Primer Simposio Latinoamericano para la Integración de la Tecnología en el Aula de Matemáticas y Ciencias

Taller Preconferencia

VINCULANDO GEOMETRÍA DINÁMICA Y GRAFICACIÓN,
empleando la calculadora TI 84 Plus

Ma. del Pilar Morfín Heras
Universidad de Guadalajara

Hallazgos sobre el uso de la calculadora graficadora

- Cuando los maestros incorporan las calculadoras graficadoras en su currículo más frecuentemente y con más intensidad, el rendimiento de los estudiantes mejora. [Heller Research Associates] 2006

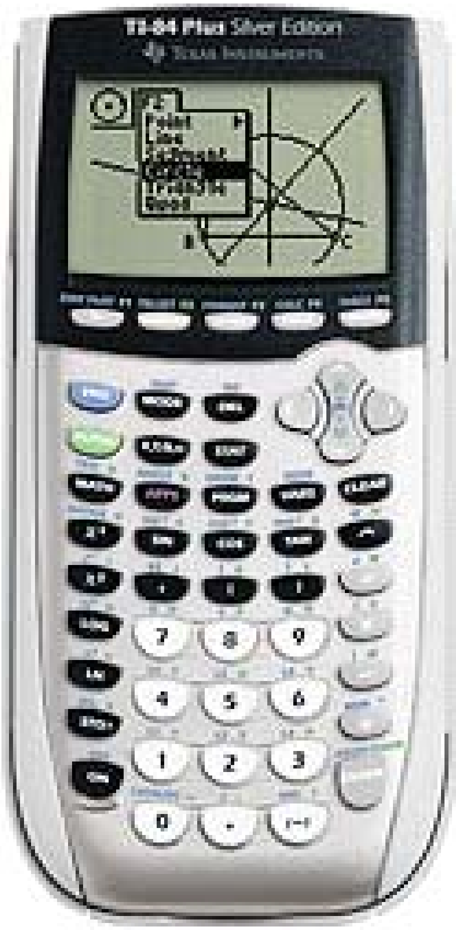
- Existen claras evidencias que muestran que los estudiantes que usan calculadoras graficadoras incrementan su aprendizaje en Matemáticas. [Empirical Education Incorporated] 2005

- Los estudiantes que reciben instrucción con calculadoras graficadoras se desarrollan igual o significativamente mejor en el manejo de los conceptos, resolución de problemas, y en áreas de destreza operacional. [Aimee J. Ellington] 2003

- Los estudiantes que usan calculadoras tienen una mejor actitud hacia las matemáticas que los que no las usan. [Aimee J. Ellington] 2003

La calculadora TI 84 Plus, permite

- Manipular objetos matemáticos
- El acceso a múltiples representaciones
- La modelación y simulación de fenómenos



Plan de Actividades con la aplicación Cabri Jr.

1. Problemas de optimización

1.a) Dado el perímetro de un rectángulo, encontrar cuál es el que tiene el área máxima.
1.b) Dado un semicírculo, inscribir un rectángulo de área máxima

2. Construcción, a partir de propiedades y lugares geométricos, de las gráficas de diferentes funciones básicas.

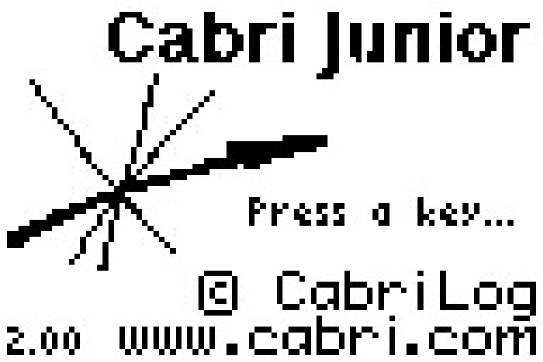
2.a) Recta numérica
2.b) Función lineal
2.c) Hipérbola equilátera
2.d) Función cuadrática
2.e) Función raíz cuadrada

Actividades con la aplicación Cabri Jr.

Instrucciones:

- - Teclear la tecla APPS

- - Seleccionar la aplicación Cabri Jr.

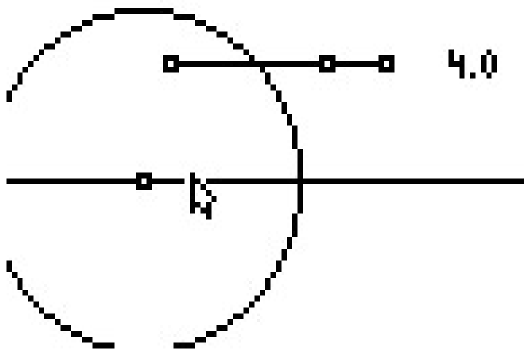


1.a) Dado el perímetro de un rectángulo, encontrar cuál es el que tiene el área máxima.

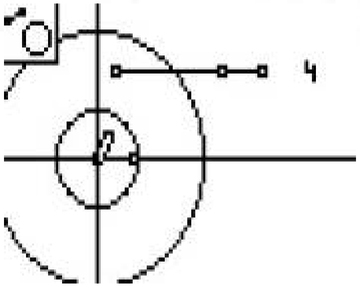
Específicamente, si el perímetro de un rectángulo es igual a 8 unidades, determinar las dimensiones del que tiene área máxima.

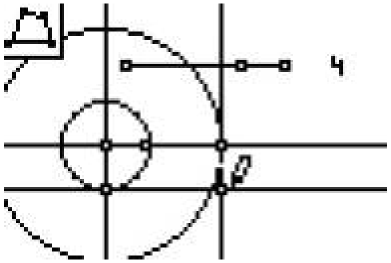
Instrucciones:

- **Trazar un segmento en la parte superior de la pantalla, que representa el perímetro dado y medirlo (F5 MeasurD.&Lenght).**
- **Arrastar un extremo hasta que el segmento mida el semiperímetro (Clear, flecha blanca en el extremo, ALPHA y flechas).**
- **Ubicar un punto sobre el segmento (F2)**
- **Trazar abajo una recta (F2)**
- **Trasladar con el compás la longitud de uno de los pedazos del segmento (F3, Compass, ENTER e cada extremo de la parte del segmento y ENTER en el punto que será el centro del círculo)**

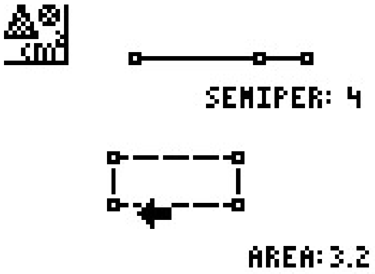


- Por el centro del círculo, trazar una perpendicular al lado (F#)
- Similarmente trasladamos a esta perpendicular la otra arte del segmento inicial.



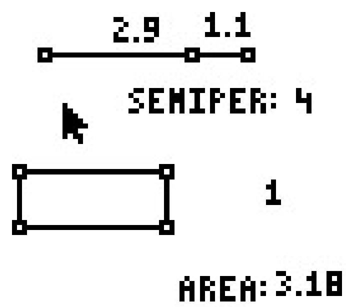


- Con perpendiculares ubicamos los vértices del rectángulo y lo repintamos (F2)

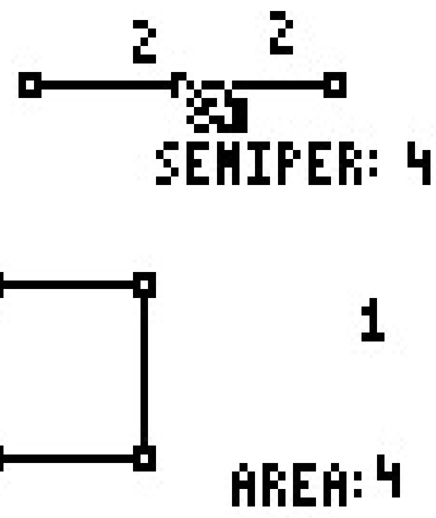


- Ocultamos todos los trazos auxiliares (F5). Medimos el área del rectángulo (F5)

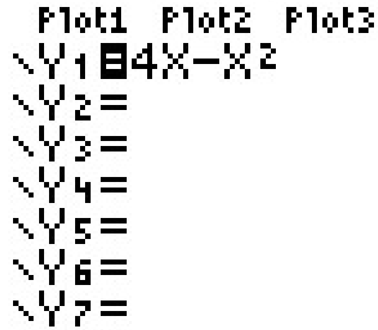
- Para ser más precisos en la medición del área, vamos a multiplicarla por 1.00, con lo que obtenemos del decimales. Escribimos 1.00 (F5 Alpha Num, ALPHA, 1.00) y con la calculadora (F5) hacemos la operación y después medimos los lados del semiperímetro que determinan las dimensiones del rectángulo

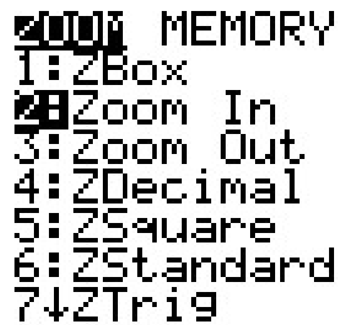


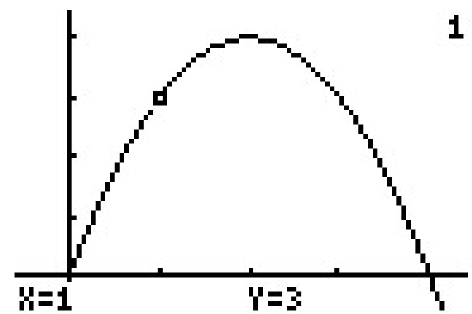
- Finalmente arrastramos (CLEAR ALPHA flechas) el punto para cambiar las dimensiones y determinar cuáles son con las que se obtiene el área máxima y concluir que dado el perímetro, el rectángulo de área máxima es el cuadrado, en este caso de lado 2 y área 4.



- Desde el punto de vista de graficación de funciones, podemos emplear los comandos básicos de la calculadora para resolver el problema.
- Si llamamos *x* a la base del rectángulo, su área *y* será
- $y = x(4 - x) = 4x - x^2$
- Tecleamos Y e introducimos la función
- Ponemos ZOOM Standard y GRAPH
- Para ver mejor la gráfica, nos ubicamos en una posición adecuada y hacemos ZOOM IN y ENTER dos veces. Con la tecla TRACE podemos determinar la solución; en la tecla MODE podemos poner los decimales que nos convenga. También podemos verla en la TABLE



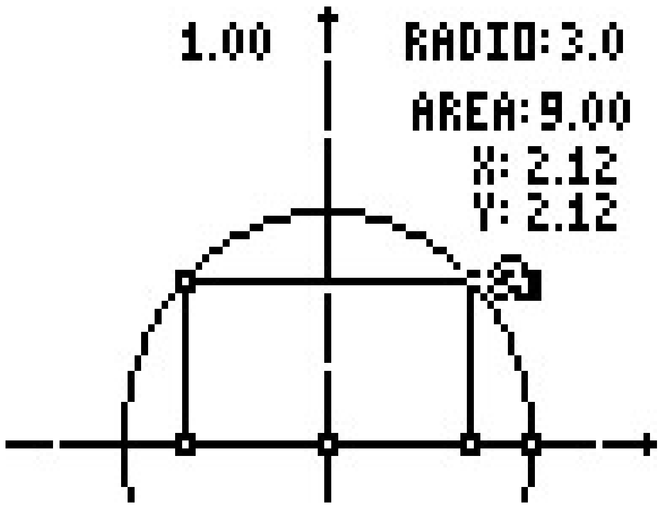




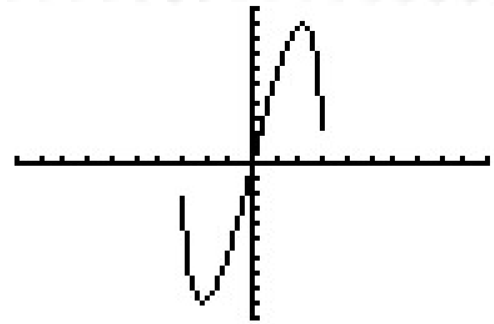
1.b) Dado un semicírculo, inscribir un rectángulo de área máxima.

Específicamente, dado un semicírculo de radio 3, encontrar las dimensiones del rectángulo inscrito que tiene área máxima.

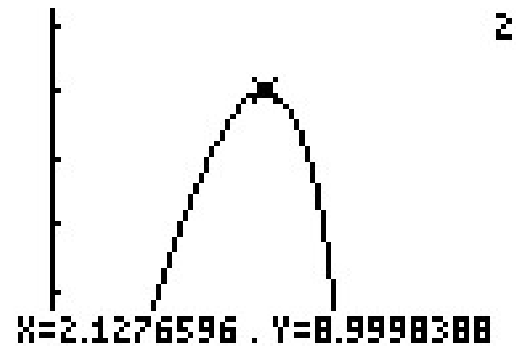
- Volvemos a Cabri Jr., ubicamos los ejes (F5 Hide/Show).
- Trazamos un segmento del punto (0,0) a un punto del lado derecho del eje x, lo medimos y lo arrastramos hasta que mida 3.
- Ubicamos un punto cualquiera en el eje x y dentro del radio y con perpandiculares inscribimos un rectángulo. Ocultamos los trazos auxiliares.
- Medimos el área del rectángulo y las longitudes de la mitad de la base y la altura y las multiplicamos por 1.00
- Arrastramos el punto del rectángulo que escogimos sobre el eje x y observamos la variación del área del rectángulo, hasta ver en qué situación es máxima.
- Concluimos que el área es 9 y las dimensiones del rectángulo son 4.24 y 2.12.



- Desde el punto de vista de graficación de funciones, si llamamos *x* a la mitad de la base del rectángulo, su área *y* será



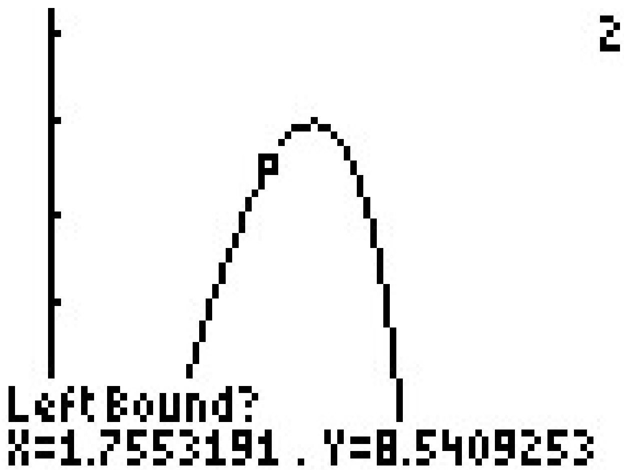
- y = 2x √(9 – x^2)
- La introducimos en la tecla y Y la graficamos con GRAPH en ZOOM STANDARD



- Como no se ve muy bien, nos ubicamos en un lugar adecuado y hacemos ZOOM INN y con TRACE resolvemos el problema.

- Podemos también hacerlo observando la tabla y con TABLSET ajustarla para ver mejor la solución

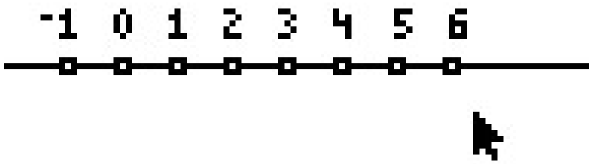
- Para tener la solución más precisa podemos utilizar 2ND CALC, seleccionamos maximun, luego ENTER del lado derecho del máximo, ENTER del izquierdo y ENTER en una aproximación, de esta manera obtenemos el valor muy aproximado de la semibase y del área.



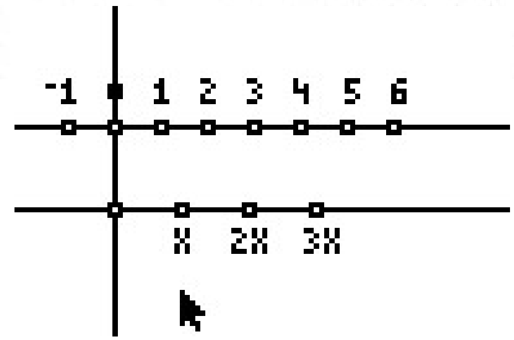
2. Construcción, a partir de propiedades y lugares geométricos, de las gráficas de diferentes funciones básicas.

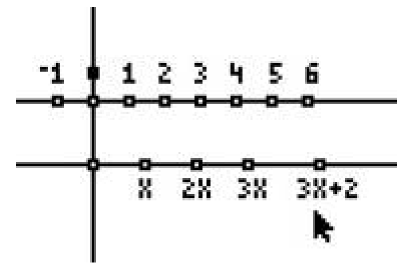
2.a) Recta numérica

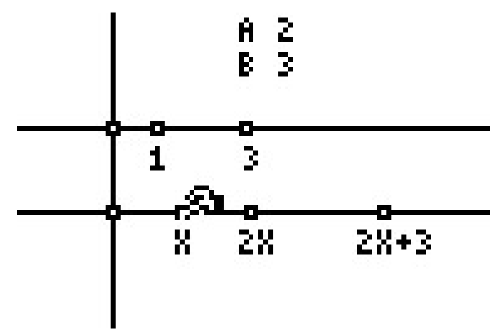
- En esta actividad realizaremos varias construcciones que harán énfasis en el papel de la unidad, así como en la variación del valor de x, independientemente de la unidad, para comprender la relación entre el valor de x y diferentes funciones de x.
- 1.- A pesar de que existe una recta numérica en Cabri Jr., empezaremos construyendo dos rectas numéricas, una con constantes y otra con expresiones variables.
- Para la primera podemos ubicar el 1 y luego usar simetría para los otros enteros. Escribamos los números sobre las marcas correspondientes. Esta recta numérica la podemos guardar para usarla en otras actividades.



- Formemos una segunda línea paralela a la primera, construyendo una perpendicular a ésta por el cero y luego una segunda perpendicular. Localicemos un punto y llamémosle x. Para encontrar 2x y 3x usemos simetría. Arrastrar x.
- Para añadir 2 a 3x usemos traslación con el vector de 0 a 2 de la primera recta numérica.
- Resolver la ecuación $3x+2=6$. ¿Cuál es el valor de x? Cambia el valor de x hasta que $3x+2$ sea mayor que 5. ¿Para qué valores de x sucede esto? ¿Cuándo es $3x+2<2$?
- Para encontrar el punto ax+b puedes introducir el valor de a usando alpha-num y dilatación con O como centro, el número dado a como factor de escala y x como la pre imagen. Después, también con dilatación, ubica el punto b en la primera recta numérica y utilízalo como vector de traslación sobre ax, para ubicar ax+b. Cambia los valores de a y de b.







2.b) Función lineal

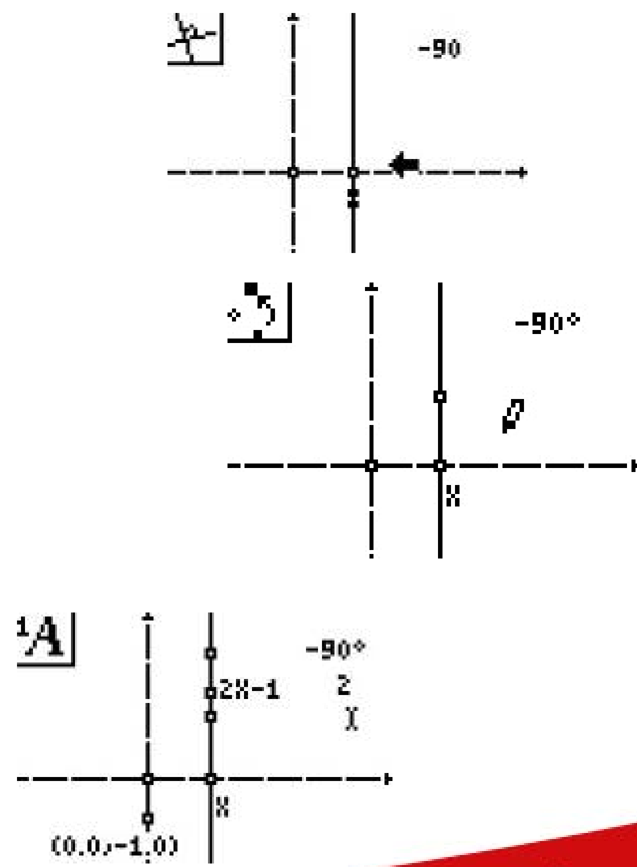
En este punto el objetivo es visualizar el punto (x, ax + b) conforme x varía. Éste se relacionará con la pendiente y la ordenada en el origen.

- Mostrar los ejes. Ubicar un punto llamado x sobre el eje x. Construir una perpendicular al eje x a través de x. Escribir -90

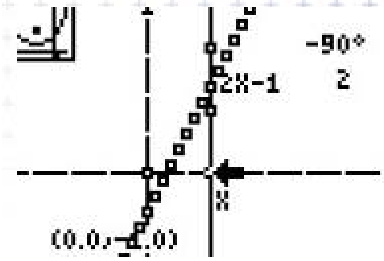
- Con centro en x, rotar -90º, el origen O. El punto construido tiene la coordenada y igual a la coordenada x aún si x es negativo. Arrastra x

- Escribir un 2 como razón de dilatación. Construir el punto (x,2x) usando dilatación señalando a x como el centro de dilatación, 2 el factor de escala y el punto (x,x) la pre imagen
- Localizar el punto (0,-1)Trasladar el punto (x,2x) con el vector de (0,0) a (0,-1). Nombra al punto como 2x-1.

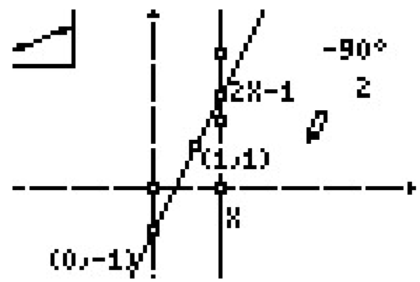
  Arrastra x ¿Cómo se mueve el punto 2x-1?



- Para identificar la trayectoria usa locus del punto 2x-1 cuando x se mueve sobre el eje x.

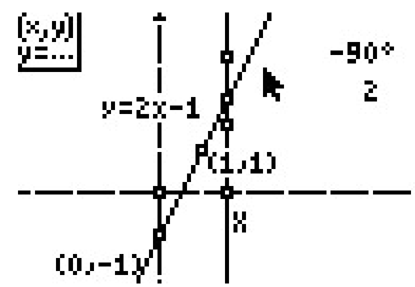


- Para comprobar borra el lugar geométrico. Construye la recta con pendiente 2 y que pasa por el punto (0,-1), ubicando primero un segundo punto (1,1).



- Encuentra la ecuación de la recta usando F5.

  ¿Qué pasa cuando arrastras x?

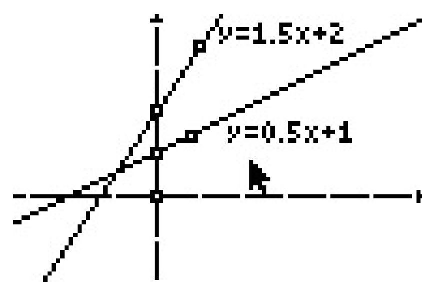


- Se pueden hacer muchas preguntas, por ejemplo:

  ¿El punto (1.5, 3) está sobre la recta?

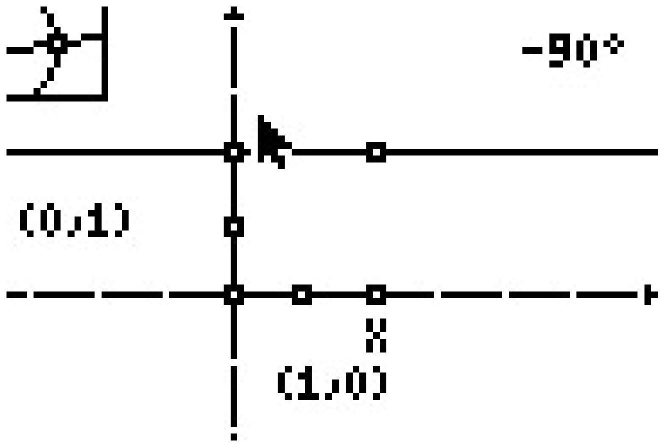
  ¿Cuál es el valor de x cuando y es cero?¿Cuál es el valor de x cuando y vale cero?

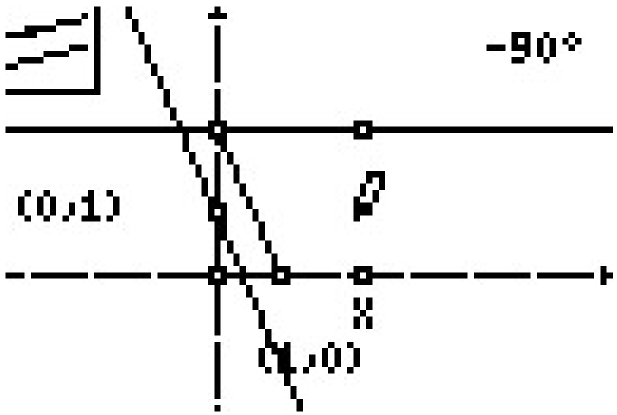
- Traza la recta y = -1,5 x + 2 y la recta y = .5x + 1



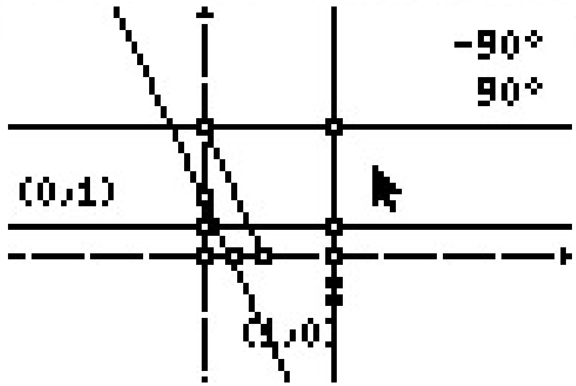
2.c) Hipérbola equilátera

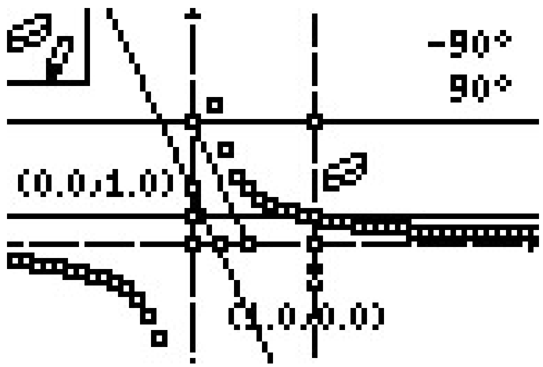
- Muestra los ejes.
  Localiza un punto “x” sobre el eje x.
- Localiza el punto (x,x). Localiza el punto (0,1)
  Localiza el punto (1,0)
- Encuentra el punto (0,x) trazando una perpendicular al eje x que pase por el punto (x,x)
- Dibuja un segmento de (1,0) a (0,x)
  Traza una paralela a este segmento del punto (0,1)
  La intersección de esta recta con el eje x es el punto (1/x,0).
  Arrastra x. ¿Cómo se mueve 1/x?¿Cuándo es mayor que 1?





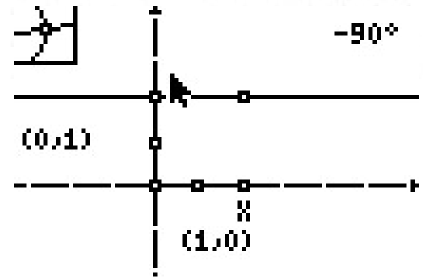
- Rotar el punto (1/x,0) alrededor del origen, un ángulo de 90º, lo que da el punto (0,1/x)
- Traslada este punto a la perpendicular por el punto (x,0).
- Esto nos da el punto (x,1/x)
- Seleccionar locus, luego el punto (x,1/x) y el punto (x,0)
- El resultado será la gráfica de la función 1/x

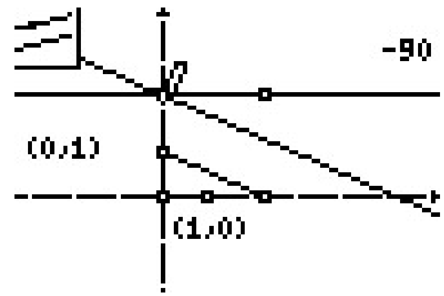


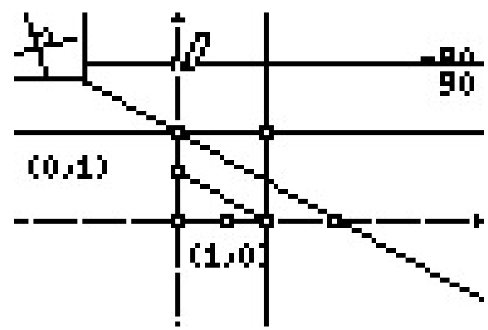


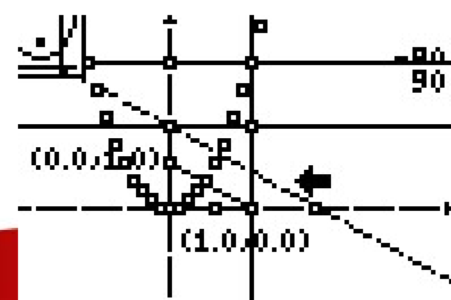
2.d) Función cuadrática

- Localiza los puntos (0,1), (1,0) y (x,0)
- Localiza el punto (x,x) y transfiere el punto al eje y creando el punto (0,x)
- Traza un segmento del punto (x,0) al (0,1). Traza la paralela al segmento por el punto (0,x). La intersección de esta recta con el eje x es el punto (x^2,0)
- Transfiere el punto (x^2,0) al punto (0,x^2) y luego al punto (x,x^2)
- Encuentra el lugar geométrico del punto (x,x^2), en relación el punto (x,0)







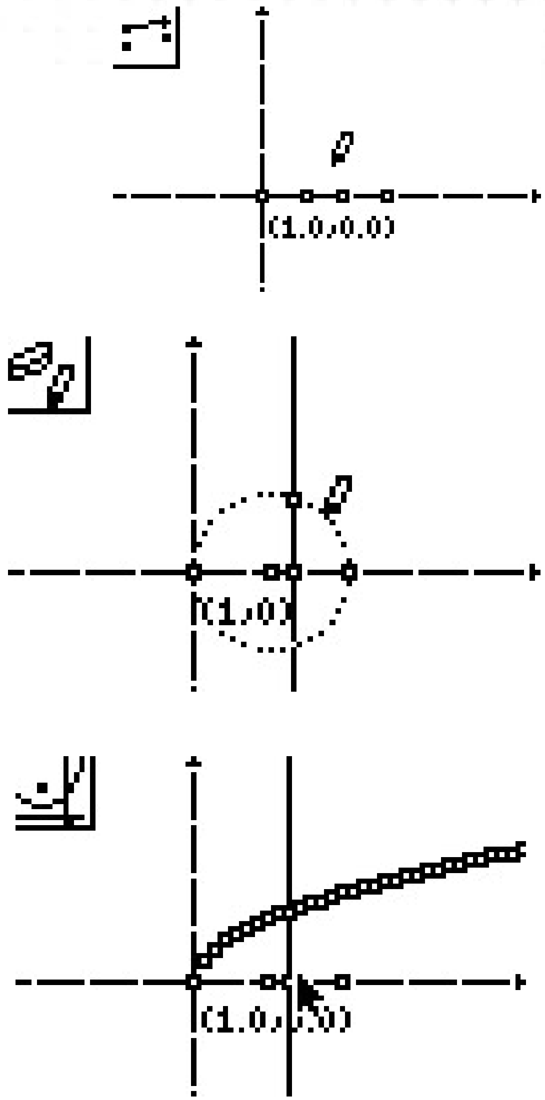


2.e) Función raíz cuadrada

- Localizar los puntos (1,0) y (x,0). Encuentra el punto (x+1,0) usando una traslación
- Encuentra el punto medio del segmento de (0,0) a (x+1,0).Usando este punto como centro traza el círculo que pasa por el punto (0,0)

  Traza la perpendicular al eje x que pase por el punto (x,0).

  El punto de intersección del círculo y la perpendicular es el punto (x, √x)
- Encuentra el lugar geométrico de estos puntos en relación a x



Es preciso tener claro que no se trata sólo de formar personas que sean capaces de usar la tecnología de hoy, sino personas que puedan llegar a diseñar la de mañana.

¡Gracias!