



Tu Pasión. Nuestra Tecnología. Éxito Estudiantil.

# Reportes de Investigación

Las Calculadoras Gráficas y el Software de Conectividad  
para Construir una Comunidad de Practicantes de Matemáticas.

---

**Ornella Robutti**

Departamento de Matemáticas, Universidad de Torino, Torino, Italia.

•

El Aula de Álgebra Conectada: Una Prueba Aleatoria de Control.

---

**Douglas T. Owens**

The Ohio State University, USA.

**Stephen J. Pape**

University of Florida, USA.

**Karen E. Irving**

The Ohio State University, USA.

**Vehbi A. Sanalan**

Erzincan University, Turkey.

**Christy Kim Boscardin**

University of California, San Francisco, USA.

**Louis Abrahamson**

Better Education Foundation.

•

Traducción:

Dra. Socorro Valero para Texas Instruments.

# Las Calculadoras Gráficas y el Software de Conectividad para Construir una Comunidad de Practicantes de Matemáticas.<sup>1</sup>

Ornella Robutti, Departamento de Matemáticas, Universidad de Torino, Torino, Italia.

ornella.robutti@unito.it Aceptado: 20 October 2009 / Published online: 19 November 2009<sub>3</sub> FIZ Karlsruhe 2009

Traducción: Dra. Socorro Valero para Texas Instruments.

**Resumen:** En el experimento de enseñanza llevado a cabo en el nivel de secundaria, observamos los procesos de los estudiantes en las actividades de modelación, donde el uso de calculadoras gráficas y el software de conectividad ofrecen un espacio común en la clase. El estudio muestra los resultados en continuidad con otros que surgieron en las ICMEs previas y algunos otros nuevos, y ofrece un análisis de la novedad del software en la introducción de nuevas formas de apoyar las comunidades de aprendizaje en la construcción de significados matemáticos. El estudio se condujo en un marco semiótico-cultural que considera la introducción y la evolución de los símbolos, tales como palabras, ademanes y la interacción con las tecnologías, para entender cómo los estudiantes construyen significados matemáticos, trabajando como una comunidad de práctica. La novedad de los resultados consiste en la presencia de dos tecnologías para los estudiantes: las calculadoras gráficas "privadas" y la pantalla "pública" del software de conectividad. Los símbolos para la construcción del conocimiento están mediados por ambas, pero la segunda lo hace en una forma social, sustentando el trabajo fuertemente en la comunidad de aprendizaje.

**Palabras Clave:**

Conectividad • Comunidad de Práctica • Multimodalidad • laboratorio de matemáticas • Humanos-con-medios • Modelación • Función • Calculadora • símbolos • Significado • Aproximación Semiótico-cultural.

## 1. Introducción

En los años recientes, disponemos de una nueva generación de tecnología para la enseñanza y el aprendizaje adicionalmente a las tecnologías ya presentes (computadoras y calculadoras). Nos referimos a la tecnología que nos permite trabajar juntos, compartir los productos de nuestras estrategias de solución de problemas, discutir sobre un tema y dar y recibir retroalimentación sobre nuestro trabajo en tiempo real: en una palabra, ser una comunidad de práctica (Wenger 1998) o, para ser más precisos, una comunidad de aprendizaje (Bielaczyc y Collins, 1999). En una comunidad de aprendizaje, la meta es avanzar en el conocimiento colectivo y en esa forma apoyar el crecimiento del conocimiento individual. La cualidad definitoria de una comunidad de aprendizaje es que existe una cultura de aprendizaje en la cual cada uno está involucrado en un esfuerzo colectivo para comprender, en tanto que la meta de una comunidad de práctica puede ser diferente de la de una comunidad educativa.

Una comunidad de estudiantes es algo más que una comunidad de práctica, porque los miembros no interactúan espontáneamente; por el contrario, son inducidos por una meta educativa. Esta comunidad tiene la meta de construir conocimiento socialmente y de compartir el proceso de construcción. Es decir, la gente involucrada en ella está activa junta (en forma sincrónica o asincrónica) y tienen objetivos comunes. Por ejemplo, podemos considerar una clase de estudiantes o de profesores como una comunidad de aprendizaje (Jaworski et al., 2007). Esta clase de comunidad puede trabajar vía aprendizaje a distancia, como lo reportado en la literatura (Borba y Zulatto, 2006; Jonassen, 2007), en la clase con interacción cara-a-cara

(Dougherty y Hobbs, 2007; Robutti et al. 2009; Hivon et al., 2008) o en un enfoque mezclado (cara-a-cara y a distancia). Las diferencias entre las aproximaciones incluyen la clase de involucramiento de los participantes, la extensión de la participación en la interacción y la cantidad de trabajo realizado sincrónica y asincrónicamente. La característica común es el uso de una nueva tecnología, la cual no es neutral en la construcción del conocimiento matemático. De hecho, esta tecnología puede cambiar no solo el trabajo de clase, sino también las relaciones entre los estudiantes y las matemáticas, entre los profesores y los estudiantes y entre los estudiantes mismos (Hivon et al. 2008). Como Borba escribe: "si se considera el proceso, creo que podemos estar en el camino de descubrir un medio cualitativamente distinto que, como la herramienta "clickear y arrastrar" de la geometría dinámica, ofrezca una nueva forma de hacer matemáticas que tenga el potencial de cambiar la matemática producida" (Borba 2005, p. 175, *el énfasis está agregado*). Borba se refiere en su artículo al uso de una plataforma para realizar un curso en línea para profesores en su país. Estos profesores interactúan a través de las utilerías de la plataforma tales como salas de chat, foros y el uso de software de geometría. La integración de lo que él llama la "vieja" tecnología de la información y la comunicación y la "nueva" (en donde considera a la plataforma, e-mail e Internet para cursos a distancia) es la diferencia entre la tecnología usual y las nuevas herramientas que fuerzan a la comunidad a trabajar juntos, con la coordinación de un profesor universitario. La interrogante del desafío para la educación matemática está en la introducción y manejo de estas utilerías, "las cuales no son solo 'simples' herramientas sino nuevos sistemas de trabajo" (Hivon et al. 2008, *énfasis*

1. Traducción del original "Graphic Calculators and Connectivity Software To Be a Community of Mathematics Practitioners."

agregado). Así que, mi interés se encuentra en la exploración de formas en las cuales software de conectividad tales como el TI-Navigator resulta novedoso, con respecto a la tecnología usual que se ha utilizado en la clase hasta ahora, tal como computadora o calculadora. De hecho, aún y si las calculadoras conectadas para un despliegue público en el aula (gracias al TI-Navigator), son diferentes de una plataforma, e-mail o Internet, su uso es similar a algunos cursos basados en la Web. En ambos casos, la conectividad entre estudiantes y con el profesor, trabajando juntos, compartiendo resultados y observando los procesos de los otros es posible.

La hipótesis presentada en este estudio es que este software de conectividad es nuevo en comparación a las calculadoras, en la misma forma en que las redes sociales son nuevas en comparación a los sitios Web estáticos. Esto se debe a que soporta la activación de una comunidad de aprendizaje en una clase, donde la participación, la compartición y la interacción de todos los estudiantes forman la base de sus actividades. La nueva herramienta consiste de un conjunto hecho de lo siguiente: calculadoras graficadoras para los estudiantes, la computadora del profesor con software de

conectividad instalado y una conexión entre las calculadoras de los estudiantes y la computadora del profesor, a través de concentradores conectados a ellos. Los concentradores y el software realizan la conexión entre las calculadoras y la computadora del maestro. La posibilidad de compartir el trabajo hecho en las calculadoras en el aula proporciona un nuevo recurso para construir conocimiento matemático por una comunidad de estudiantes.

Una segunda hipótesis de investigación es que el software no solo es una novedad desde el punto de vista tecnológico, sino también desde la perspectiva cognitiva. De hecho, los procesos de los estudiantes son diferentes de aquellos presentes en una clase usual donde se trabaja solo con calculadoras o computadoras, porque existe la posibilidad de compartir y discutir los resultados en tiempo real. Esta tecnología proporciona una oportunidad para que los estudiantes hagan matemática juntos y que vean el trabajo de otros, mientras desarrollan su propia actividad. Esta interacción plural entre los estudiantes, sustentada por esta tecnología constituye la diferencia principal en comparación con la sola calculadora, usada individualmente o en pequeños grupos.

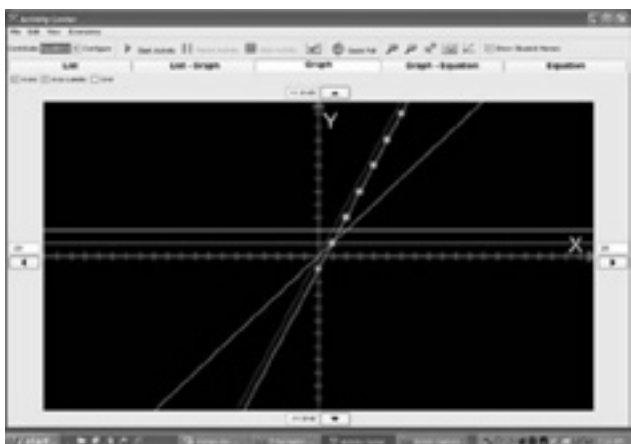


Fig. 1 Centro de Actividades

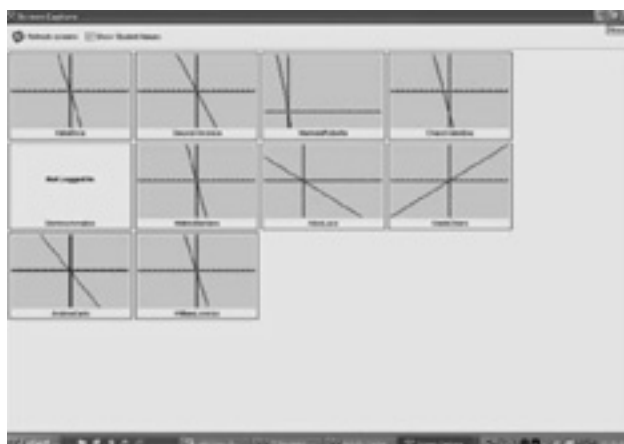


Fig. 2 Captura de Pantalla

## 2. Experimento de Enseñanza y Metodología

El grupo de investigación al que pertenezco tiene dos profesoras investigadoras (*Silvia Ghirardi y Maria Luisa Manassero*), una estudiante de maestría (*María Teresa Ravera*) y yo misma. Condujimos dos experimentos de enseñanza a nivel secundaria (dos clases de décimo grado), uno de los cuales es descrito en este estudio. Los estudiantes resolvieron actividades de modelación, trabajando en grupos pequeños con calculadoras graficadoras TI-84 (Texas Instruments) y el software de conectividad TI-Navigator (Texas Instruments).

En el TI-Navigator, la pantalla pública consiste de un plano cartesiano común (llamado Centro de Actividades), al cual cada estudiante y el profesor puede hacer su contribución personal, insertando objetos matemáticos como puntos, líneas, etc. (Fig. 1) de sus calculadoras, gracias a la conectividad. Otro ambiente es la Captura de Pantalla (Fig.

2), a través de la cual todas las pantallas de los estudiantes son capturadas simultáneamente y se hacen visibles en la pantalla del profesor. Ambos ambientes pueden ser proyectados sobre la gran pantalla si la computadora del profesor está conectada al video proyector. En este estudio, muestro los protocolos referentes al primero de estos ambientes (Fig. 1). El uso de estos dos ambientes se hizo en función de las actividades.

Este software es substancialmente diferente al de los equipos estándar, los cuales están diseñados para computadoras o calculadoras y es usado por grupos (o individuos), quienes siguen las pantallas de sus calculadoras sin información sobre lo que sucede con los demás en los demás equipos. Con el equipo usual, si el maestro quiere información sobre los procesos realizados por los estudiantes tiene que

pasar de un grupo a otro, discutiendo con cada uno de ellos sin involucrar a los demás grupos. Si los estudiantes quieren compartir sus resultados con el resto de la clase, tiene que describirlos en una discusión de clase. Con el Navigator, cada grupo puede seguir su trabajo y también simultáneamente puede trabajar con los otros grupos con solo ver la gran pantalla. De esta forma, el trabajo y la discusión grupal se integran más. El profesor mismo puede entonces permanecer en una posición central, siguiendo cada trabajo en la pantalla grande, discutiendo con cada grupo o guiando la discusión de la clase en donde cada uno participa, porque la información es compartida por todos los estudiantes.

La metodología de los experimentos de enseñanza sigue el enfoque de un laboratorio de matemáticas, desarrollado en la comunidad de educación matemática italiana y presentado en el ICME10 de varias formas: grupo de discusión (Chapman y Robutti 2008), CD-ROM, presentaciones y un folleto sobre la investigación en educación matemática italiana. Un laboratorio de matemáticas es una metodología basada en varias actividades estructuradas, y dirigida hacia la construcción de significados de objetos matemáticos.

Una actividad de laboratorio de matemáticas involucra gente, estructuras, ideas, así como también un taller de Renacimiento, en el cual los estudiantes aprenden haciendo, viendo, imitando y comunicándose con otros, es decir practicando. En las actividades, la construcción del conocimiento está estrictamente delimitada, por una parte, al uso de herramientas, y por el otro, a las interacciones entre la gente trabajando en conjunto.

Los estudiantes trabajan conjuntamente en pequeños grupos (de dos o máximo tres miembros); cada grupo usa una calculadora graficadora conectada a un concentrador de red, el cual las comunica a la computadora del profesor en forma inalámbrica. El hecho de dar una calculadora por grupo y no por estudiante se tomó para promover el trabajo colaborativo entre los alumnos.

Cada grupo tiene que completar una hoja de trabajo, que contiene preguntas sobre la Actividad que se está resolviendo. Cada actividad se lleva a cabo en una clase equipada con la siguiente tecnología: una computadora conectada a un proyector dirigido a una gran pantalla, las calculadoras y los concentradores. El software de conectividad sustenta el intercambio de datos entre el profesor y los grupos.

Las actividades son seguidas por discusiones colectivas conducidas por el profesor, con la modalidad de discusión matemática (Bartolini, Bussi, 1996). La combinación entre actividades grupales y discusiones entre la clase completa se hizo para compartir los resultados inmediatamente (en la misma aula, en la misma unidad de la lección) entre la comunidad de estudiantes.

El rol del profesor es coordinar la actividad para dirigir la construcción desde significados subjetivos hacia

significados culturalmente objetivos sin dar respuestas, pero permitiendo a los estudiantes sentirse libres de discutir, comparar, conjeturar, imaginar y conectar varias ideas y conceptos. Un estudiante universitario de maestría está presente en la clase para grabar todas las actividades con una cámara de video. Un investigador (el autor) está presente durante la actividad y ayuda al profesor en la observación de los grupos o en la guía de la discusión.

La profesora y la investigadora planearon las actividades juntas y las introdujeron al currículum de la clase por un año. En el salón de clases, trabajaron sinérgicamente juntas, sin darles a los estudiantes las respuestas correctas, pero planteando preguntas para ayudarles en caso de dificultades, elaborando argumentos, invitando a la observación de todos los elementos del problema, sustentando conjeturas y considerando errores como oportunidades de aprendizaje. Es decir, su rol es el de ayudar y apoyar a los estudiantes, no juzgarlos o castigarlos. De esta forma, todos los estudiantes pudieron participar en la tarea, resolviendo problemas y construyendo significados de los objetos matemáticos, considerándose a sí mismos como parte de una comunidad de práctica.

El tópico desarrollado en el experimento de enseñanza estuvo relacionado a las tan nombradas matemáticas del cambio (Kaput y Roschelle, 1998), con el objeto de desarrollar competencias relacionadas al sentido numérico (Sowder, 1992), el sentido gráfico (Robutti, 2006) y el sentido simbólico (Arcavi, 1994) en un enfoque integrado, como en otros estudios que he conducido en varios niveles escolares (Robutti 2007; Robutti, 2009). En el décimo grado, un componente de la currícula es: funciones de primero y segundo grado, con sus representaciones. Como raíces cognitivas (Tall, 1989) para la descripción de una función, elegimos el concepto cualitativo de invariancia y el concepto cuantitativo de pendiente (como razón de incrementos) y su variación. Relacionados a estas raíces, también usamos otros conceptos tales como: dominio, signo, intersección, cero, paralelismo, etc. Las actividades están centradas en las familias de funciones, principalmente lineales, cuadráticas y exponenciales, y la construcción de significados se inicia en problemas de modelación.

PLAN DE ACTIVIDADES		
Actividad 0	Introducción al uso de calculadoras graficadoras en interacción con el Centro de Actividades	2 horas
Actividad 1 Actividad 2	Funciones lineales: línea recta	2 horas 4 horas
Actividad 3	Función cuadrática: parábola	2 horas
Actividad 4	Solución de problemas sobre funciones lineales, cuadráticas y exponenciales.	2 horas

La tabla muestra el plan de actividades en el experimento en la clase de Silvia Ghirardi.

Existen dos elementos claves de este experimento de enseñanza: la integración de tecnologías diferentes,

manejadas por los estudiantes y el profesor, y la construcción colectiva de significados y soluciones. Las diferentes herramientas usadas son: papel y lápiz, calculadoras con varios ambientes (gráficas, tablas numéricas y cálculos) y el software con Captura de Pantalla y el Centro de Actividades. Durante la discusión, otra herramienta es el catalizador de la atención y el mediador de la construcción colectiva de significados: la pantalla grande. La pantalla grande contiene el trabajo hecho por todos los grupos y es la base de la comparación entre las soluciones, la invariancia de los métodos y resultados o la visibilidad de los errores. También proporciona al profesor la posibilidad de guiar la discusión, en referencia a las particularidades de las soluciones proyectadas con ademanes, palabras u otros símbolos, y

también aumenta la actividad semiótica en la clase. Con la producción del grupo a su disposición, el profesor y los estudiantes se pueden referir no solo a los productos, sino también a los procesos de solución y construcción de significados, enfocando su atención sobre lo que se proyecta en la pantalla sin tener que describirlo sobre un pizarrón.

Los datos del experimento de enseñanza son: materiales escritos (hojas electrónicas), las pantallas de las calculadoras, la pantalla de la computadora del profesor, y los videos. Estos datos son analizados en términos de los recursos semióticos de los estudiantes (lenguaje, símbolos, ademanes, acciones sobre artefactos), su presentación y su evolución.

### 3. Las Calculadoras en la Educación Matemática

De acuerdo a los temas principales del Simposio de la ICMI 2008 de Roma, podemos decir que cada herramienta introducida en el aula influye en los estudiantes, en tanto que construye significados matemáticos, y media esta construcción a un nivel cognitivo. Esto está confirmado por una variedad de estudios (e.g., Bartolini Bussi y Mariotti 2008; Borba y Villarreal 2005; Noss et al. 1997). Tradicionalmente, desde los bloques de Dienes a las primeras calculadoras, desde los lenguajes de programación de la ciencia computacional (Logo, Pascal o Fortran) al software de Matemáticas tal como el CAS, de las hojas de cálculo a los micromundos, el uso de la tecnología en matemáticas ha sido mayormente para individuos o ha estado reservado para grupos pequeños (dos-tres estudiantes por grupo) (e.g., Ferrara et al. 2005; Laborde et al. 2006). Desde luego, no significa que la actividad no se pueda discutir en la clase en una forma colectiva, conducida por el profesor, pero ese trabajo individual no es visible para todos. En algunos casos “el uso personal o privado de la herramienta de hecho sirvió para romper la comunicación grupal” (Leung 2008, p. 228). La principal diferencia entre este uso de la tecnología y el descrito en el estudio es la accesibilidad de la nueva tecnología, la cual “actúa” en una nueva forma, debido a que la nueva interface permite el despliegue público del trabajo de los estudiantes y la conectividad entre ellos.

El uso de calculadoras para hacer matemáticas es reciente: en los últimos 10–15 años, cantidad de experimentos se han realizado para investigar el impacto de estas herramientas sobre el aprendizaje de las matemáticas con diferentes metodologías, principalmente en el nivel de secundaria. En las ICMEs previas, ha habido varios estudios, desde diferentes perspectivas, sobre computadoras y calculadoras y su impacto sobre el aprendizaje de las matemáticas. En ellos se describió la clase de herramienta usada, la mediación posible en la construcción de significados, la metodología inducida por las herramientas y el uso de marcos teóricos relevantes para analizar el rol de la tecnología en la enseñanza y el aprendizaje. Por ejemplo, Lagrange, en ICME8, reporta sobre experimentos de enseñanza hechos en Francia para observar la mediación diferente del CAS en actividades de álgebra, comparando el trabajo hecho por una clase

en computadoras en un laboratorio y en calculadoras en el salón de clases. Sus resultados muestran que (Lagrange 1997):

- Las sesiones de computadora son menos frecuentes, porque el aula de laboratorio es compartida por varias clases. Entonces, las sesiones de laboratorio de computadoras tienen que alternarse con sesiones en el aula, y llevarse a cabo con herramientas y metodología tradicional. En contraste usando calculadoras, los estudiantes pueden decidir en cualquier momento usar el sistema algebraico en computadora durante cada sesión de álgebra en el salón de clases.
- En un laboratorio de computadoras, es difícil enfocar la atención de los estudiantes sobre la actividad global de la clase, en tanto que en el aula los estudiantes pueden participar en una discusión de clase y poner atención al trabajo que se hace en el pizarrón aún y cuando ellos trabajan con dispositivos portables. “Muy a menudo, la discusión comenzaba en la pantalla del dispositivo del alumno, cuando él comparaba su pantalla con la pantalla del profesor proyectada en la pared, y los otros estudiantes participaban activamente” (Lagrange 1997, p. 116–117).
- “Las sesiones en un cuarto de computadoras fueron periodos muy prolongados en silencio de solución autónoma de problemas. El profesor difícilmente podría controlar el avance de la investigación en cada equipo.

Por ello, el trabajo de los estudiantes a menudo no tenía la significancia que el profesor esperaba. También, los estudiantes raramente podían clarificar esta significancia. Entonces, se volvían muy necesarias discusiones colectivas sobre este trabajo, en la siguiente sesión para darles significado matemático a los hallazgos de los estudiantes. Con la TI-92, los pasos en la investigación fueron mucho más cortos, y la atención de los estudiantes estuvo dirigida constantemente al avance colectivo de la tarea. Entonces, los estudiantes algunas veces no pudieron dar suficiente aplicación y reflexión a esta investigación, porque estaban presionados por avanzar” (Lagrange 1997, p. 117). En esta situación, el profesor puede fácilmente seguir, redirigir y

guiar el trabajo hecho por los estudiantes, más que en una sesión con computadoras.

Otro tema que ha surgido en las ICMEs ha sido el uso de computadoras o calculadoras para ver hacia los fenómenos reales y su modelación a través de gráficas, realizando experimentos de movimiento con sensores y calculadoras y la investigación sobre gráficas, haciendo predicciones y revisando conjeturas, describiendo las formas y relacionando gráficas y tablas numéricas de cantidades físicas, usando calculadoras graficadoras para investigar familias de funciones y describir el cambio de las gráficas relacionadas al cambio en los parámetros de la ecuación. Las características comunes de estos experimentos de enseñanza son que los estudiantes trabajan en grupos pequeños, observando experimentos en video o haciéndolos ellos mismos, colectando datos e infiriendo sobre modelos de movimiento, o resolviendo problemas planteados por el profesor o por ellos mismos en ciertos casos. Por ejemplo, *Hudson (1997)* se refiere al "excepcional poder del medio para sustentar y sostener el aprendizaje colaborativo. El hecho de que grupos de 14-años consistentemente interactuaran entre ellos y el sistema por treinta minutos a la vez para bosquejar, reflexionar y discutir gráficas de movimiento, en condiciones prácticamente de cero supervisión, casi llegó a tomarse por descontado en las pruebas en el aula" (*Hudson 1997, p. 109*). Su evidencia es consistente con otros resultados, reportados por *Teasley y Roschelle (1993)*, a saber el hecho de que en circunstancias ordinarias, uno no puede imaginar a dos chicos de 15 años sentados por 45 min para construir una rica comprensión compartida de la velocidad y la aceleración. El autor muestra con ejemplos de protocolos la importancia de la retroalimentación (positiva o negativa) y el alto nivel de interacción existente en grupos de estudiantes, no solo con palabras y acciones en la computadora, sino también de ademanes apuntando partes de la pantalla o para mostrar formas e ideas (*Hudson 1997*).

Otros autores se refieren al uso de calculadoras graficadoras para la exploración y la solución de problemas en el tema de las funciones. Por ejemplo, *Borba (1997)* en la ICME8 discutió las posibilidades de las calculadoras graficadoras para mejorar la discusión matemática en el aula, reorganizando la forma en que el conocimiento se produce. En el experimento de enseñanza, los estudiantes usan las calculadoras para resolver problemas de investigación (por ejemplo, el rol de los parámetros en la ecuación de la parábola) y después discuten juntos, coordinados por el profesor. Primero, los estudiantes usan sus calculadoras para explorar un problema abierto en grupos pequeños, después discuten intensamente sus hallazgos, usando ademanes y lenguaje, y proyectan la pantalla de su calculadora a través de un proyector de datos para mostrar su trabajo y sus resultados. El autor muestra en su estudio que las calculadoras apoyan una intensificación de la discusión en el salón de clases: "En un sentido las calculadoras representaron una nueva 'autoridad' en la clase, además del profesor, a medida que los estudiantes encontraron un apoyo importante a sus posiciones en los resultados gráficos de sus experimentaciones" (*Borba 1997, p. 59*).

Ellos siguen diferentes rutas de investigación y facilitan más las investigaciones independientes y la generación de conjeturas, contribuyendo a un cierto sentido de pertenencia que puede también explicar parcialmente la intensidad de las discusiones. Como también se sugirió en otros estudios (*Sutherland 1993*), los estudiantes se sienten más confortables cuando pueden desarrollar sus investigaciones sin la presión emocional de los maestros.

Otros autores se refieren al uso de las calculadoras graficadoras para situaciones de modelación de movimiento o de otros fenómenos que involucran cantidades físicas (ejemplo, presión, aceleración, temperatura). Estos experimentos tienen lugar en un laboratorio en el aula o afuera, por ejemplo en un parque de diversiones, midiendo la presión atmosférica de una llanta grande (*Arzarello et al. 2007*). Aquí, el laboratorio de matemáticas se intenta que sea un "salón sin paredes", en el sentido de que la metodología es lo que hace la diferencia y no es importante dónde tiene lugar el experimento. Sin embargo, lo que es importante son las actividades percepto-motoras, aprendiendo haciendo e interactuando, observando y colectando datos, y después interpretándolos en tablas o gráficas. Los experimentos son generalmente conducidos con estudiantes divididos en grupos pequeños; ellos experimentan un fenómeno y modelan las relaciones entre las cantidades involucradas, usando varias clases de dispositivos. El análisis de los procesos cognitivos de los estudiantes se hace con perspectivas post-Vygotskianas, y con elementos teóricos tales como la corporización, el análisis de los ademanes y rol de la imaginación. Un aspecto importante es que el cuerpo, el lenguaje y los instrumentos median y sustentan la transición de los estudiantes de los hechos perceptuales a las representaciones simbólicas, lo cual también se sostiene por la producción de metáforas durante la actividad (*Arzarello et al. 2007*).

Los marcos teóricos usados por los investigadores en las décadas pasadas han proporcionado una base para la investigación directamente hasta la actualidad. Algunos de ellos ayudan en el análisis de gestos y otros signos, en una perspectiva cultural-semiótica (ejemplo, *Arzarello et al. 2009; Edwards 2009; Radford 2009*), en tanto que otros analizan el doble proceso de la instrumentación y la instrumentalización, Siguiendo el enfoque instrumental introducido por Rabardel (*ejemplo, Trouche y Hivon 2009*).

Los estudios descritos arriba demuestran que:

- El uso de los dispositivos tecnológicos, tales como las calculadoras, se han hecho para estudiantes individuales o para pequeños grupos;
- El uso de discusiones entre estudiantes, coordinados por el profesor se ha considerado esencial para compartir los procesos de solución y los resultados;
- Algunas veces los dispositivos portables son más útiles que las computadoras, ya que son accesibles siempre, no solo durante horas particulares de la semana;

- Los ambientes varios proporcionados por las calculadoras son catalizadores de la atención de los estudiantes, por muchas razones;
- El rol de la retroalimentación es esencial (puede reforzar una idea o ayudar en la comprensión de un error), ya que ofrece razones para el trabajo realizado, sin requerir de la intervención del profesor.

En la siguiente sección, se presentan algunos enfoques teóricos en forma integrada, para usar sus características en el análisis de la perspectiva de este estudio: primero que todo, el marco de humanos-con-medios y después la multimodalidad de la producción. Son descritos y usados en la perspectiva de la interacción social en una comunidad de práctica, donde la tecnología es considerada parte de ella y todos los modos de comunicación se toman en consideración para el análisis semiótico de la producción de los estudiantes.

## 4. Integrando las Perspectivas Teóricas

Tener una comunidad de práctica en un salón de clases, con estudiantes trabajando juntos, es posible por el apoyo del maestro y la metodología. La investigación en educación matemática proporciona ejemplos en este sentido, particularmente orientados a la tan nombrada comunidad de aprendizaje, es decir grupos de estudiantes (o profesores), orientados sobre una tarea común en la cual están comprometidos y tienen la posibilidad de aprender (*Jaworski et al. 2007*). De hecho, las comunidades de práctica están formadas por gente que se compromete en un proceso colectivo de aprendizaje en un dominio compartido de esfuerzo humano: comparten una preocupación o una pasión por algo que hacen y aprenden cómo hacerlo mejor a medida que interactúan con regularidad. Así que, una comunidad de práctica no solo es un club de amigos o una red de conexiones entre personas, sino que tiene una identidad definida por un dominio de interés compartido. En la búsqueda de su interés en su dominio, los miembros se comprometen en actividades y discusiones conjuntas, se ayudan unos a otros y comparten información. Construyen relaciones que les permiten aprender unos de otros. Un sitio Web no es una comunidad de práctica, porque no implica interacciones. En efecto, los miembros de una comunidad de práctica son practicantes, quienes interactúan desarrollando un repertorio compartido de recursos: experiencias, historias, herramientas y formas de abordar problemas recurrentes (*Wenger 1998*).

Las calculadoras combinadas con el software Navigator son un soporte para crear una comunidad de práctica en el aula. Algunos grupos de investigación han experimentado el uso de este software, produciendo hallazgos que enfatizan el rol de un profesor en la orquestación de más instrumentos en la clase (*Hivon et al. 2008*), reconociendo un fuerte involucramiento del maestro en el gobierno de la complejidad y una ventaja segura para los estudiantes en el trabajo colaborativo, apoyado por el software y por la metodología de la discusión (*Robutti et al. 2009*). En particular, el rol de la pantalla pública es reconocido como un catalizador de la atención por estudiantes y profesores, no solo como pizarrón (que se ve como un “intermediario inerte entre el orador y el asesoramiento”, de acuerdo a *Legrand (1993)*), sino en realidad como un espacio dinámico, no inerte, de intercambio mutuo de flujo de información, en la clase.

Presentaré dos aproximaciones para describir la interacción en el aula: humanos-con-medios y la multimodalidad de la producción. Humanos-con-medios es un marco teórico que toma en cuenta a los sujetos y a las herramientas involucradas en la actividad matemática (*Borba y Villarreal 2005*). Se basa en dos ideas: primera, la construcción del conocimiento se hace de forma social con los sujetos trabajando juntos; segunda, los medios involucrados son parte de esta construcción, porque colaboran en la reorganización del pensamiento, con un rol diferente al asumido por el lenguaje escrito u oral. Este punto de vista se enfoca en la comunidad de estudiantes (grupos pequeños, así como la clase completa o grupos más grandes), conjuntamente con las herramientas y los resultados de la dicotomía tradicional entre humanos y tecnología. Sugiere que el aprendizaje es un proceso de interacción entre humanos como grupo, incluyendo herramientas, las cuales son vistas como “actores” en el pensamiento colectivo, en el sentido de que son portadores de una herencia histórico-cultural y median la construcción del conocimiento. Por ello, los medios interactúan con los humanos, en el doble sentido que las tecnologías transforman y modifican el razonamiento humano, así como los humanos de acuerdo a sus propósitos transforman continuamente a las tecnologías.

Estudios en neurociencia nos dicen que el sistema sensorio-motor del cerebro es multimodal y no modular (*Gallese y Lakoff 2005*): “una acción como agarrar algo... (1) neuralmente es desarrollada usando substratos neurales usados para la acción y para la percepción, y (2) las modalidades de la acción y la percepción están integradas al nivel del sistema sensorio-motor en sí mismo y no vía áreas de asociación superior.” (*Gallese y Lakoff, p. 459*). “En forma concordante, el lenguaje es inherentemente multimodal en este sentido, esto es, usa muchas modalidades juntas ligadas—la vista, el oído, el tacto, acciones motrices, y así sucesivamente.

El lenguaje explota el carácter multimodal pre-existente del sistema sensorio-motor.” (*Gallese y Lakoff, p. 456*). Si el sistema sensorio-motor del cerebro humano es multimodal, también la actividad humana es multimodal, y podemos analizar todas las modalidades para comprender los procesos cognitivos (*Arzarello y Edwards 2005*). Durante las actividades matemáticas con medios, los estudiantes

producen una variedad de símbolos como palabras, ademanes y acciones sobre las herramientas, interacciones y símbolos escritos y orales de cualquier naturaleza.

Estas dos aproximaciones son la base para el análisis de los procesos de construcción del conocimiento a través del marco semiótico-cultural, como se desarrolló en mi grupo de investigación (Arzarello et al. 2009). La experiencia de aprendizaje conjunto (aprendiendo a estar en matemáticas con otros, como lo escribió Radford (2006)) con el uso de una herramienta tecnológica puede describirse por un marco teórico, el cual toma la producción multimodal de los estudiantes en cuenta, así como también al profesor y la tecnología misma. En este enfoque, aprender matemáticas es un asunto de estar en las matemáticas (Radford 2006), viviendo en un aula como una comunidad (Jaworski et al. 2007), trabajando juntos y compartiendo las actividades y los resultados.

En este estudio analizo la actividad cognitiva de los estudiantes, describiendo los signos involucrados: ademanes, palabras, miradas, acciones sobre el papel, en el aire, sobre los artefactos, las interacciones con el profesor, y cualquier símbolo que ellos usen en su actividad (Arzarello et al. 2009). Al hacer esto, hago uso de todo lo semiótico como un modelo, el cual toma en cuenta la multimodalidad de los signos de los estudiantes y el profesor durante la actividad (Arzarello 2006). La producción semiótica de un grupo de sujetos no puede considerarse como una yuxtaposición de símbolos, sino como una estructura sistémica para describir la actividad del grupo, en términos de los símbolos usados y sus relaciones. Esta estructura es dinámica y muestra la evolución de la actividad de los sujetos en el tiempo, mostrando la variedad de símbolos involucrados, sus relaciones y su transformación. Las relaciones se refieren a los símbolos producidos en diferentes momentos: por ejemplo, un ademán hecho por un sujeto puede influenciar el ademán hecho por otro sujeto, un símbolo es transformado en otro símbolo (piense en un ademán convertido a un símbolo escrito sobre papel) por el mismo sujeto, o dos ademanes se hacen simultáneamente por los mismos sujetos o por diferentes. Esta descripción pasa a través de elementos dinámicos de la evolución en el tiempo de los símbolos usados (descripción de una película), conjuntamente con la interacción compleja en ciertos instantes (descripciones como de una fotografía), dando la razón de los aspectos multimodales de los procesos de aprendizaje (Arzarello 2006). Algunos de estos símbolos son particularmente significativos, porque introducen nuevos elementos (no presentes previamente) para la construcción

del significado: en este sentido, son considerados como medios semióticos de objetivación (Radford 2006).

Con los símbolos, también incluimos los de la tecnología, considerando no solo la comunidad de estudiantes y el profesor, sino también los medios (Borba y Villarreal 2005). Usando lo semiótico, también describimos la multimodalidad en un instante de la actividad (en una forma estática, como una fotografía), o la evolución en el tiempo de los símbolos y sus relaciones mutuas (en una forma dinámica, como en una película). Dentro de esta aproximación, es interesante describir cuándo y cómo los estudiantes, durante una actividad grupal, hacen algo visible, que no era visible antes, es decir, cómo introducen una nueva pieza de significado en la construcción del conocimiento.

Sabemos que los procesos de los estudiantes evolucionan individual y colectivamente, pero estamos particularmente interesados en aquellos que evolucionan colectivamente. Con esto en mente, algunas preguntas de investigación son las siguientes:

- ¿Cuáles son las formas sociales de producir conocimiento en este experimento de enseñanza?
- ¿Cuáles son las características de la tecnología, que influyen y sustentan la producción colectiva del conocimiento?
- ¿Cuáles son los usos que hace el profesor de la tecnología que apoyan la producción colectiva?
- ¿Existe algún "valor agregado" para los procesos de enseñanza/aprendizaje, debido a los nuevos dispositivos tecnológicos (software de conectividad y calculadoras), con respecto al equipo tecnológico tradicional)?
- ¿Cómo cambian los ritmos con respecto a una actividad más tradicional?

Considerando que el software no es solo una novedad tecnológica, sino también una novedad cognitiva, en el sentido de que tiene un impacto más profundo en las producciones cognitivas de los estudiantes, analizaré los elementos de esta novedad. De hecho, estos elementos pueden influenciar no solo la investigación en educación matemática, sino también los métodos de enseñanza y las formas de aprendizaje. Por ello, es posible descubrir nuevas y diferentes características en el uso de las calculadoras combinadas con el software de conectividad: en relación a la comunicación, la compartición, el trabajo conjunto, la producción de símbolos, las prácticas en una comunidad y los ritmos de trabajo.

## 5. Actividades y Discusión

La actividad presentada aquí es una de las primeras del experimento de enseñanza, después de una introducción al software y algunos ejercicios con los ambientes de la calculadora. Los estudiantes tienen que encontrar varios términos de esta secuencia como coordenadas de puntos y

enviarlos a la pantalla pública, donde se representan todos juntos (Fig. 3).

Considera el punto  $P_0$  (0, -1). Encuentra las coordenadas de  $P_1$ , agregándole 1 a la abscisa de  $P_0$ , y 2 a su ordenada.

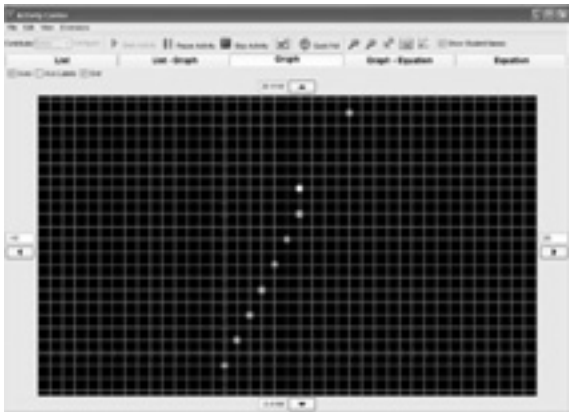


Fig. 3 The activity center

Representa el punto sobre el plano cartesiano. Encuentra P2 sumando 1 a la abscisa de P1, 2 a su ordenada y representa P2. Ahora encuentra P3, P4 y así sucesivamente. Escribe la secuencia de los puntos P0, ..., P6. ¿Cómo pasas de un punto al subsecuente? ¿Cuál es la coordenada de P10? Explica cómo determinar P100 y cuál es la regla.

La meta de la actividad es modelar (linealmente) la situación, expresada no solo en forma recursiva ( $x_n = x_{n-1} + 1$ ,  $y_n = y_{n-1} + 2$ ; con  $x_0 = 0$ ,  $y_0 = -1$ ), donde cada elemento de la secuencia se escribe como una función del elemento previo, sino también con una fórmula ( $x_n = n$ ,  $y_n = 2n - 1$ ), donde cada elemento de la secuencia esté determinado como función de su posición en la secuencia. Las expresiones simbólicas, así como el significado de la relación entre las abscisas y las ordenadas de los puntos en la secuencia, son importantes.

Los estudiantes, divididos en pequeños grupos (de dos o tres), realizaron la actividad con una calculadora gráfica conectada a la pantalla pública y en una hoja de papel. Al final del trabajo grupal, tuvo lugar una discusión. Primero, la discusión tiene el propósito de escribir la fórmula (esta es la última pregunta en la hoja de papel), después de escribir el modelo desde un punto de vista gráfico. En la sesión grupal, no se presenta nada particularmente nuevo en la construcción del aprendizaje presentado respecto a otras experiencias descritas en #3. Durante la discusión de clase, los estudiantes y el profesor se refieren al Centro de Actividad (Fig. 3, proyectado en la pantalla grande) al cual cada grupo había enviado previamente sus resultados (las coordenadas del punto de la secuencia).

El Centro de Actividad es el catalizador de las miradas, los ademanes y las palabras de los estudiantes durante la discusión, y apoya al maestro en la mediación de la construcción de significado. El maestro comienza la discusión con la atención en los objetos sobre el plano cartesiano (Fig. 3). En lo que sigue, Pr significa profesor, Es un grupo de estudiantes contestando juntos, y otros nombres denotan nombres particulares.

1. Pr: ¿Qué observan en los puntos que encontraron?
2. Ca: Están en una línea recta (Fig. 3).
3. Pr: Sí, están en una línea recta. Excepto ese, que parece estar fuera de su lugar. ¿Porqué está fuera de lugar?
4. Ma: Calculamos incorrectamente.
5. Pr: Calculaste incorrectamente. ¿Qué coordenadas tiene ese punto? ¿Parece estar fuera de lugar?
6. Ma: (6,13).
7. Pr: ¿Porqué no está bien?
8. Ma: Porque yo sumé... tenía que poner (6,14), después resultó estar más en esta dirección. [con un ademán muestra la dirección, que esta equivocada (Fig. 4)].
9. Pr: ¿(6,14) están de acuerdo? Ustedes También pusieron (6,14)?

La maestra se regresó al primer punto de la secuencia, para comprender el proceso, y Ma y su compañero continuaron para obtener un valor equivocado (6,13). Junto con la clase, la profesora concluye: Ma y Ba siempre sumaron 2 a la abscisa y 1 a la ordenada, pero intercambiaron x y y, obteniendo una tabla de valores equivocados, un patrón que por sí mismo tiene sentido aún y cuando es erróneo (Fig. 5).

Permítaseme intentar analizar los elementos de lo semiótico, los cuales son importantes al corregir la respuesta dada por los estudiantes. Al examinar el trabajo grupal, existen dos variables más durante la discusión: el profesor involucrado en la discusión y la pantalla pública (Centro de Actividades). Por esta razón, la multimodalidad involucra también la producción del maestro, y la comunidad de los humanos-con-las-tecnologías (las calculadoras y el software) usadas.

La pantalla pública ofrece el ambiente para compartir la experiencia previa, donde cada grupo trabajó con la calculadora sin saber lo que los otros grupos estaban haciendo. Por ello, la discusión es un proceso de compartición de resultados justificándolos con una regla, un patrón que los estudiantes eligen para enviar tales puntos.



Fig. 4 Gestos en la discusión

x	y
0	2
1	4
2	6
3	8
4	10
5	12
6	14

Fig. 5 La Tabla errónea de Ma.

El profesor tiene el rol de mediador en esta discusión y apoya la evolución de los estudiantes en la compartición y justificación. En esta forma, la descripción de lo semiótico toma en cuenta esta evolución y observa los símbolos que marcan sus pasos.

Al inicio de la discusión, la pregunta del maestro (#1) busca la atención hacia la pantalla pública, donde la gráfica muestra los puntos de la secuencia enviados por los grupos. Los estudiantes contestan viendo estos símbolos (los puntos) e introducen uno nuevo, la palabra: “una línea recta” que representa un patrón a través de los puntos, lo cual marca un primer paso en la construcción del conocimiento. El profesor remarcó otro símbolo, dijo que uno de los puntos parece estar “fuera de lugar” (#3). El grupo responsable de este punto dice que no es correcto (#4), porque calcularon equivocadamente. La representación gráfica en la pantalla pública realmente proporciona retroalimentación que puede usar el maestro no para machacar el error, sino para preguntar porqué está fuera del patrón (#3, 5 y 7).

El segundo paso lo marca otro símbolo: el ademán de Ma que correctamente identifica la dirección del punto que se va a mover, a fin de ponerlo en el lugar correcto (Fig. 4). Gracias a la pantalla pública que muestra todos los puntos dados por los grupos, el estudiante está consciente de su error y hace este ademán para corregirlo. En efecto, él compara las diferentes posiciones de sus puntos con respecto a los puntos de los otros grupos. Después, hace un ademán en la dirección correcta (el punto correcto debe estar alineado con los otros), pero equivocado en sus coordenadas. El estudiante estaba influenciado, de hecho, por el proceso seguido durante la actividad grupal. Esta es la razón de la nueva equivocación. Aquí, los símbolos presentados por el profesor fueron estratégicos: para comprender porqué estaba equivocado el punto.

El tercer paso comienza con una pregunta dirigida a toda la clase: “¿están de acuerdo?” (#9). Esta pregunta, conjuntamente con la repetición de las coordenadas erróneas (6,14), y más tarde la palabra “¿porqué?”, son los símbolos introducidos por el profesor en el conjunto semiótico que marca el inicio de un nuevo razonamiento. En un proceso de regreso, hasta llegar al primer punto de la secuencia, el profesor apoya a los estudiantes al comparar las coordenadas

correctas con las coordenadas equivocadas y descubrir el patrón seguido por Ma y Ba. Esta comparación no solo es útil a este par de estudiantes, sino también para los otros, quienes también están conscientes de los procesos.

En el aspecto semiótico, los primeros símbolos son la línea recta y el punto “fuera de lugar” en la gráfica sobre la pantalla pública. Éste se transforma en el ademán de Ma (Fig. 4), para “poner el punto en su lugar” alineado con los otros, y este ademán después es reemplazado por las coordenadas (6,14) del nuevo punto (#8). Estas coordenadas necesitan una explicación rica en símbolos (palabras, números, la tabla de Ma (Fig. 5), lo cual lleva a la clase a entender porqué Ma los envió y porqué estuvieron equivocados. Así lo semiótico esta hecho de ademanes, palabras y símbolos matemáticos que se escriben, se hablan y se representan en la pantalla. Estos símbolos están relacionados entre ellos, porque uno es sustituido por otro o es transformado en otro. El rol de la pantalla pública es estratégico, para hacer visible las contribuciones de todos los grupos, con la posibilidad de discutir las inmediatamente. Los símbolos que vienen de la pantalla pública son parte de lo semiótico, así como aquellos introducidos por el profesor. Por ello, su presencia no es neutral, y les brinda a los estudiantes la posibilidad de compartir los resultados, teniendo retroalimentación inmediata e introduciendo nuevos símbolos (la línea recta o el punto no alineado). Las diferencias entre los resultados grupales ofrecen al profesor la ocasión para discutir el porqué de tales diferencias y analizar los procesos de los estudiantes que llevaron a ellas. Con solo las calculadoras, sin el software de conectividad, esta compartición hubiera sido más difícil de obtener por razones de tiempo y espacio.

La discusión continúa con dos objetivos: primero, tener una forma simbólica de escribir el patrón de puntos; y segunda, encontrar una forma general de representar a una línea recta, ligando sus características gráficas y simbólicas. Los estudiantes son capaces de decir esta expresión: “siempre sumas 1 a x y 2 a y”, calcula algunos puntos específicos y escribe las reglas en símbolos. Después de esos resultados, el profesor guía la discusión hacia una fórmula que da las coordenadas de cualquier punto, conociendo su lugar en la secuencia. Ella presenta el símbolo tot (a Ptot), para darle generalidad al razonamiento, después pide las coordenadas de un punto en particular P15. Las estrategias seguidas por los estudiantes son dos: sumar a la abscisa del punto, la abscisa menos uno, o doblar a la abscisa y después restarle 1. La estrategia final usada por la mayoría de los estudiantes es: “El doble menos 1”. El paso del lenguaje natural a la expresión simbólica (Fig. 6) es compartido, y la fórmula aplicada a varios conjuntos de puntos.

La discusión continúa, focalizando la atención de los estudiantes en la pantalla pública, donde se proyecta la

$$P_m (m, 2m - 1)$$

Fig. 6 Fórmula escrita por un grupo

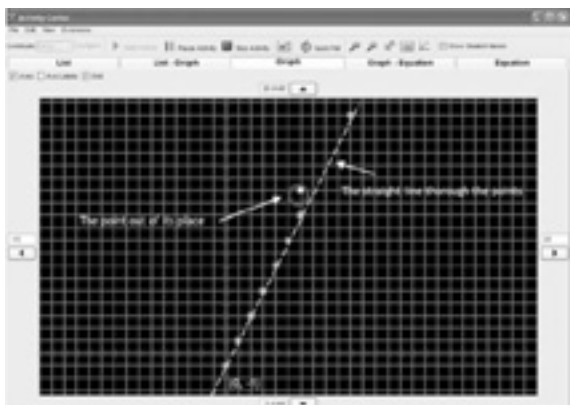


Fig. 7 Centro de Actividades con la secuencia de puntos.

representación de los puntos. La meta ahora es transferir la construcción de significado a la gráfica misma, en relación a la fórmula descubierta previamente (Fig. 7). La discusión comienza con algunas consideraciones sobre el número de condiciones a dar, a fin de identificar una recta única.

Los estudiantes mismos dicen que necesitan dos puntos o uno y una regla, como se muestra enseguida.

- 118. Pr: Para identificar esta línea recta, te dimos alguna información ...
- 119. Lo: Cómo  $x$  y  $y$  aumentan...
- 120. Pr: Cómo aumentan. Así que, ya ves, para identificar una recta única podemos dar dos puntos, y a través de esos dos puntos existe solo una recta, o podemos decir: "te doy un punto y cómo  $x$  y  $y$  aumentan". Así que, ¿cómo aumentan  $x$  y  $y$ ?
- 121. Ma: ¿Cómo se traza la recta [con su mano traza la recta en el aire (Fig. 8)].
- 122. Pr: Correcto. Este ademán que hiciste es importante, ¿Porqué?
- 123. Lu: Cómo continua la recta.
- 124. Pr: Otro ademán similar al de él. Cómo continua la recta.
- 125. Pr: Hiciste este movimiento [recta creciente], no este [recta decreciente]. ¿Porqué?
- 126. Ma: Porque, siendo positiva, está orientada de esta forma [repite el movimiento previo para mostrar la dirección de la recta].

- 127. Pr: Correcto. ¿Y cómo entiendo que es positiva?
- 128. Ma: Por los números.
- 129. Pr: Por los números positivos o por el tipo de cálculo que hago?
- 130. Est: Porque yo siempre sumo números positivos...
- 131. Pr: Suma, es la palabra correcta. Mientras sumo a  $x$ , sumo a  $y$ . De lo contrario, si sumo a  $x$  y le resto a  $y$ ...
- 132. Ma: Es así [muestra la nueva dirección, decreciente, con un ademán].
- 133. Pr: ¿Porqué?
- 134. Ma: Porque la  $x$  va aquí [muestra con la mano la dirección derecha] y la  $y$  va ahí [muestra la dirección hacia abajo con la mano] y así se vuelve éste [traza la línea en el aire]. La  $x$  que aumenta va a la derecha, en tanto que la  $y$  que decrece va hacia abajo.

La recta (que no esta presente en la pantalla pública) es el patrón que los estudiantes reconocen en los puntos representados en la pantalla pública (Fig. 7). La pregunta de la profesora determina las palabras de Lo: "Cómo aumentan  $x$  y  $y$ " (#119) son los primeros signos de lo semiótico, iniciando una cadena de otros símbolos. Este símbolo es re-usado por la profesora, con una pregunta: "¿Cómo aumentan?" Ma introduce el segundo símbolo: un ademán para una recta, también repetido posteriormente, para mostrar "cómo" (Fig. 8). Este ademán es después sustituido con una palabra: "positiva", la cual debe explicar el "cómo". Pero necesita más explicación, y así el profesor pregunta por el significado de "positivo". Algunos estudiantes introducen otras palabras relativas a lo "positivo": "Porque siempre sumo números positivos". Estas palabras son captadas por la profesora, quien las subraya y remarca en el terreno de lo semiótico, para distinguir entre una recta creciente y una recta decreciente. Nuevamente, Ma introduce un ademán en el ámbito semiótico, correspondiente a la recta decreciente (#132). Ligando el incremento de  $x$  y  $y$ , Ma da el punto de partida para una nueva discusión, centrado en el significado de pendiente de una recta para reconocer la "regla" seguida por todos los puntos sobre la recta. Este ademán corresponde perfectamente con el significado de incremento, respectivamente, positivo o negativo, y hace posible distinguir para una recta entre una pendiente positiva y una pendiente negativa.

## 6. Conclusiones y Problemas Abiertos

Creo que este documento puede mostrar que la nueva tecnología aún no analizada en las ICMEs puede hacer contribuciones distintas a aquellas previamente presentadas.

El protocolo analizado arriba ofrece evidencia de una nueva herramienta que tiene un efecto profundo sobre las interacciones en la clase de matemáticas. Podemos describir algunos nuevos elementos en comparación con un laboratorio, que incluya solo calculadoras.



Fig. 8 *Ma's gestures for the straight line.*

- A.** Los estudiantes trabajan en este laboratorio de matemáticas con dos recursos: la pantalla "privada" de la calculadora en los grupos y la gran pantalla pública; en un laboratorio, con únicamente calculadoras o computadoras, tienen a su disposición solo la pantalla privada.
- B.** Estos dos recursos, el público y el privado, proporcionan símbolos en el ámbito semiótico, pero el segundo lo hace en una forma social. Así, una de las formas sociales de producir conocimiento es a través de la pantalla pública (contestando la primera pregunta de investigación). Esto es un nuevo desarrollo, comparado con aquellos en los cuales solo se tienen las calculadoras en la clase, donde los símbolos son producidos en pequeños grupos o individualmente frente a su pantalla privada y en donde eventualmente se comparte en una discusión en el aula.
- C.** La discusión de clase puede estar intrínsecamente conectada con el trabajo de grupo, porque en cualquier momento la pantalla pública ofrece información sobre lo que los estudiantes hacen en sus pantallas privadas.
- D.** El profesor introduce los símbolos, refiriéndose no solo a lo que los grupos están haciendo en sus pantallas privadas, sino también a lo que aparece en la pantalla pública, haciendo comentarios, planteando preguntas, apoyando la discusión y la construcción de significados, con particular atención en los procesos de los estudiantes.
- E.** El uso de la pantalla pública es una herramienta nueva en el aula, porque muestra el trabajo hecho por todos los grupos en tiempo real y proporciona retroalimentación por sí misma, con la posibilidad de hacer comparaciones y conexiones entre los trabajos de los diferentes estudiantes o grupos.
- F.** La forma de interactuar en la clase es de manera "mezclada", no en el sentido de mezclar las actividades cara a cara con actividades a distancia, sino en el sentido de una colaboración mezclada entre los estudiantes, es decir al nivel de pequeños grupos (mediados por las calculadoras) y al nivel de la clase completa (mediados por las calculadoras y el software de conectividad).
- Esta interacción agrega nuevas oportunidades para que los estudiantes aprendan comparando, compartiendo, discutiendo y argumentando, si son apropiadamente guiados por el profesor. Así, al incluir el software de conectividad y las calculadoras gráficas en la comunidad de sujetos que interactúan en el aula (Borba y Villarreal 2005), y agregando símbolos que provienen de la tecnología a la producción multimodal de los estudiantes (Arzarello et al. 2009), lo semiótico se vuelve muy rico. Observamos este hecho en los últimos protocolos cuando miradas, ademanes y palabras a menudo son influenciados por la pantalla pública. Esto se debe principalmente al hecho de que la pantalla pública contiene el trabajo realizado por todos los grupos y así los estudiantes pueden comparar los resultados y comparten la producción de los grupos. La recta, introducida como modelo de los puntos, es el símbolo principal que determina otros varios símbolos: el punto no alineado, el ademán para alinearlos (Fig. 4), la idea de dirección, la pendiente, gestos y palabras relacionados con todo ello, la ley recursiva y su representación simbólica. Esto es posible, debido a la compartición inmediata de resultados sobre la pantalla pública.
- G.** Esta producción multimodal de signos no solo es más eficiente que el uso de calculadoras solas en relación a la compartición de resultados en una comunidad de aprendizaje, sino que también los ritmos de aprendizaje son más rápidos. Esta velocidad en el intercambio de símbolos se debe a la presencia de la pantalla pública que disminuye los tiempos usualmente necesarios para describir la solución de un grupo a la audiencia. Estos elementos están presentes y son evidentes a todos en la pantalla pública; por ello, la pantalla pública es un espacio donde cada uno puede contribuir simultáneamente a la actividad. Este espacio ofrece soporte cognitivo en la construcción de significados a través de nuevos caminos. Por estas razones, esta clase de tecnología introduce nuevos apoyos a la comunidad de aprendizaje.
- Como estos resultados lo muestran, es posible una mejora desde el simple uso de calculadoras en el aprendizaje y la enseñanza hasta el uso también en la investigación. Cada estudiante recibe retroalimentación, lo cual refuerza una idea

o evidencia un error; cada grupo comparte su producción con los otros. La comunidad de clase tiene una pantalla pública, la cual es el catalizador de la atención; el profesor se refiere al trabajo hecho por cada grupo en tiempo real sobre la pantalla pública.

Existen varias posibilidades adicionales para una nueva investigación interesante dentro las diferentes clases de software, lo cual introduce nuevas formas de aprendizaje de la matemática en el aula y de apoyo a una nueva metodología didáctica. Por ejemplo, el rol del profesor no está subordinado al uso de la tecnología. De hecho si ella (él) tiene más tiempo y energía para dedicarlo a los estudiantes (porque la pantalla pública les permite a los estudiantes compartir resultados y acelerar la retroalimentación), también tiene tiempo para dedicarle al manejo de la tecnología y guiar simultáneamente la discusión. Por ello, en el futuro deben investigarse nuevas preguntas,

tales como: ¿cuáles son los cambios en los procesos de enseñanza con esta tecnología?, ¿cómo podemos apoyar a los profesores en la introducción de estos medios al aula, junto con herramientas más tradicionales?, ¿cómo debemos cambiar las tareas con estas herramientas? y ¿cuáles son sus implicaciones en la currícula?, ¿estamos iniciando nuevas tendencias en la educación matemática, al estudiar la mediación de estos nuevos medios?

Aunque no es posible leer este estudio desde una perspectiva instrumental, sería interesante desarrollar este estudio en el marco de la orquestación de instrumentos (Trouche 2004). Este marco describe el arreglo del aula con las posiciones de los dispositivos, los estudiantes, los profesores y la pantalla de proyección. Entonces es posible analizar cómo distintas formas de orquestación (Drijvers et al. 2009) pueden influenciar la génesis instrumental.

## Reconocimientos.

Este estudio fue conducido dentro del proyecto PRIN 2007B2M4EK (Instrumentos y representaciones en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas: teoría y práctica) y financiado conjuntamente por MIUR y la Universidad de Turín.

## Referencias.

- Arcavi, A. (1994). *Symbol sense: Informal sense-making in formal mathematics. For the Learning of Mathematics: An International Journal of Mathematics Education*, 14(3), 24–35.
- Arzarello, F. (2006). *Semiosis as a multimodal process. RELIME, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Numero Especial* (pp. 267–299). Editores Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Arzarello, F., & Edwards, L. (2005). *Gesture and the construction of mathematical meaning. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), Proceedings of the 29th conference of the international group for the psychology of mathematics education (Vol. 1, pp. 123–154). Melbourne: PME.*
- Arzarello, F., Pezzi, G., & Robutti, O. (2007). *Modelling body motion: An approach to functions using measuring instruments. In W. Blum, P. L. Falbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), Modelling and applications in mathematics education, the 14th ICMI studies (Vol. 10, 3.3.1, pp. 129–136). USA: Springer.*
- Arzarello, F., Robutti, O., Sabena, C., & Paola, D. (2009). *Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. Handbook: Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 97–109.
- Bartolini Bussi, M. G. (1996). *Mathematical discussion and perspective drawing in primary school. Educational Studies in Mathematics*, 31(1–2), 11–41.
- Bartolini Bussi, M. G., & Mariotti, M. A. (2008). *Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artefacts and signs after a Vygotskian perspective. In L. English et al. (Eds.), Handbook of international research in mathematics education (2nd ed., pp. 746–783). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.*
- Bielaczyc, K., & Collins, A. (1999). *Learning communities in classrooms: A reconceptualization of educational practice. In C. M. Reigeluth (Ed.), Instructional-design theories and models. A new paradigm of instructional theory* (pp. 269–292). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.
- Borba, M. C. (1997). *Graphing calculators, functions and reorganization of the classroom. In M. C. Borba, T. A. Souza, B. Hudson, & J. Fey (Eds.), Proceedings of working group 16 at ICME8, Seville, Spain, 1996* (pp. 53–60). Sao Paulo, Brasil: UNESP.
- Borba, M. C. (2005). *The transformation of mathematics in on-line courses. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), Proceedings of the 29th conference of the international group for the psychology of mathematics education (Vol. 2, pp. 169–176). Melbourne: PME.*
- Borba, M. C., & Villarreal, M. E. (2005). *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation. USA: Springer.*
- Borba, M. C., & Zulatto, R. B. A. (2006). *Different media, different types of collective work in online continuing teacher education: Would you pass the pen, please? In J. Novotna, H. Moraova, M. Kra'tka, & N. Stehli'kova' (Eds.), Proceedings of the 30th conference of the international group for the psychology of mathematics education (Vol. 2, pp. 201–208). Prague: Charles University, Faculty of Education.*
- Chapman, O., & Robutti, O. (2008). *Current problems and challenges in upper secondary mathematics education. In M. Niss (Ed.) Proceedings of ICME10, Copenhagen, 4–11 July 2004* (pp. 514–518). Denmark: IMFUFA, Department of Science, Systems and Models, Roskilde University.
- Dougherty, B. J., & Hobbs, M. (2007). *The effects of the TI-Navigator system on student achievement and attitude in algebra. In Proceedings of the 8th international conference on technology in mathematics teaching, 1–4 July 2007. Hradec Kra'love'.*
- Drijvers, P., Doorman, M., Gisbergen, S., & Reed, H. (2009). *Teachers using technology: Orchestrations and profiles. In Proceedings of the PME33 conference, Tessaloniki, Greece, July 2009 (in press).*
- Edwards, L. (2009). *Gestures and conceptual integration in mathematical talk. Handbook: Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 127–141.
- Ferrara, F., Pratt, D., & Robutti, O. (2005). *The role and uses of technologies for the teaching of algebra and calculus. In A. Gutie'rriz & P. Boero (Eds.), Handbook on research on the psychology of mathematics education. past, present and future* (pp. 237–273). Rotterdam/Taipei: Sense Publishers.
- Gallese, V., & Lakoff, G. (2005). *The brain's concepts: The role of the sensory-motor system in conceptual knowledge. Cognitive Neuropsychology*, 21, 1–25.

- Hivon, L., Pean, M., & Trouche, L. (2008). From a network of calculators to collaborative knowledge construction in the class, *Repe`res IREM* no. 72, [http://educmath.inrp.fr/Educmath/lectures/dossier\\_mutualisation/crome-english.pdf](http://educmath.inrp.fr/Educmath/lectures/dossier_mutualisation/crome-english.pdf). Accessed 17 June 2009.
- Hudson, B. (1997). Group work with multimedia: An example of classroom use and some suggestions for future development. In M. C. Borba, T. A. Souza, B. Hudson, & J. Fey (Eds.),
- Proceedings of working group 16 at ICME8, Seville, Spain, 1996 (pp. 105–112). Sao Paulo, Brasil: UNESP.
- Jaworski, B., Fuglestad, A. B., Bjuland, R., Breiteig, T., Goodchild, S., & Grevholm, B. (2007). Learning communities in mathematics. Bergen, Norway: Caspar Forlag As.
- Jonassen, D. H. (2007). Engaging and supporting problem-solving in online learning. In R. Luppini (Ed.), *Online learning communities* (pp. 109–127). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Kaput, J. J., & Roschelle, J. (1998). The mathematics of change and variation from a millennial perspective: New content, new context. In C. Hoyles, C. Morgan, & G. Wodhouse (Eds.), *Rethinking the mathematics curriculum* (pp. 155–170). New York: Routledge.
- Laborde, C., Hollebrands, K., Kynigos, C., & Strauss, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook on research on the psychology of mathematics education. past, present and future* (pp. 275–304). Rotterdam/Taipei: Sense Publishers.
- Lagrange, J.-B. (1997). Using a computer algebra system in the mathematics classroom: In a computer room or with hand held calculators? In M. C. Borba, T. A. Souza, B. Hudson, & J. Fey (Eds.), *Proceedings of working group 16 at ICME8, Seville, Spain, 1996* (pp. 113–118). Sao Paulo, Brasil: UNESP.
- Legrand, M. (1993). De `bat scientifique en cours de mathe`matique et spe`cificite` de l'analyse. *Repe`res-IREM*, 10, 123–158.
- Leung, F. K. S. (2008). P: Information and communication technology in mathematics education. In M. Niss (Ed.) *Proceedings of ICME10, Copenhagen, July 4–11 2004* (pp. 228–243). Denmark: IMFUFA, Department of Science, Systems and Models, Roskilde University.
- Noss, R., Healy, L., & Hoyles, C. (1997). The construction of mathematical meanings: Connecting the visual with the symbolic. *Educational Studies in Mathematics*, 33(2), 203–233.
- Radford, L. (2006). The anthropology of meaning. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 39–65.
- Radford, L. (2009). Why do gestures matter? Sensuous cognition and the palpability of mathematical meanings. *Handbook: Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 111–126.
- Robutti, O. (2006) Motion, technology, gesture in interpreting graphs. *Digital technologies in mathematics education: selected papers from ICTMT. International Journal for Technology in Mathematics Education* 13(3):117–126
- Robutti, O. (2007). Interactions in classroom with technologies: Signs and meanings, *La matematica e la sua didattica*. Anno, 20(1), 39– 50.
- Robutti, O. (2009). Space–time representations in young children: Thinking through gestures in motion experiments. In C. Andersen, N. Scheuer, M. del Puy, & L. Pe`rez Echeverri`a, E. Teubal (Eds.), *Representational systems and practices as learning tools in different fields of knowledge* (pp. 59–75). Rotterdam/Taipei: Sense Publishers.
- Robutti, O., Ravera, M. T., Ghirardi, S., & Manassero, M. (2009). What students want: An environment where learning to be in mathematics. In *Proceedings of CIEAEM 59, Dobogoko, Hungary, 23–29 July 2007*.
- Sowder, J. T. (1992). Estimation and number sense. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371–389). New York: Macmillan.
- Sutherland, R. (1993). Consciousness of the Unknown. *For the Learning of Mathematics*, 13(1), 44–46.
- Tall, D. (1989). Concept Images, Generic Organizers, Computers and Curriculum Change. *For the Learning of Mathematics*, 9(3), 37– 42.
- Teasley, S. D., & Roschelle, J. (1993). Constructing a joint problem space: The computer as a tool for sharing knowledge. In S. P. Lajoie & S. J. Derry (Eds.), *Computers as cognitive tools*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Trouche, L. (2004). Managing complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations.
- *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9, 281–307.
- Trouche, L., & Hivon, L. (2009). Connectivity: New challenges for the ideas of webbing and orchestrations. In J.-B. Lagrange & C. Hoyles (Eds.), *ICMI conference mathematical education and digital technologies: Rethinking the terrain*, Hanoi (in press).
- Wenger, E. (1998). *Communities of practice: Learning, meaning, and identity*. Cambridge: Cambridge University Press.

# El Aula de Álgebra Conectada: Una Prueba Aleatoria de Control

Douglas T. Owens, The Ohio State University, USA. [owens.93@osu.edu](mailto:owens.93@osu.edu)

Stephen J. Pape, University of Florida, USA. [sjpape@coe.ufl.edu](mailto:sjpape@coe.ufl.edu)

Karen E. Irving, The Ohio State University, USA. [irving.8@osu.edu](mailto:irving.8@osu.edu)

Vehbi A. Sanalan, Erzincan University, Turkey. [sanalan.1@osu.edu](mailto:sanalan.1@osu.edu)

Christy Kim Boscardin, University of California, San Francisco, USA.

[BoscardinCK@medsch.ucsf.edu](mailto:BoscardinCK@medsch.ucsf.edu)

Louis Abrahamson, Better Education Foundation. [la@bedu.com](mailto:la@bedu.com)

Traducción: Dra. Socorro Valero para Texas Instruments.

*Resumen. La investigación reportada aquí examina el impacto de la tecnología de conectividad en el aula sobre el éxito de los estudiantes en Álgebra 1, sobre el aprendizaje auto-regulado (SRL), y sobre la disposición hacia las matemáticas como un resultado de los procesos de cambio en el aula. El diseño de la investigación es una prueba de campo cruzada aleatoria donde el grupo control está expuesto a la intervención e implementación en el segundo año de estudio. La prueba de campo tuvo lugar en 118 aulas de álgebra introductoria, típicamente un curso de duración de 1 año en los Estados Unidos en octavo o noveno grado y comúnmente identificada como Álgebra I. Los profesores involucrados asistieron una semana al instituto de verano en la enseñanza del TI-Navigator™ de Texas Instruments (TI). La pregunta primaria de investigación establecida en el documento es: ¿Cómo afecta la implementación de la tecnología de conectividad en el aula al éxito de los estudiantes en Álgebra 1, al aprendizaje auto-regulado SRL, y a la disposición hacia la matemática? El grupo en estudio superó al grupo control en rendimiento en álgebra. La auto eficacia /Expectativa de Desempeño en Matemáticas estuvo positivamente asociada con el tratamiento. No se encontraron diferencias entre los reportes de los estudiantes del grupo control y los que estuvieron en tratamiento respecto de sus creencias acerca de la matemática, la confianza, la ansiedad, o la utilidad. Tampoco se encontraron diferencias en la motivación, las estrategias de aprendizaje, o estrategias de manejo de recursos relacionadas con el tratamiento. Los estudiantes de las profesoras tuvieron un mejor desempeño. La eficacia del profesor estuvo negativamente asociada con el rendimiento del estudiante.*

*Este documento esta dirigido hacia el Tema 1, integración de la tecnología en los ambientes de aprendizaje escolar. Describe un estudio de investigación financiado por el Departamento de Educación de los Estados Unidos. 1 El documento reporta el primer año de un estudio de cuatro años.*

## El Aula Conectada

Las aulas estuvieron equipadas con el TI-Navigator™, un sistema que conecta las calculadoras de cada estudiante con la computadora del profesor. Muchas aulas de Matemáticas están equipadas con calculadoras graficadoras, donde de a cuatro se conectan a un hub (concentrador) usando la tecnología de conectividad. El profesor y los estudiantes se comunican inalámbricamente a través de un punto de acceso conectado a la computadora del profesor. Usando la característica de *Sondeo Rápido*, el profesor puede plantear una pregunta individual para que el estudiante la responda, y el *Learning Check* es una opción a través de la cual se pueden enviar varias preguntas a las calculadoras. Las respuestas de los estudiantes pueden incluir opciones múltiples, verdadero/falso, y respuestas abiertas. Después de que los estudiantes hacen sus elecciones, la tecnología resume las respuestas de los estudiantes en gráficas de barras que pueden desplegarse con un proyector. Este despliegue inmediato proporciona al maestro y a los estudiantes la información que permite evaluar rápidamente el grado de comprensión de los estudiantes. Una tercera característica es la *Captura de Pantalla* a través de la cual el profesor puede hacer una "toma" de cada pantalla de calculadora. Revisando las distintas pantallas, el profesor

plantea sus hipótesis en relación a lo que los estudiantes están pensando y diagnostica los errores. El despliegue de una selección de las pantallas a la clase puede promover la discusión, cuando el profesor se refiere a una pantalla y pregunta, por ejemplo, "¿qué piensas acerca de lo que esta persona está pensando?" La cuarta característica, el Centro de Actividades, le permite al maestro mostrar el sistema coordinado. Una típica lección del *Centro de Actividades* puede incluir que el profesor les proporcione a los alumnos dos puntos y les solicite la ecuación de una recta. El profesor puede pedir a los estudiantes el envío de una ecuación de una recta que pase a través de un punto y que sea paralela o perpendicular a una recta dada por el profesor. En forma similar, el profesor puede bajar una imagen de Internet, tal como el arco Gateway que se encuentra en St. Louis, MO, USA, y colocarlo en el plano coordinado. A los estudiantes se les solicitará que hipotetizen sobre la ecuación de una curva que se ajuste al arco. El profesor puede involucrar a la clase en la discusión del diagnóstico de respuestas incorrectas que son mostradas en forma anónima. Finalmente, el maestro puede agregar los datos colectados por los estudiantes, mostrándolos en pantalla, y enviando las listas a los estudiantes para el análisis de los

datos. El Centro de Actividades típicamente es usado para desarrollar conocimiento conceptual. El Sondeo Rápido y el Learning Check comúnmente se usan como herramientas de evaluación formativa. El profesor dispone de información que puede llevar al ajuste de la instrucción. Como un resultado adicional de la clase, los estudiantes reciben una

retroalimentación inmediata en forma privada y exenta de amenaza que les puede motivar a la reflexión y a la discusión de su comprensión o de los métodos de solución (Roschelle, Penuel, y Abrahamson, 2004). La Captura de Pantalla se puede usar para cualquiera de estos propósitos.

## Fundamentos Teóricos

Roschelle, Penuel, y Abrahamson (2004) resumieron su trabajo en aulas conectadas e identificaron 26 estudios en matemáticas, química, y humanidades reportando resultados positivos. Entre éstos se encontró la promoción de mayor compromiso de los estudiantes, incremento en la comprensión de temas complejos, incremento en el interés y el disfrute, promoción de la discusión e interactividad, apoyo para que los estudiantes midan su propio nivel de comprensión, incremento en la conciencia del profesor sobre las dificultades de los estudiantes, incremento de los contenidos cubiertos después del horario de clase, mejora en la calidad de las preguntas realizadas, y la superación de la vergüenza de los estudiantes. En esta sección se describen diferentes perspectivas teóricas relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje del ambiente TI-Navigator.

Los estándares del Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM, 2000) convocan a una visión de la matemática que plantea nuevos roles y responsabilidades para los estudiantes y maestros. Las prioridades de la enseñanza se basan en nuevas metas que incluyen un énfasis en la *comprensión conceptual, en el aprendizaje a través de la exploración y solución de problemas, en la comunicación oral y escrita, y en las conexiones entre los tópicos matemáticos y para las aplicaciones del mundo real*. Los profesores tienen el desafío de crear aulas que faciliten el desarrollo matemático involucrando a los estudiantes en experiencias matemáticas ricas y en una conversación matemática como la que los estudiantes esperan para explicar y justificar su razonamiento. La expectativa es que los estudiantes participen activamente en el aula en lugar de solo tomar notas pasivamente. Las aulas conectadas promueven el tipo de aprendizaje sustentado en los estándares del NCTM promoviendo la participación activa, facilitando las oportunidades de exploración, y facilitando, el acopio e interpretación de la información relativa al aprendizaje de los estudiantes en una forma oportuna.

Las metas de la educación matemática (NCTM, 2000) son consistentes con los principios de *aprendizaje auto-regulado* (SRL). Se ha planteado una secuencia de tres fases de comportamiento *auto-regulado* (Zimmerman, 2000). En una *etapa preventiva*, los estudiantes auto-regulados planean sus comportamientos analizando las tareas y estableciendo metas apropiadas. En tanto llevan a cabo estos planes (fase de *control de desempeño*), monitorean y controlan

sus conductas, cogniciones, motivaciones, y emociones. Finalmente, durante la fase de *auto-reflexión*, basándose en el progreso del monitoreo durante el desempeño, los estudiantes hacen juicios de sus progresos y alteran sus comportamientos de la forma que corresponda. Se han demostrado las relaciones entre las conductas auto-reguladas y el logro académico en la solución de problemas (Pape & Wang, 2003). La tecnología para la conexión en el aula proporciona a los estudiantes la infraestructura que se relaciona a estas fases y el mecanismo para hacer explícito tanto el contenido como las estrategias que promueven un ambiente para el desarrollo del aprendizaje auto-regulado, SRL.

La implementación de la tecnología de conectividad en el aula y las estrategias de enseñanza apropiadas promueven un ambiente de aprendizaje que se alinea mejor con la práctica efectiva de acuerdo a lo descrito por el Consejo Nacional de Investigación (NRC, 1999). Las características de un aula efectiva que incluyen centración en el estudiante, centración en la evaluación, centración en el conocimiento y centración en la comunidad, se llevan a cabo en un salón de clases conectado, a través del involucramiento activo de los estudiantes, de varios mecanismos de retroalimentación, de la exposición de los razonamientos de los alumnos a través de acciones, y de la creación del aula como una comunidad de aprendizaje (Owens et al. 2004; NRC, 1999).

*La Evaluación Formativa*, un sustento teórico obvio de las aulas conectadas, se puede definir como la evaluación para el aprendizaje que intenta informar a los estudiantes y a los profesores los huecos en el conocimiento y revela los éxitos y desafíos de aprendizaje. Los profesores se pueden involucrar en la evaluación formativa planeada e interactiva. Esto se caracteriza por el acopio de datos sobre la comprensión del estudiantes, su interpretación y la modificación correspondiente de las estrategias de enseñanza (Bell y Cowie, 2001). Cuando el cuestionamiento y la retroalimentación son frecuentes e involucran la reflexión activa del estudiante, y cuando se usan los datos de evaluación para informar y ajustar la enseñanza, se ha reportado que la evaluación formativa incrementa el logro académico. La evaluación formativa mejorada ayuda a aquellos con bajo éxito académico más que a otros y reduce el rango de variación del logro (Black & William, 1998).

## Metodología

**Participantes:** Participaron inicialmente un total de 118 profesores (Rx=56, C=62; 73.7% mujeres) representando a 28 estados de E. U. y a 2 provincias canadienses. La participación de profesores fue mayoritariamente blanca (Rx=77.0%, C=72.5%), poseedores de grados en matemáticas (Rx=62.8%, C=81.7%), y eran profesores con experiencia (Rx=13.8 años, C=14.7 años). De una muestra inicial de 1,761 estudiantes, 1,128 (Rx=615, 50.2% mujeres; C=531, 56.8% mujeres) de 68 aulas de clase con datos completos para análisis. Las clases con menos de 10 estudiantes fueron excluidas para minimizar la desviación en el análisis. Los estudiantes de las escuelas control recibieron almuerzo gratis/con descuento (26.63%) respecto de las escuelas en tratamiento (16.40%). El almuerzo gratis o con descuento en los Estados Unidos se considera un indicador del estatus socio-económico de los estudiantes en una escuela.

**Diseño de la Investigación y del Procedimiento:** El diseño de la investigación es una prueba cruzada aleatoria donde el grupo control fue expuesto secuencialmente a la intervención. Los participantes fueron entrenados para usar la tecnología de conectividad en el aula durante una semana, en el instituto de verano y en la conferencia de tecnología para profesores. El desarrollo profesional se modeló después de la reunión de Teachers Teaching with Technology (T3, Profesores Enseñando con Tecnología) (<http://www.t3www.org/>) y fue dada por profesores de secundaria que usan el TI-Navigator y que son instructores de T3. Los participantes asistieron a la Conferencia Internacional de T3 cada año por dos años después del instituto inicial de verano. Los profesores participantes reclutaron e inscribieron aleatoriamente a los estudiantes de una clase de Álgebra I. Los estudiantes respondieron al pre-test durante el primer mes del periodo escolar y el post-test durante los dos últimos meses del año escolar. Los maestros participaron en

una entrevista de profesores y completaron una medición en línea durante la primavera.

**Métodos Analíticos:** Las propiedades psicométricas de todas las mediciones construidas por los investigadores fueron examinadas y son proporcionadas más adelante. Los ítems de las mediciones pre- y post- de álgebra fueron examinadas usando análisis IRT. Las entrevistas a los profesores fueron codificadas usando un análisis aterrizado. Las respuestas a las preguntas de la entrevista fueron inicialmente codificadas independientemente por dos diferentes investigadores. Las categorías de codificación fueron comparadas, refinadas, y las respuestas re-codificadas usando las nuevas descripciones del código. Las categorías finales de codificación incluyeron la frecuencia de uso, la disponibilidad de la tecnología, el nivel de confort, el uso del componente, la comprensión del profesor de los estudiantes, y la planeación del maestro.

Se empleó una técnica jerárquica de dos niveles para modelar el impacto de la intervención en los estudiantes anidado en el del profesor y el efecto del tratamiento se examinó en el nivel del maestro. Se incluyen resultados del pre test individual conforme la covariación del nivel del estudiante. La covariación del nivel del profesor incluye los años de enseñanza, el género del profesor, el porcentaje de reducción/gratuidad del almuerzo y la calificación promedio de álgebra. Adicionalmente, examinamos el impacto de dos variables de la implementación (i.e., frecuencia en el uso de la tecnología y la percepción del cambio en la enseñanza como un resultado de la implementación tecnológica). La medición del efecto del tratamiento se calculó como el coeficiente del efecto del tratamiento dividido por la raíz cuadrada de la desviación estándar estimada del éxito de la clase en el modelo no condicional.

## Mediciones del Nivel del Estudiante

El **Pretest** y el **Postest de Álgebra** incluyeron reactivos de opción múltiple, respuestas cortas, y reactivos de respuestas largas. La adaptación de 32 reactivos (máximo de calificación de 36 puntos) estuvo a cargo del CRESST, UCLA y fueron tomados de la prueba NAEP y de ítems liberados en los Estándares de la Prueba de California ( $\alpha=0.81$ ). El post-test se desarrolló con base a una comparación de los estándares de 13 estados (por ejemplo, Ohio, California, New York, Virginia) que representan a la mayoría de los participantes. Se seleccionaron 35 preguntas de ítems liberados en pruebas de matemáticas de California y Virginia, TIMMS, y NAEP ( $\alpha=0.85$ ). El análisis IRT se realizó para asegurar la calidad técnica de cada medición. Al usar un análisis 3PL (Dificultad del ítem, Discriminación del ítem y Estimaciones de Conjuntura), se excluyeron cinco ítems. El instrumento final incluyó 24 reactivos de opción múltiple, 5 de respuestas largas, y una pregunta de respuesta corta de tres partes para un puntaje máximo de 37.

La encuesta de **Creencias de los Estudiantes sobre las Matemáticas** consistió de 34 ítems de reflexión sobre los siguientes constructos: Creencias sobre las Matemáticas ( $\alpha=.82$ ), Confianza ( $\alpha=.69$ ), Ansiedad Matemática ( $\alpha=.79$ ), Utilidad de las Matemáticas ( $\alpha=.82$ ), y Auto-Eficacia/Expectativas de Rendimiento ( $\alpha=.88$ ).

Las **Estrategias Motivadas por el Cuestionario de Aprendizaje** (Pintrich, Smith, Garcia, & McKeachie, 1991) incluyen 81 ítems tipo Likert que exploran la motivación y las estrategias de aprendizaje de los estudiantes. El análisis del factor confirmatorio indica una validación razonable del factor. Las escalas y los valores alfa de Cronbach al interior de nuestra muestra son: 1) Orientación de meta intrínseca ( $\alpha = .73$ ); 2) orientación de meta extrínseca ( $\alpha = .73$ ); 3) valor de la tarea ( $\alpha = .83$ ); 4) control de las creencias de aprendizaje ( $\alpha = .67$ ); 5) auto-eficacia para el aprendizaje y el rendimiento ( $\alpha = .92$ ); 6) ansiedad en la prueba ( $\alpha = .79$ ); 7) ensayo ( $\alpha = .73$ ); 8) elaboración ( $\alpha = .80$ ); 9) organización ( $\alpha = .73$ ).

=.73); 10) pensamiento crítico ( $\alpha = .80$ ); 11) auto-regulación metacognitiva ( $\alpha = .79$ ); 12) tiempo y ambiente de estudio

( $\alpha = .65$ ); 13) regulación del esfuerzo ( $\alpha = .64$ ); 14) aprendizaje entre pares ( $\alpha = .59$ ); y 15) búsqueda de ayuda ( $\alpha = .50$ ).

## Mediciones del Nivel de Profesor

La **Encuesta de Prácticas y Creencias de Enseñanza del Profesor** (TIPBS) consistió de 104 ítems que sirvieron como indicadores de las prácticas de enseñanza y las creencias de los profesores acerca de las matemáticas. Los constructos en esta medición incluyen *apoyo escolar para la innovación instruccional* ( $\alpha = .79$ ), *familiaridad con/implementación de los Estándares del NCTM* ( $\alpha = .68$ ), *uso de la tecnología de enseñanza* ( $\alpha = .86$ ), *discurso de la reforma en el aula* ( $\alpha = .73$ ), *discusión de la estrategia* ( $\alpha = .85$ ), *explicaciones y justificaciones* ( $\alpha = .79$ ), *análisis de datos* ( $\alpha = .90$ ), *eficacia del profesor* ( $\alpha = .80$ ), y *creencias del profesor sobre las matemáticas* ( $\alpha = .64$ ).

El **nivel de cobertura del contenido** se calculó como la proporción del contenido común en los estándares de los estados en relación a los contenidos cubiertos durante el año académico reportados por los profesores sobre la base de una revisión a profundidad de los textos usados.

El **Protocolo de la Entrevista Telefónica** se desarrolló para determinar el nivel de tecnología e implementación pedagógica. Esta entrevista de 30-40 minutos se enfocó en la disponibilidad de tecnología, el uso de patrones, el nivel de confort, y la implementación pedagógica.

## Resultados

Los estudiantes de las aulas en tratamiento superaron significativamente a los de los salones de control en el post-test de álgebra después de llevar un control, a partir del pre-test, de los años de experiencia de los profesores, el porcentaje de descuento/gratuidad del almuerzo ( $ES=0.30$ ). El grupo en tratamiento alcanzó alrededor de dos puntos más que el grupo control, lo que es aproximadamente un 14% de ganancia media de aprendizaje.

Los hallazgos adicionales incluyen.

- El nivel de conocimiento del profesor de sus estudiantes como un resultado del uso del TI-Navigator estuvo positivamente relacionado al desempeño del estudiante ( $ES=0.36$ ).
- La frecuencia y el nivel de implementación de la tecnología así como el nivel de cambio en la enseñanza con tecnología no se asociaron con el resultado.
- Los años de experiencia del profesor estuvieron positivamente asociados con el desempeño de los estudiantes.
- Los estudiantes de los profesores mujeres se desempeñaron mejor que los estudiantes de profesores varones.
- El nivel de cobertura del contenido (implementación) y el porcentaje de descuento/gratuidad del almuerzo no se asociaron con el desempeño de los estudiantes.
- Contrario a la hipótesis, la eficacia del profesor estuvo negativamente asociada con el desempeño del estudiante ( $ES = .49$ ).
- Ninguno de los otros constructos de la encuesta del profesor se asociaron con los resultados del estudiante.

También se examinaron dos subconjuntos de preguntas del post-test de Álgebra 1. Para la Dimensión Visual, encontramos que: 1) el estatus del tratamiento ( $ES = 0.34$ ), 2) la frecuencia de uso de la tecnología ( $ES = 0.32$ ), 3) el nivel de conocimiento del profesor de sus estudiantes como un resultado del uso del TI-Navigator ( $ES = 0.40$ ), y 4) el nivel de cambio instruccional con tecnología ( $ES = 0.48$ ) todos estuvieron positivamente asociados con los resultados del test de álgebra después del control del porcentaje de estudiantes elegibles para el descuento/gratuidad del lunch en la escuela. Para las preguntas puramente mecánicas y simbólicas, encontramos que ninguna de las variables estuvieron positivamente asociadas con los resultados después del control del porcentaje de estudiantes con almuerzo escolar gratis.

Para examinar el impacto de las condiciones del tratamiento sobre la disposición de los estudiantes y el aprendizaje auto-regulado SRL, comparamos las respuestas de los estudiantes en las encuestas Visiones de los Estudiantes sobre las Matemáticas y la MSLQ entre el grupo en tratamiento y el grupo control después del control de las respuestas en el pre-test. Basados en nuestro análisis HLM, encontramos que los cambios en la expectativa de la eficacia matemática/ desempeño matemático estuvo positivamente asociado con el estatus del tratamiento y los niveles de implementación ( $ES = 0.16$ ). No se encontraron diferencias entre los reportes de los estudiantes en tratamiento y los estudiantes del grupo control en torno de sus creencias sobre las matemáticas, la confianza, la ansiedad, la utilidad, la motivación, las estrategias de aprendizaje, o las estrategias de manejo de recursos.

## Interpretaciones

El estudio reportado se ubica al interior de un proyecto de investigación interdisciplinario sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y las ciencias en los grados 7—10. Esta prueba de control aleatorio bosqueja una muestra nacional de profesores. El factor nacional alienta aplicaciones amplias de los resultados. Por otro lado, este factor ha sido una fuente de dificultad para mantener el paso con los desarrollos del día a día en el salón de clases. Los resultados proporcionan evidencia de los contextos de aulas conectadas que pueden ayudar al desarrollo conceptual de las matemáticas al mejorar la evaluación formativa en el aula, el discurso en el salón de clases, y el aprendizaje auto-regulado. Un análisis informal basado en las observaciones en el aula ayuda en la interpretación. Los profesores no hacen un uso completo del potencial del aula conectada para la evaluación formativa. En el salón de clases conectado, los maestros obtienen información sobre

el conocimiento de los estudiantes, pero no cambian sus procedimientos instruccionales basados en la información obtenida. De las entrevistas telefónicas, no hay evidencia más sólida relativa a la implementación tecnológica que la derivada del cambio en la enseñanza. El patrón más obvio del discurso es la construcción de una comunidad en el aula. Los estudiantes parecen cooperar con el profesor y asistir a otros en el aprendizaje. Muchos salones de clase parecen estar más centrados en el estudiante que lo que podrían estar sin la conectividad. La dimensión visual, lo cual también se puede interpretar como una implicación del conocimiento conceptual mejora con la conectividad, particularmente a través del Centro de Actividades. Los observadores ven un ambiente propicio para la auto regulación del estudiante, pero nosotros no hemos sido capaces de detectar una relación con el instrumento que estamos usando.

---

## Referencias

- *1La investigación reportada aquí proviene del proyecto Conectividad en el Aula C en la Promoción de las Matemáticas y la Ciencia. Logro sustentado por el Instituto de Educación Ciencias, U.S. Department of Education, through Grant R305K0050045 to The Ohio State University. The opinions expressed are those of the authors and do not represent views of the U.S. Department of Education.*



Tu Pasión. Nuestra Tecnología. Éxito Estudiantil.

[education.ti.com/latinoamerica](http://education.ti.com/latinoamerica)