Universidad de Puerto Rico
Recinto de Río Piedras
Facultad de Educación

Primer Simposio Latinoamericano para la Integración de la Tecnología en el Aula de Matemáticas y Ciencias
Guadalajara, México
Jueves, 9 de julio de 2009

LA TI-NSPIRE Y LA GEOMETRIA
Triángulo Medial

Omar Hernández Rodríguez, MS, EdD

Introducción

En esta actividad se presenta una aplicación de la calculadora gráfica *T-Nspire* a la enseñanza de la geometría. Los estudiantes mediarán el área de un triángulo y el área de su triángulo medial. Mediante observaciones llegarán a la conclusión que existe una relación entre el área de un triángulo y el área de su triángulo medial. Posteriormente, escribirán los argumentos que demuestran que esta relación es cierta.

Expectativas de la NCTM sexto a octavo grado

- Entender las relaciones entre ángulos, longitud de los lados, perímetro, área y volumen de objetos congruentes y similares.
- Crear y criticar argumentos inductivos y deductivos sobre ideas y relaciones geométricas, tales como congruencia, similaridad y relaciones pitagóricas.

Estándar de contenido del DEPR

El estudiante es capaz de identificar formas geométricas, analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y describir el entorno físico.

Expectativas e indicadores del DEPR para séptimo grado

10.0 Identifica, justifica y aplica las relaciones entre los ángulos al describir figuras geométricas.

G.FG.7.10.1 Desarrolla y sostiene argumentos convincentes relacionados con relaciones entre ángulos usando modelos y dibujos con y sin ayuda de la tecnología.

G.FG.7.10.2 Identifica, establece y aplica las propiedades básicas asociadas con ángulos complementarios, suplementarios y ángulos formados por transversales que intersecan líneas paralelas.

G.FG.7.10.3 Identifica, establece y aplica las propiedades de la suma de ángulos para los triángulos y otros polígonos.

12.0 Identifica, describe y aplica las relaciones de semejanza para hallar las medidas de las partes correspondientes de figuras semejantes y aplica medidas a escala en dibujos y mapas.

G.FG.7.12.1 Define e identifica semejanzas para figuras bidimensionales, incluyendo las partes correspondientes, la razón de semejanza y las medidas de las partes correspondientes.
G.TS.7.12.2 Determina la relación proporcional entre las medidas de los lados correspondientes de figuras semejantes.
G.TS.7.12.3 Resuelve problemas de medidas indirectas y problemas de escalas que involucran contextos del mundo real usando figuras semejantes.
G.TS.7.12.4 Interpreta y resuelve situaciones usando escalas, incluyendo aquellas basadas en rectas numéricas, dibujos, modelos, mapas y gráficas.

Expectativas e indicadores del DEPR para noveno grado

5.0 Identifica figuras congruentes y justifica estas congruencias estableciendo condiciones suficientes y hallando las transformaciones que preservan la congruencia entre las figuras. Resuelve problemas que involucran la congruencia en una variedad de contextos.

G.TS.9.5.1 Analiza figuras en términos de sus simetrías por medio de los conceptos reflexión, rotación y traslación; y una combinación de éstas.
G.FG.9.5.2 Compara y contrasta la igualdad, la congruencia y la semejanza.
G.FG.9.5.3 Identifica, contrasta, diferencia y aplica las condiciones suficientes para la congruencia de triángulos (LLL, LAL, ALA, AAL, HL).
G.TR.9.5.4 Utiliza la geometría de coordenadas y las transformaciones rígidas (reflexiones, traslaciones y rotaciones) para establecer la congruencia de figuras.

7.0 Identifica figuras semejantes y justifica estas semejanzas estableciendo condiciones suficientes y hallando las transformaciones rígidas que preservan la semejanza o las dilataciones centradas en el origen entre figuras. Resuelve problemas de la vida real que involucran semejanza en varios contextos.

G.FG.9.7.1 Identifica las condiciones de semejanza LAL, LLL, AA como condiciones suficientes para establecer la semejanza de triángulos, las aplica y observa que la congruencia es un caso especial de semejanza.
G.FG.9.7.2 Utiliza la semejanza para calcular las medidas de las partes correspondientes de figuras semejantes, y aplicas la semejanza en una variedad de contextos en matemáticas y otras disciplinas.
G.MG.9.7.3 Construye una representación de una figura semejante a otra figura dada su razón de semejanza.

G.FG.9.7.4 Utiliza triángulos semejantes para demostrar que la razón de cambio asociada a cualquier par de puntos en una línea es la misma.
G.TS.9.7.5 Utiliza dilataciones centradas en el origen para describir e investigar semejanzas.

Objetivos

Descubrir y describir propiedades de figuras en el plano.

El estudiante es capaz de organizar, analizar y evaluar e integrar ideas, usando el lenguaje matemático para expresarse con precisión, coherencia y claridad en forma oral y escrita.

Conocimiento previo

Los estudiantes deben saber:

- El teorema de las paralelas y las transversales.
- Determinar si dos triángulos son semejantes y sus implicaciones en las medidas de los lados y ángulos correspondientes.
- Determinar si dos triángulos son congruentes y sus implicaciones en las medidas de los lados y ángulos correspondientes.
- Dibujar puntos medios de segmentos y medir áreas de figuras en la TI-Nspire

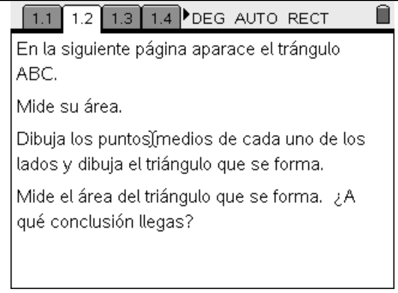
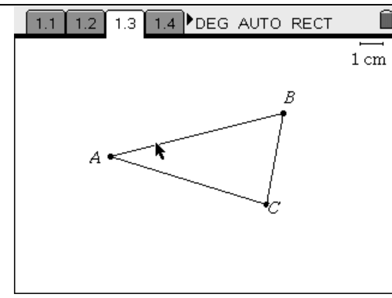
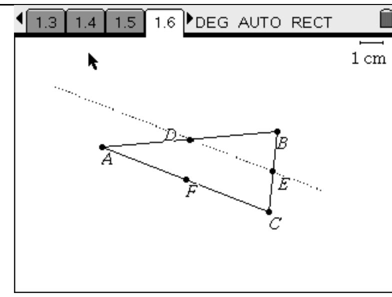
Vocabulario

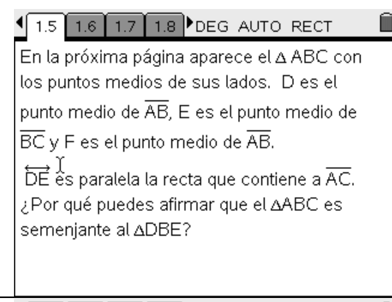
Rectas paralelas
Recta transversal
Ángulos alternos internos
Ángulos correspondientes
Triángulo medial
Triángulos semejantes
Triángulos congruentes
Ángulos correspondientes
Lados correspondientes

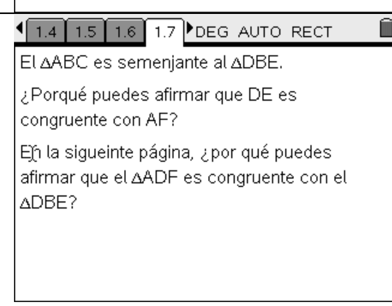
INSTRUCCIONES

Asegúrese que todos los estudiantes tengan el archivo **triangulo_medial.tns** en sus TI-Nspire y una copia impresa de la actividad. Los estudiantes deben seguir las instrucciones y contestar las preguntas. Se recomienda que trabajen en grupos de dos.

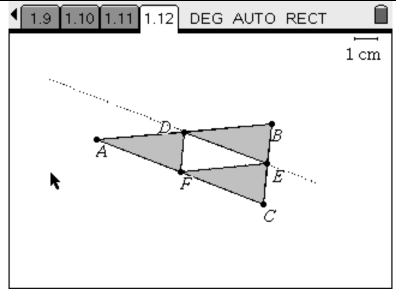
Desarrollo de la actividad

<table>
<tr>
<td>La actividad se inicia con la construcción del triángulo medial (el triángulo que se forma al unir los puntos medios de los lados de un triángulo). Los estudiantes deben medir el área del triángulo original y del triángulo medial.
Al comparar las medidas, los estudiantes deben llegar a una conclusión. Estimule a los estudiantes a que escriban la conclusión en el espacio que se provee para ello.</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Pida a los estudiantes que muevan uno de los vértices del triángulo para observar que la relación se sigue manteniendo. Explique a los estudiantes que están construyendo y midiendo el área de una gran cantidad de triángulos y sus respectivos triángulos mediales y que esto no es una demostración. Lo que se está haciendo es verificar que la conjetura es cierta. La demostración debe seguir una serie de pasos que se detallan a continuación.</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>En el triángulo ABC se construyeron los puntos medios D, E y F de los lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$ respectivamente. La recta $\overleftrightarrow{DE}$ es paralela a la recta que contiene al lado $\overline{AC}$ y el segmento $\overline{AB}$ es una transversal. El <BAF es congruente con el <BDE por ser ángulos correspondientes entre paralelas. El ángulo en B es común a los triángulos DBE y ABC. Los ángulos BED y BCA son porque los ángulos internos de los triángulos son suplementarios.
De esta forma se puede concluir que el ΔABC es semejante al ΔDBE.</td>
<td>


</td>
</tr>
<tr>
<td>Al ser semejantes los triángulos ΔABC y ΔDBE, sus lados correspondientes son proporcionales. Por tanto, $\frac{\overline{AB}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DE}} = 2$ (D es el punto medio de AB). Por tanto $\overline{AC}$ es el doble de $\overline{DE}$. Esto implica que $\overline{DE} \equiv \overline{AF}$.

La congruencia de los dos triángulos se obtiene por el teorema LAL ya que $\overline{AD} \equiv \overline{DF}$; <BAF es congruente con el <BDE y $\overline{DE} \equiv \overline{AF}$.</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

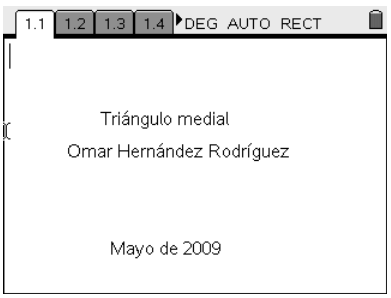
Omar Hernández Rodríguez
dr.omar.hernandez.rodriguez@gmail.com

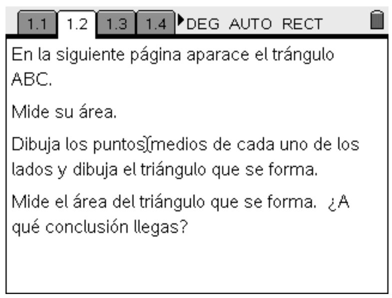
De forma similar se demuestra la congruencia de los triángulos ΔFEC y ΔDBE. Por transitividad $\Delta ADF \equiv \Delta FEC \equiv \Delta DBE$. Los estudiantes deben observar que el triángulo original está formado por cuatro partes, tres de ellas tienen la misma área por tanto la restante debe tener igual área (propiedad de la resta).	

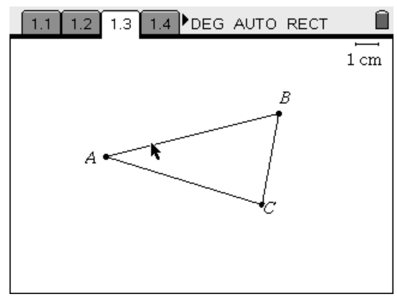
Extensiones

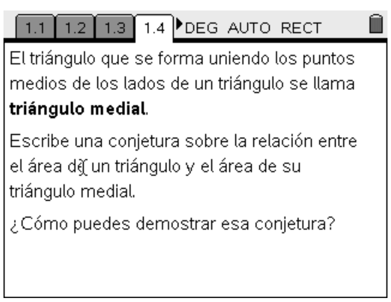
Pida a los estudiantes que investiguen la relación entre el área de un cuadrilátero y el área de su triángulo medial. La actividad se puede extender a otros polígonos.

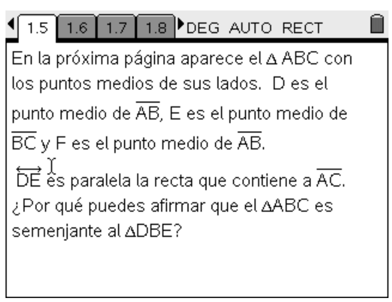
PANTALLAS

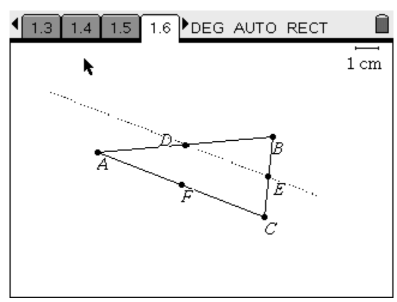


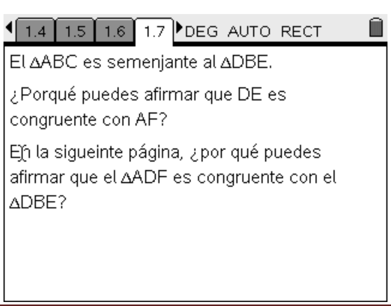


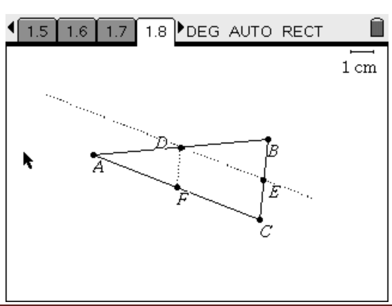


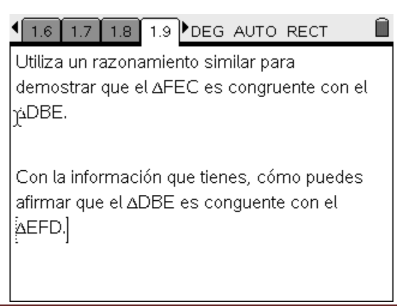




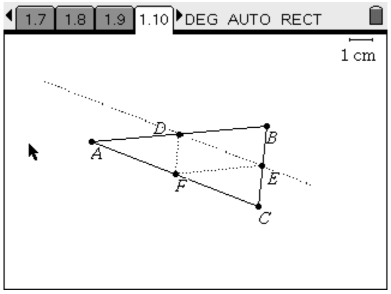


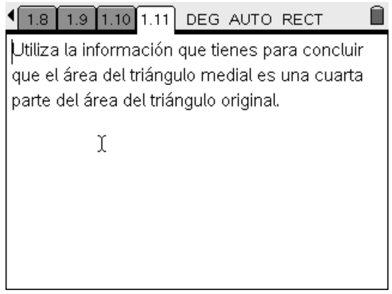


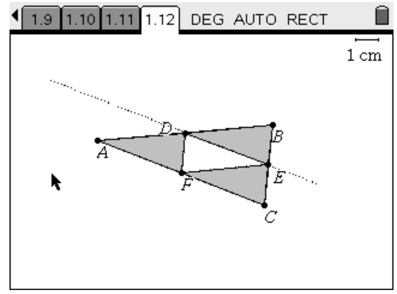




Omar Hernández Rodríguez
dr.omar.hernandez.rodriguez@gmail.com







Omar Hernández Rodríguez
dr.omar.hernandez.rodriguez@gmail.com