logrado su generalización en el país, a pesar de su comprobada eficacia como método de enseñanza”. Agregó que el verdadero problema se centra en implementar estas metodologías en la currícula de las escuelas, que hace diez años ya formaba parte de los modelos de países desarrollados, además de la capacitación que deben de tener los profesores para desempeñar la tecnología. Apuntó que estas tecnologías, particularmente para las matemáticas, inauguran una nueva época en la manera de construir el conocimiento matemático que es esencialmente distinto a hacerlos en un ambiente de papel y lápiz. “Las investigaciones han demostrado que los estudiantes desarrollan otro nuevo tipo de habilidades, que no es lo que viene en los exámenes clásicos de matemáticas, y que a la larga tendrán que ser reconocidas como metas curriculares”.

La referencia anterior da cuenta de un escenario que complica el cumplimiento de los retos que la Educación Media Superior se ha planteado en su Reforma Integral de la Educación Media Superior: Cobertura, Calidad y Equidad. En este sentido, nuestro proyecto contribuye en forma decisiva a democratizar el discurso matemático escolar el cual, en las condiciones actuales, solo llega a élites cognitivamente dotadas a quienes el profesor de matemáticas tradicionalmente dirige su clase; el resto, es decir, la mayoría, suele ser desatendida y en muchos casos fracasa en el aprendizaje de esta disciplina. Nuestro proyecto, al crear un escenario donde los jóvenes realizan experimentaciones directamente sobre los fenómenos físicos, permite que los estudiantes vivan la matemática, y pasan de ser espectadores, a ser participantes en la construcción de su propio conocimiento.

## 2. Referentes Teóricos

Acerca de la corporización del conocimiento matemático escolar. Corporizar se refiere a construir conocimiento fundamentalmente sobre la percepción sensorial, en oposición a la operación simbólica y a la deducción lógica (Tall, 2002). Un enfoque corporizado del Cálculo, se centra sobre las ideas perceptuales fundamentales previo a la introducción del simbolismo. Algunos estudios están comenzando a descubrir los importantes roles del movimiento físico en la comprensión de representaciones matemáticas (Kaput y Rochelle, 2000; Nemirovsky, 1993; Nemirovsky, Tierney y Wright, 1998; Stylianou y Kaput, 2002). Al estudiar su propio movimiento, los estudiantes confrontan relaciones sutiles entre su sentido kinestésico del movimiento, interpretaciones del movimiento de otros objetos, y las notaciones gráficas, tabulares e incluso algebraicas (Stylianou, Kaput, 2005).

La Matemática del cambio y la variación a través de nuevas formas representacionales. De acuerdo a Kaput (1994) el sistema simbólico formal algebraico evolucionó para cubrir las necesidades cotidianas de una élite de científicos. Hoy asumimos que, por millones, los estudiantes deben aprenderlo. Sin embargo, la matemática del cambio y la variación, representada por el cálculo en la mayoría de las currículas, es accesible solo para aquellos que han sobrevivido a una larga serie de prerrequisitos algebraicos. El resultado neto de esta estructura prerrequisitaria es que, al menos en los Estados Unidos, el 10% de la población tiene contacto con la matemática del cambio y la variación, y la mayoría de ellos están en el nivel de college. Aún más, la mayor parte de su contacto es con la *notación* del cálculo y no con su núcleo conceptual. En este sentido, Kaput se refiere al papel que jugó la tecnología de la imprenta en el surgimiento de nuevas formas literarias, como la novela, la cual creó una experiencia participativa desconocida para el lector, pues en ella el individuo es colocado en un mundo tan articulado que algunas veces le resulta tan real como su mundo familiar. En ello consiste, a juicio de este autor, el éxito de algunos escritores, quienes abordan tópicos no míticos, no religiosos, no heroicos (principales temas en la literatura anterior a la invención de la imprenta) y sí contemporáneos, logrando que la literatura se vuelva una experiencia cercana y familiar. Esta tendencia tiene su paralelo en la tecnología que trae las experiencias del movimiento al interior del aula de matemáticas, y así relaciona a la matemática del cambio con sus raíces históricas.

Es así que Kaput plantea el diseño de escenarios para lograr una búsqueda colaborativa:

- Ampliando la participación de los estudiantes con los aspectos de los conceptos que ellos encuentran problemáticos
- Apoyando un enfoque compartido de la atención para lograr un análisis parcial–global
- Posibilitando la comunicación gestual y física para una comunicación verbal suplementaria efectiva

- Involucrando a los estudiantes en la realización de experimentos, y proporcionando una retroalimentación significativa que sea apropiada

Sobre el Razonamiento Covariacional. Entendemos por razonamiento covariacional a las actividades cognitivas involucradas en la coordinación de dos cantidades variantes en tanto se atiende a las formas en las que ellas cambian entre sí (Carlson et al., 2002).

Niveles del Marco Teórico de Covariación
El marco teórico covariacional describe cinco niveles de desarrollo de las imágenes de covariación. Estas imágenes de la covariación son presentadas en términos de las acciones mentales soportadas por cada imagen.
<b>Nivel 1 (N1) Coordinación.</b> En el nivel de coordinación, las imágenes de la covariación pueden soportar la acción mental de coordinación del cambio de una variable con los cambios en la otra variable (AM1).
<b>Nivel 2 (N2) Dirección.</b> En el nivel de dirección, las imágenes de la covariación pueden soportar las acciones mentales de coordinación de la dirección del cambio de una variable con los cambios en la otra variable.
<b>Nivel 3 (N3) Coordinación cuantitativa.</b> En el nivel de coordinación cuantitativa, las imágenes de la covariación pueden soportar las acciones mentales de coordinación de la cantidad de cambio en una variable con los cambios en la otra variable.
<b>Nivel 4 (N4) Razón promedio.</b> En el nivel de razón promedio, las imágenes de la covariación pueden soportar las acciones mentales de coordinación de la razón de cambio promedio de la función con cambios uniformes en la variable de entrada.
<b>Nivel 5 (N5) Razón instantánea.</b> En el nivel de razón instantánea, las imágenes de la covariación pueden soportar las acciones mentales de coordinación de la razón instantánea de cambio de la función con cambios continuos en la variable de entrada. Este nivel incluye una conciencia de que la razón instantánea de cambio resultó de refinamientos más y más pequeños de la razón de cambio promedio.

### 3. Acopio de Recursos en el Sector Productivo

Tomando en cuenta que nuestra escuela se encuentra localizada en una zona petrolera donde se ubica una gran cantidad de empresas del ramo petroquímico, que le dan empleo a miles de familias, acudimos a directivos de las mismas, buscando apoyo económico para el proyecto. Nuestra solicitud fue bien acogida logrando reunir importantes donativos por parte del sector empresarial. Ante nuestras autoridades esta respuesta tan entusiasta por parte del empresariado, fue definitiva para lograr su apoyo para la construcción de una pequeña aula para que comenzara a funcionar el laboratorio y una pequeña de dotación de calculadoras y sensores digitales para equiparlo.

### 4. Incorporación de la Propuesta a la Currícula Escolar

Comenzamos diseñando manuales de actividades de laboratorio para los cursos de Cálculo y de Matemáticas aplicadas, materias que se imparten en el 4º y 6º semestre respectivamente y a la fecha, contamos además con un manual de actividades de laboratorio para el curso de Geometría Analítica. Si bien en todas las actividades de laboratorio que hemos diseñado existe un manifiesto interés por el desarrollo de razonamiento covariacional en el sentido de Carlson (2002), cada una de estas actividades nos permiten contribuir al desarrollo de algunas de las competencias matemáticas (SEMS, 2008):

1. Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas o aleatorios mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales.
2. Propone, formula, define y resuelve diferentes tipos de problemas matemáticos buscando diferentes enfoques.
3. Propone explicaciones de los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático.
5. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
6. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente magnitudes del espacio que lo rodea.
7. Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia
8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

y competencias genéricas:

4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.
5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.
7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.
8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.

Al mismo tiempo, nuestro laboratorio digital de matemáticas le proporciona al profesor un ambiente propicio para el desarrollo de competencias que expresan el Perfil del Docente de la Educación Media Superior (SEMS, 2008):

1. Organiza su formación continua a lo largo de su trayectoria profesional.
2. Domina y estructura los saberes para facilitar experiencias de aprendizaje significativo.
3. Planifica los procesos de enseñanza y de aprendizaje atendiendo al enfoque por competencias, y los ubica en contextos disciplinares, curriculares y sociales amplios.
4. Lleva a la práctica procesos de enseñanza y de aprendizaje de manera efectiva, creativa e innovadora a su contexto institucional.
5. Evalúa los procesos de enseñanza y de aprendizaje con un enfoque formativo.
6. Construye ambientes para el aprendizaje autónomo y colaborativo.
7. Contribuye a la generación de un ambiente que facilite el desarrollo sano e integral de los estudiantes.

#### 5. Impacto del proyecto al entorno estatal

En Fernández Pérez (1988) cuando se aborda el tema de los cambios educativos, se analizan los elementos que van a decidir el destino de estos cambios, lo que el autor denomina “unidades estratégicas”. Para Fernández, la unidad estratégica más importante en un proceso de innovación educativa suele ser el equipo de profesores que toma la iniciativa del proyecto innovador, quienes desde luego asumen con convencimiento tal iniciativa y que por cierto, el autor menciona, esta unidad estratégica óptima “casi nunca suele lograrse”. Fernández agrega que, cuando al proceso innovador no se consigue incorporar a todo el profesorado, es clave el cálculo de la “masa crítica”, es decir, un

número mínimo de profesores necesario para emprender la innovación de que se trate con un mínimo de garantías de éxito. Pero agrega, la masa crítica no solo es un asunto cuantitativo, es decir, no solo importa el número de profesores que se incorpora a la innovación, sino que se requiere una masa crítica cualificada, lo que él denomina “masa crítica cerebral”.

En nuestro caso, ha sido fundamental el hecho de que en el equipo a cargo del proyecto de Laboratorio Digital de Matemáticas, participan dos profesores con doctorado en matemática educativa, una profesora con maestría en Matemática Educativa y una especialista en Matemática Educativa. El elemento restante del equipo de trabajo se encuentra en la víspera de iniciar su posgrado en esta misma área. Este perfil profesional, nos ha permitido no solo diseñar una entusiasta estrategia de trabajo, sino sustentar la iniciativa en elementos teóricos que permitan que nuestros resultados puedan someterse a una revisión científica que los valide y de esta forma, se vuelvan referentes para otros proyectos.

Lo anterior nos permitió plantear como una estrategia de crecimiento del proyecto la capacitación a profesores en el manejo de herramientas digitales para la enseñanza de la matemática y de las ciencias. A la fecha, hemos capacitado a cerca de un centenar de profesores de secundaria, otro tanto de profesores de educación media superior, a cerca de 50 profesores de nivel universitario y también a una cantidad similar de profesores en formación. Estos números nos constituyen en la institución educativa que más profesores de matemáticas capacita en el uso de herramientas digitales en todo el estado de Tamaulipas actualmente. Lo anterior nos ha permitido llamar la atención de funcionarios de instancias educativas diferentes a la nuestra, quienes nos han solicitado apoyo para la capacitación de su personal. En esa medida el apoyo al proyecto, está creciendo.

#### 6. Vínculo con Texas Instruments

En el camino que hemos recorrido, ha sido muy productiva la relación que nuestro grupo ha establecido con Texas Instruments de México. La empresa se interesó en el trabajo que habíamos venido desarrollando tanto en el rediseño curricular como en capacitación de profesores. Como resultado, nuestro proyecto se ha visto beneficiado con la donación de equipo, situación que nos permitió abordar una variedad más amplia de temas en nuestro trabajo, ofreciendo una visión más general de los tópicos de la matemática del cambio y la variación que se estudian en nivel medio superior, mejores condiciones de trabajo con nuestros grupos de estudiantes, acceso a tecnología de punta y capacitación en el manejo de herramientas digitales de última generación.

#### 7. Resultados

A la fecha, hemos publicado dos artículos en revistas con arbitraje (Valero, Barba, Del Castillo y Ventura, 2009), en donde se reporta, por ejemplo, un análisis de los resultados obtenidos en el EXANI II de CENEVAL por la generación que egresó del CBTis 164 en el 2008. Con 17 grupos en total, donde 13 eran de bachillerato de ciencias físico-matemáticas y 4 de ciencias económico-administrativas, el porcentaje de deserción fue de 44.2% en la generación. Uno de estos 17 grupos, del bachillerato de ciencias económico-administrativas, con 42 estudiantes, estuvo expuesto a un tratamiento experimental por lo cual, de los seis semestres de matemáticas que tomaron, cinco los cursaron trabajando una cantidad variable de sesiones en el laboratorio, usando calculadoras graficadoras y sensores digitales de diferentes parámetros físicos, bajo un enfoque variacional. El porcentaje de deserción de este grupo fue del 14.3% es decir, menor a la tercera parte del porcentaje de deserción de toda su generación. Además, en los resultados del EXANI-II,

aplicado en la víspera de la conclusión de sus estudios de bachillerato, este grupo obtuvo el primer lugar en RAZONAMIENTO MATEMÁTICO, por encima incluso de los 13 grupos de bachillerato de ciencias físico-matemáticas. Este resultado parece indicar que la enseñanza con enfoque experimental que estamos desarrollando con nuestros estudiantes, entre otros aspectos, está repercutiendo favorablemente, y de forma importante, en sus aprendizajes.

#### 8. Perspectivas

En este momento, a dos años de haber elaborado la primera versión de lo que sería nuestro Laboratorio de Matemáticas, recién se autorizó el proyecto denominado *Centro Capacitador de Profesores de Matemáticas de la Zona Sur del Estado de Tamaulipas en el Uso de Herramientas Digitales para la Corporización del Conocimiento Matemático*, documento que elaboramos en respuesta a la convocatoria del Programa de Infraestructura para Educación Media Superior de la Secretaría de Educación Pública y a solicitud de la Subsecretaría de Educación Media Superior de Tamaulipas. Por ello, a partir de agosto, tendremos el recurso necesario para construir la segunda planta de nuestro laboratorio, la cual estará equipada con 40 computadoras, cañón y software para la capacitación de poco más de 300 profesores de matemáticas de la zona sur de nuestro estado.

Paralelamente, estaremos trabajando en la escritura de reportes de investigación, donde daremos cuenta de los resultados que vayamos obteniendo tanto en nuestro trabajo con estudiantes de educación media superior, como en la capacitación a profesores de matemáticas.

En síntesis, existen muchas probabilidades de que el proyecto de Laboratorio de Matemáticas del CBTis 164 impacte fuertemente y de forma benéfica, a la enseñanza de la matemática de nivel medio superior en Tamaulipas

#### 9. Referencias Bibliográficas

- Balacheff, N. y Kaput, J. (1996). Computer-Based Learning Environment in Mathematics. En Bishop, A. J. et al., *International Handbook of Mathematics Education*, pp. 469-501
- Cantoral (1999). Pensamiento y lenguaje variacional en la enseñanza contemporánea en *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 12, tomo 1
- Carlson, M., Jacobs, S., Coe E., Larsen, S., Hsu, E (2002). Applying Covariational Reasoning while modeling dynamic events: a framework and a study, *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 33, No. 5, pp. 352–378
- Dolores, C. (2000). La Matemática de las variables y el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional. *Academia*; Vol. 2 No.20, Universidad Autónoma de Sinaloa
- Fernández Pérez, Miguel (1988). Evaluación y cambio educativo: Análisis cualitativo del fracaso escolar. Madrid: Ediciones Morata.
- Hitt, F. (1996). Sistemas semióticos de representación del concepto de función y su relación con problemas, epistemológicos y didácticos; Ed. Fernando Hitt, *Investigaciones en Matemática Educativa*, Grupo Editorial Ibero América.
- Kaput, J. y Roschelle, J. (2000). Shifting representational infrastructures and reconstituting content to democratize access to the math of change and variation: Impacts on cognition, curriculum, learning and teaching. Paper presented at a workshop to "Integrate Computer-based Modeling and Scientific Visualization into K-12 Teacher Education Programs" Ballston, VA.
- Kaput, J. J. (1994). Patterns in students' formalization of quantitative patterns. In G. Harel & E. Dubinsky (Eds.), *The Concept of Function: Aspects of Epistemology and Pedagogy*,

- MAA Notes, Vo. 25 (pp. 290 – 318). Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Nemirovsky, R., Tierney, C., Wright, T. (1998). Body motion and graphing. *Cognition and Instruction*, 16 (2), 119-172.
- Nemirovsky R. (1993). Motion, flow, and contours: The experience of continuous change. Unpublished Doctoral Dissertation. Harvard University, Cambridge, MA.
- SEMS, 2008. Competencias disciplinares básicas del sistema nacional de bachillerato. Competencias genéricas y el perfil del egresado de la educación media superior. Competencias que expresan el perfil del docente de la educación media superior Documentos disponibles en [www.sems.gob.mx](http://www.sems.gob.mx)
- Stylianou, D. A. y Kaput, J. J. (2005). Math in motion: using CBRs to enact functions. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, Vol. 24 núm.3 pp.299-324
- Stylianou, D. A. y Kaput, J. J. (2002). Linking phenomena to representations: A gateway to the understanding of complexity. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 1(2), 99-111.
- Tall, D. (2002). Using Technology to Support an Embodied Approach to Learning Concepts in Mathematics. in L. M. Carvalho and L. C. Guimarães, *Historia e Tecnologia no Ensino da Matemática*, Vol. 1, pp. 1 – 28, Rio de Janeiro, Brasil.
- Valero, Barba, Del Castillo, y Ventura (2009) Evaluación de un ambiente de aprendizaje experimental para la matemática de nivel medio superior basado en tecnologías digitales. *Investigaciones y Propuestas sobre el uso de Tecnología en Educación Matemática*. Vol. II, 2009
- Waldegg, G. y Moreno, L. (2005) Tecnología y Cognición. Capítulo IX del Libro: *Enseñanza de la Física y las Matemáticas con Tecnología: Modelos de transformación de las prácticas y la interacción social en el aula*. Ma. Teresa Rojano Ceballos (coordinadora). Dirección General de Materiales de la Subsecretaría de Educación Básica, de la SEP.