

## Un curso de Cálculo de 2 y 3 Variables apoyado con la Voyage 200

### **Ing. Miguel Angel López Mariño**

Profesor Asociado  
Coordinador de Ciencias Básicas  
Senador Académico de la Rectoría Zona Sur  
División de Profesional  
Tecnológico de Monterrey, Campus Central de Veracruz  
Rectoría Zona Sur  
malm@itesm.mx

El curso de Matemáticas III para estudiantes de Ingeniería permite formalizar gran parte de las herramientas necesarias para un considerable número de materias del currículum de cualquier carrera de Ingeniería. Entre los temas que se incluyen se encuentra las superficies cuádricas, el dominio e imagen de funciones, derivadas parciales y diferencial total, integrales dobles y triples, coordenadas polares, entre otros.

Sin embargo, en este curso se necesita que los estudiantes adquieran la habilidad para visualizar e interpretar gráficas en 2D y 3D, además de la habilidad para llevar a cabo desarrollos analíticos y numéricos, cosas que en ocasiones no se logran y se termina, en el mejor de los casos, en la aplicación de fórmulas como si fueran recetas de cocina. Esto conduce a un bajo rendimiento de los alumnos en el curso.

Como parte de la estrategia para apoyar este aspecto en el curso, se incluyó el uso de la calculadora Voyage 200 con el propósito de aprovechar sus capacidades analíticas, numéricas y gráficas, tanto en el desarrollo de la clase por parte del profesor, como en la realización de Laboratorios, donde se incluyen ejemplos de cómo usar la herramienta en la solución de cierto tipo de problemas y al final se presentan otros que los alumnos, en equipo, deben resolver, tanto analíticamente como con ayuda de la tecnología TI. Además, se permitió el uso de la Voyage 200 en la solución de los exámenes parciales y final de la materia.

A continuación, se muestran dos ejemplos de problemas y las soluciones dadas con ayuda de la calculadora Voyage 200

### **PROBLEMA 1**

Encuentra la gráfica, en 3D:

1. Graficando por planos y
2. con ayuda de la calculadora Voyage 200 de la siguiente ecuación

$$z = x^2 + y^2$$

### **LA SOLUCIÓN.**

#### **Analítica**

Para analizar cómo es la gráfica, analicemos su comportamiento por planos; es decir, veamos lo que sucede en el plano  $z=0$ , en  $x=0$  y en  $y=0$ .

cuando $z=0 \rightarrow 0=(x^2+y^2)$	cuando $x=0 \rightarrow 0=y^2-z$	cuando $y=0 \rightarrow 0=x^2-z$
si $x=0 \rightarrow y=0$ si $y=0 \rightarrow x=0$	si $z=0 \rightarrow y=0$ si $y=0 \rightarrow z=0$	si $x=0 \rightarrow z=0$ si $z=0 \rightarrow x=0$

F1 Zoom F2 Edit F3 All F4 F5 F6 F7 F8  
 PLOTS  
 $z5 = \ln(x^2 + y)$   
 $z6 = \ln(x^2 + y^2)$   
 $z7 = x^2 + y^2$   
 $z8 = \frac{-x^2}{2} - y^2 + 25/8$   
 $z9 = \frac{y}{\sqrt{2 + y^2}}$   
 $z7(x,y) = x^2 + y^2$   
 MAIN RAD AUTO 3D

1.- La presente pantalla muestra la función que se graficará posteriormente. Nótese que se encuentra en función de (x,y), por lo que trabajaremos en 3D.

F1 Zoom F2  
 eyeθ=31.39  
 eyeφ=13.17  
 eyeψ=5.53  
 xmin=-10.  
 xmax=10.  
 xgrid=22.  
 ymin=-10.  
 ymax=10.  
 ygrid=22.  
 zmin=-10.  
 zmax=10.  
 ncontour=0.  
 MAIN RAD AUTO 3D

2.- En Windows, asignamos los valores, tanto mínimos como máximos, para cada eje de la función a graficar. Grid sirve para delimitar el número de divisiones que tendrá cada eje.

F1 Zoom F2 Trace F3 Regraph F4 Math F5 Draw F6 F7 F8  
 MAIN RAD AUTO 3D

3.- WIRE FRAME nos muestra la gráfica de la función en tercera dimensión. El grid que asignamos fue de 22, por lo que obtuvimos una imagen bien definida.

F1 Zoom F2 Trace F3 Regraph F4 Math F5 Draw F6 F7 F8  
 MAIN RAD AUTO 3D

4.- HIDDEN SURFACE, nos permite observar sombreada la superficie. Para funciones como la que utilizamos, es muy útil el hidden surface, pues identificamos fácilmente la forma de su gráfica.

F1 Zoom F2 Trace F3 Regraph F4 Math F5 Draw F6 F7 F8  
 MAIN RAD AUTO 3D

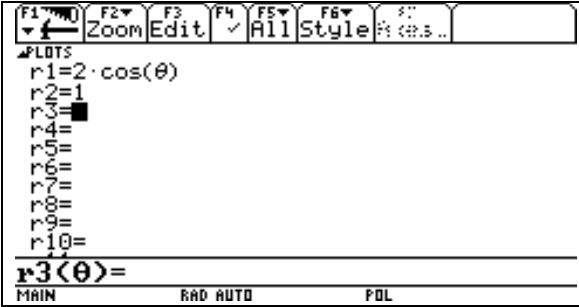
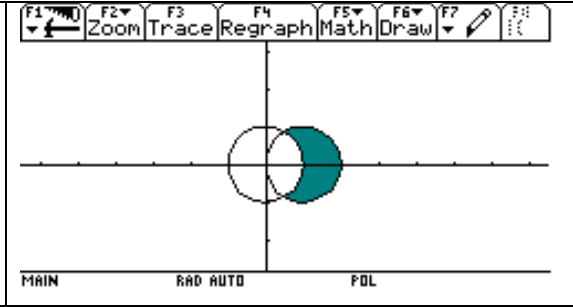
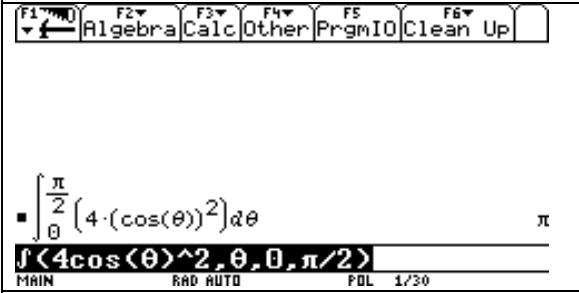
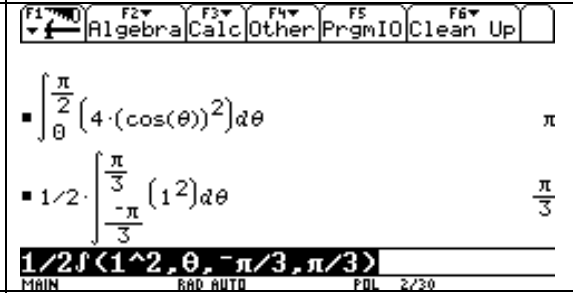
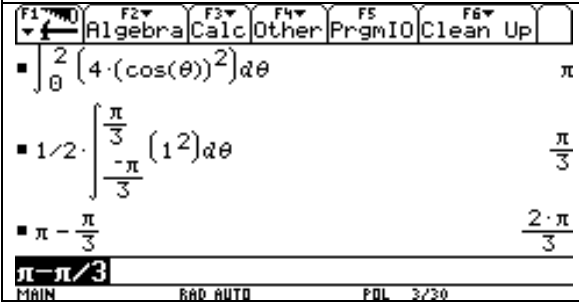
F1 Zoom F2 Trace F3 Regraph F4 Math F5 Draw F6 F7 F8  
 MAIN RAD AUTO 3D

5.- CONTOUR LEVELS nos permite visualizar las curvas de nivel de la función, que en nuestro caso son círculos.

6.- WIRE AND CONTOUR se puede accesar con F1, y eligiendo la opción 9, FORMAT, seleccionamos la modalidad wire and contour. Obtenemos la gráfica delimitada por las curvas de nivel, así como con el grid asignado.

## PROBLEMA 2

Encontrar el área dentro de  $r_1 = 2\cos\theta$ , pero fuera de  $r_2 = 1$ .

	
<p>1.- Se configura la calculadora para trabajar en coordenadas polares y se declaran <math>r_1</math> y <math>r_2</math>.</p>	<p>2.-El área solicitada es la que se encuentra sombreada. (Es el área interior a <math>r_1</math>, pero exterior a <math>r_2</math>)</p>
	
<p>3.- El área de <math>r_1</math> se obtiene por medio de la integral mostrada, dando como resultado <math>\pi</math>.</p>	<p>4.- El área de <math>r_2</math> que toca a <math>r_1</math> se obtiene integrando desde <math>-\pi/3</math> a <math>\pi/3</math>.</p>
	
<p>5.- El resultado se obtiene restando el área de <math>r_1</math> menos el área de <math>r_2</math> que toca <math>r_1</math>.</p>	

Gracias a las presentaciones realizadas por el profesor utilizando la Voyage 200 y el TI Presenter, hubo una mayor comprensión de los conceptos expuestos y por lo tanto,

una mayor participación de los alumnos en la clase. El promedio de calificaciones de los alumnos que utilizaron la Voyage 200 de manera más profunda y rigurosa, es mayor que el obtenido por lo alumnos de otro curso similar donde no se uso la tecnología TI.

Se espera que los alumnos, en cursos subsecuentes, sigan considerando como apoyo la calculadora Voyage 200 para llevar a cabo no sólo la solución de problemas misceláneos, sino problemas que requieran análisis y toma de decisiones.