

# FMB 5 : ÉTUDE DE LA FORCE DE FROTTEMENT STATIQUE

TI-82 STATS – TI-83 Plus – TI-84 Plus

**Mots-clés :** plan incliné, frottement, statique, coefficient.

## 1. Objectifs

- Étudier la force de frottement statique d'un solide en équilibre sur un plan incliné ;
- Paramétrer la calculatrice ;
- Représenter graphiquement une fonction ;
- Régler la fenêtre graphique ;
- Analyser la représentation graphique.

## 2. Situation <sup>1</sup>

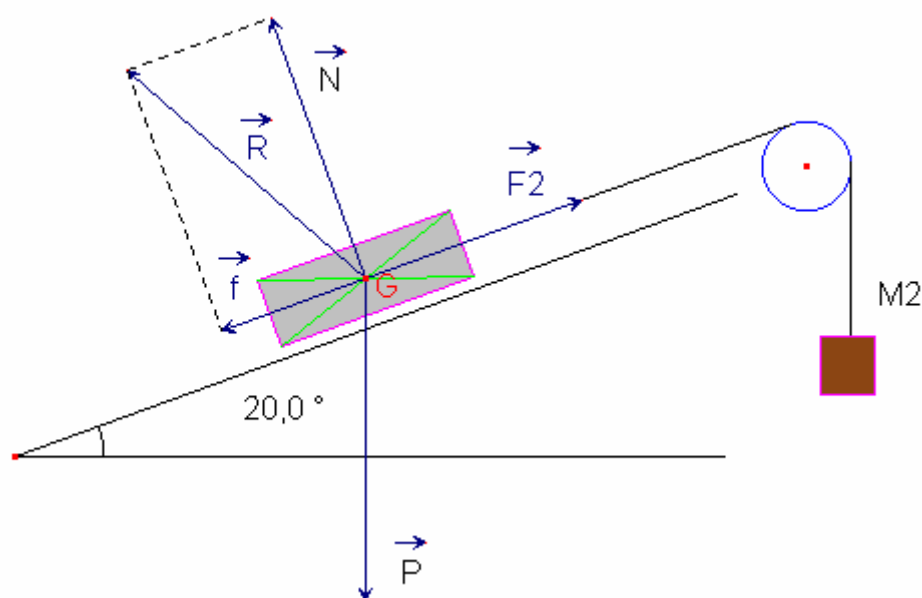


Figure 1

Un solide homogène de masse  $M_1$  glisse avec frottements sur un plan incliné faisant un angle  $\alpha$  avec l'horizontale.

L'équilibre est réalisé avec des masses  $M_2$  juste avant le déplacement du solide.

On se propose de compléter le TP réalisé par une étude graphique afin de prévoir la valeur de l'angle  $\alpha$  à partir de laquelle le frottement statique devient négligeable.

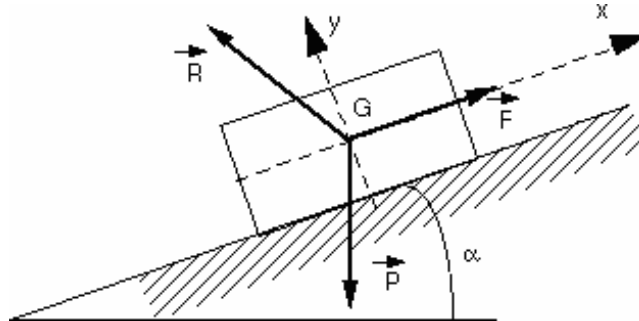
### 1) Quelques rappels théoriques : justification de la figure 1

L'angle du cône de frottement est une constante pour les couples de matériaux.

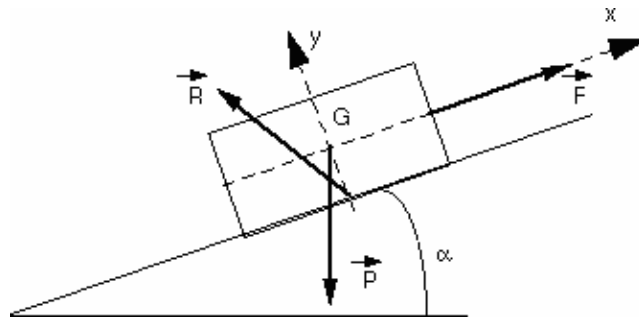
- On place une masse "m" sur un plateau incliné d'un angle  $\alpha$  (avec  $\alpha < \varphi$ ).

<sup>1</sup> Sur le schéma, on a représenté la force de frottement  $\vec{R}$  et sa décomposition en une force normale  $\vec{N}$  et une force tangentielle  $\vec{f}$  pour des raisons de visualisation. En réalité le solide est en équilibre sous l'influence de  $\vec{R}$  ou de  $\vec{N} + \vec{f}$ . D'autre part, pour la compréhension mathématique du schéma, l'ensemble des forces a été rapporté en G. Physiquement,  $\vec{R}$  (force répartie) s'applique sur le plan commun entre le solide et le plan incliné.

- On exerce une force "F" croissante dont la direction est elle aussi inclinée d'un angle  $\alpha$ .
- Dans un premier temps, la masse ne se déplace pas. Puis, à partir d'une certaine valeur de "F", la masse entre en mouvement. On dit que l'on se situe alors "à la limite de l'équilibre".
- Si l'on isole la masse "à la limite de l'équilibre", on obtient le schéma ci-dessous :



- Si l'on exclut les moments, nous pouvons représenter l'ensemble des efforts de la manière ci-dessous :



- Le principe fondamental de la statique nous donne donc :

$$\{\tau_x\}_G + \{\tau_y\}_G + \{\tau_z\}_G = \{0\}_G$$

$$\begin{bmatrix} -R_x & 0 \\ R_y & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -P \sin \alpha & 0 \\ -P \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

**Soit:  $R_x = F - P \sin \alpha$  &  $R_y = P \cos \alpha$**

- Connaissant le coefficient de frottement, nous pouvons écrire :

$$\frac{R_x}{R_y} = f = \frac{F - P \sin \alpha}{P \cos \alpha}$$

$$\Rightarrow f P \cos \alpha = F - P \sin \alpha$$

$$\Rightarrow F = f P \cos \alpha + P \sin \alpha$$

$$\Rightarrow F = P(f \cos \alpha + \sin \alpha)$$

## 2) Adaptation à la figure du TP élève

On a fait figurer sur le schéma, pour l'explication, simultanément les forces  $\vec{R}$ ,  $\vec{f}$  et  $\vec{N}$ .

La réaction  $\vec{R}$  du plan se décompose selon  $\vec{R} = \vec{N} + \vec{f}$ ,  $\vec{f}$  étant la force de frottement.

Les détails de l'étude théorique sont naturellement fournis aux élèves quelle que soit leur spécialité.

Il s'agit ici de les aider à raisonner sur une représentation graphique de fonction afin de réactiver et renforcer leur capacité à analyser, déduire, interpréter et éventuellement conjecturer.

L'activité proposée est volontairement courte tant sur le plan théorique que manipuloire et ceci afin d'inciter le professeur à argumenter lors de la recherche de la valeur critique  $\alpha_0$ .

Il est aussi important que l'élève prenne le temps de bien explorer la représentation graphique grâce à la calculatrice et surtout recherche les correspondances avec le cours de mathématiques (fonctions et équations).

### 3) Compétences dans le maniement de la calculatrice

Les compétences indispensables à l'utilisation de la calculatrice sont résumées ci-dessous et peuvent être consultées sur le cahier « *Premières utilisations d'une calculatrice graphique en BEP et Bac Pro* ».

| Action à réaliser               | Touches                      |
|---------------------------------|------------------------------|
| Réglage du mode                 | <b>MODE</b>                  |
| Réglage de la fenêtre graphique | <b>WINDOW</b>                |
| Entrée d'une fonction           | <b>Y=</b>                    |
| Modélisation                    | <b>STAT CALC</b>             |
| Caractéristiques graphiques     | <b>2<sup>nd</sup> [CALC]</b> |

### 3. Mise en œuvre

Rappel : La touche **MODE** permet de s'assurer que tous les élèves possèdent le même réglage sur leur calculatrice.

```

NORMAL SCI ENG
FLOAT 01 3 4 5 6 7 8 9
RADIAN DEGREE
FUNC PAR POL SEQ
CONNECTED DOT
SEQUENTIAL SIMUL
REAL a+bi re^θi
FULL HORIZ G-T
SETCLOCK 01/01/01 01:31
  
```

Avant de débiter l'activité, demander aux élèves de vérifier que l'éditeur de listes ne contient aucune donnée.

Si tel n'est pas le cas, les faire effacer touche **2<sup>nd</sup> [MEM]** puis choisir le menu **4 : ClrAllLists**.

```

7:10:33
1:About
2:Mem Mgmt/Del...
3:Clear Entries
4:ClrAllLists
5:Archive
6:UnArchive
7↓Reset...
  
```

Vérifier également que l'éditeur de listes permet l'édition des listes L1 à L6.

Sinon, appuyer sur **STAT** puis choisir le menu **5 : SetUpEditor**.

```

3:01 CALC TESTS
1:Edit...
2:SortA(
3:SortD(
4:ClrList
5:SetUpEditor
  
```

Désactiver l'affichage du coefficient de corrélation en appuyant sur la touche **2<sup>nd</sup> [CATALOG]**.

Appuyer sur **ALPHA [D]** et choisir **DiagnosticOff** (machine en anglais).

```

CATALOG
DependAsk
DependAuto
det(
DiagnosticOff
DiagnosticOn
dim(
▶Disp
  
```

**Voir la fiche élève pour le déroulement pédagogique de l'activité**

# FMB 5 : ÉTUDE DE LA FORCE DE FROTTEMENT STATIQUE

TI-82 STATS – TI-83 Plus – TI-84 Plus

**Mots-clés :** plan incliné, frottement, coefficient, statique.

## 1. Objectifs

- Étudier la force de frottement statique d'un solide en équilibre sur un plan incliné ;
- Paramétrer la calculatrice ;
- Représenter graphiquement une fonction ;
- Régler la fenêtre graphique ;
- Analyser la représentation graphique.

## 2. Situation

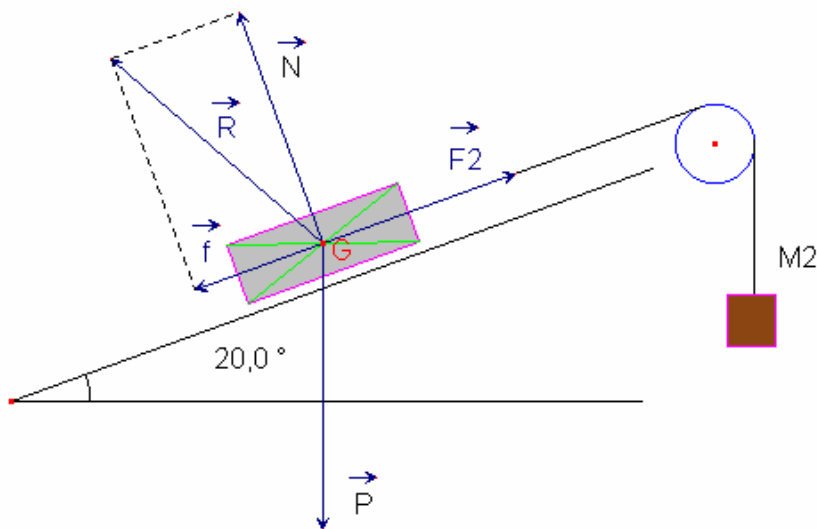
Un solide homogène glisse avec frottements sur un plan incliné faisant un angle  $\alpha$  avec l'horizontale.

L'équilibre est réalisé avec des masses  $M_2$  juste avant le déplacement du solide de masse  $M_1$ .

On se propose de compléter le TP réalisé par une étude graphique, afin de prévoir la valeur de l'angle  $\alpha$  à partir de laquelle cesse le frottement statique.

## 3. Mise en œuvre <sup>1</sup>

*Remarque : selon le modèle de machine, les écrans obtenus peuvent différer légèrement.*



<sup>1</sup> Sur le schéma, on a représenté la force de frottement  $\vec{R}$  et sa décomposition en une force normale  $\vec{N}$  et une force tangentielle  $\vec{f}$  pour des raisons de visualisation. En réalité le solide est en équilibre sous l'influence de  $\vec{R}$  ou de  $\vec{N} + \vec{f}$ . D'autre part, pour la compréhension mathématique du schéma, l'ensemble des forces a été rapporté en G. Physiquement,  $\vec{R}$  (force répartie) s'applique sur le plan commun entre le solide et le plan incliné.

Remarque : on néglige la masse du fil et la masse de la poulie.

Configurer la calculatrice en **Mode Radian**.

Fixer l'affichage des résultats à 3 décimales (écran 1) 2<sup>nd</sup> [QUIT].

### 1) Équilibre du solide

À l'aide des masses marquées  $M_2$ , on réalise l'équilibre du solide juste avant son déplacement.

Le solide étant soumis à des frottements, la réaction  $\vec{R}$  du plan incliné sur le solide est telle que :

$$\vec{R} = \vec{N} + \vec{f}$$

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{f} + \vec{F}_2 = \vec{0}$$

Tant que le solide est en équilibre, la force de frottement tangentielle  $\vec{f}$  ainsi que la force normale  $\vec{N}$  varient avec la force appliquée  $\vec{F}_2$ .

À l'instant où le solide se met en mouvement, vers la droite, la valeur de  $\vec{f}$  atteint la valeur limite  $\vec{F}_m$ .

On peut montrer par projection sur le plan incliné de la relation précédente que la condition d'équilibre peut s'écrire :

$$f = (M_2 - M_1 \times \sin \alpha) g \quad \text{avec } g \approx 10 \text{ N/kg.}$$

Lors de l'expérience nous avons :  $M_2 = 50 \text{ g}$  et  $M_1 = 100 \text{ g}$ .

On fait varier l'inclinaison du plan incliné.

$\alpha$  devient donc, pour la calculatrice, la variable  $x$ .

### 2) Expression de la fonction $f$

Montrer que  $f$  peut se représenter par la fonction :  $y = 0,5 - \sin(x)$ .

Entrer l'expression de cette fonction dans l'éditeur de fonction. Cela correspond à la séquence de touches suivante (écran 2) :

**Y= 0.5 - sin(X) ENTER .**

Adapter les paramètres de la fenêtre graphique (écrans 3 et 4) :

**WINDOW GRAPH .**

### 3) Recherche de l'angle $\alpha$

En utilisant les outils graphiques de la calculatrice, rechercher la valeur de l'angle  $\alpha$ .

On notera que :  $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ .

2<sup>nd</sup> [CALC] 2 : Zero (écrans 5 et 6).

### 4) Conclusion

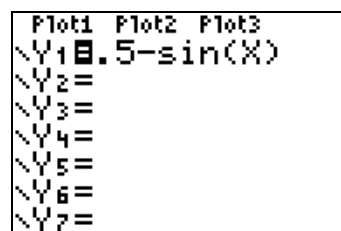
Convertir la valeur trouvée en degrés.

Soit  $\alpha_0$  cette valeur. Que peut-on en déduire quant à l'état d'équilibre du système,

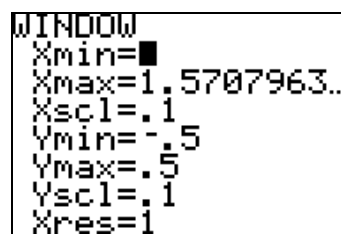
- si  $\alpha < \alpha_0$  ?
- si  $\alpha \geq \alpha_0$  ?



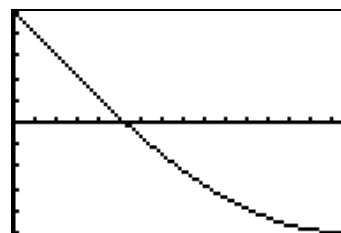
écran 1



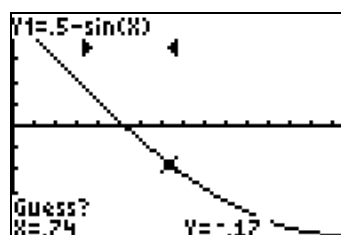
écran 2



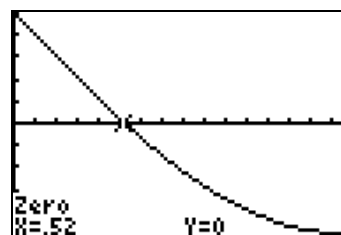
écran 3



écran 4



écran 5



écran 6