

CÓNICAS COMO ENVOLVENTES Y OTROS LUGARES GEOMÉTRICOS

Agustín Carrillo de Albornoz Torres

(Centro de Profesores de Andújar)

Inmaculada Llamas Centeno
(I.E.S. Jándula de Andújar)

La construcción de las diferentes cónicas es una de las nuevas opciones que ofrece **CABRI GÉOMÈTRE** en su versión II. Bastará con pulsar sobre el cuadro herramientas **Curvas** para acceder a las opciones **Circunferencia**, **Arco** o **Cónica**.

A través de la herramienta **Cónica** dibujaremos una elipse, una parábola o una hipérbola construidas a partir de cinco de sus puntos. El tipo de cónica obtenida dependerá de la posición en la que se sitúen los puntos que la definen. Como es de esperar, al desplazar uno cualquiera de estos puntos, cambiará el tipo de cónica dibujada.

Aunque con la herramienta **Curvas** es posible obtener todas las cónicas, incluida la circunferencia, para la que disponemos de una opción propia, proponemos la construcción de cónicas por medio de envolventes, aprovechando las posibilidades que ofrece la opción **Lugar geométrico**, disponible en la herramientas para **Construir**.

A partir de una circunferencia y de un punto **A** interior, que no sea el centro, marcamos un punto **P**

cualquiera de la circunferencia y trazamos el segmento **PA**.

A continuación, construimos la recta **r** perpendicular al segmento **PA** por el punto **P**, como se muestra en la figura 1.

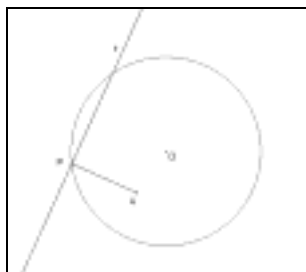


Figura 1

Utilizando **Lugar geométrico** representamos el lugar que determina la recta **r** cuando el punto **P** recorre la circunferencia.

El resultado, que observamos en la figura 2, corresponde a una elipse en la que el punto **A** es uno de los focos y **O** es el centro.

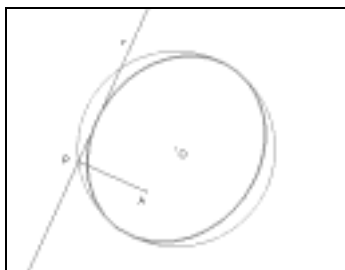


Figura 2

Para observar el proceso realizado al obtener la elipse como el lugar geométrico de las tangentes en el punto **P**, desactivamos **Envolvente** en la opción **Preferencias** del menú **Opciones**.

Al repetir la construcción anterior, se obtendrá la representación que aparece en la figura 3.

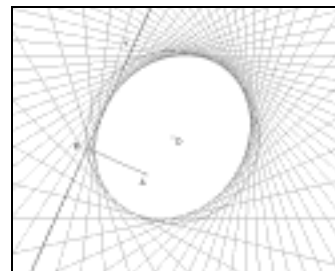


Figura 3

Como propuestas, planteamos las cuestiones siguientes: ¿Qué cónica se obtendrá cuando el punto **A** coincide con el centro de la circunferencia?, ¿Qué ocurre cuando el punto **A** está situado fuera de la circunferencia?

Actividad.

Sea **A** un punto de una circunferencia y **P** un punto exterior. Hallar el lugar geométrico de las mediatrices del segmento **PA** cuando el punto **A** recorre la circunferencia. ¿Qué ocurre cuando el punto **P** es interior a la circunferencia?

Con una construcción análoga, pero tomando como elementos de partida una recta, un punto **A** que no pertenezca a ella y un punto **P** de la recta, al dibujar el lugar geométrico de la recta perpendicular al segmento **PA** por el punto **P**, cuando **P** recorre la recta se obtendrá una parábola similar a la representada en la fig. 4.



Figura 4

Actividad.

Sea **A** un punto de una recta y **P** un punto que no pertenece a la recta. Dibujar el lugar geométrico de las mediatrices del segmento **PA** cuando el punto **A** recorre la recta.

Las siguientes actividades permiten construir nuevos lugares geométricos.

Actividad.

Dado un punto **A** exterior a una circunferencia y **B** un punto de ella. Trazar la recta tangente en el punto **B** a la circunferencia.

Sea **P** el punto de intersección de la recta tangente y de la perpendicular trazada por el punto **A** a la tangente anterior.

Hallar el lugar geométrico del punto **P** cuando **B** se mueve por la circunferencia.

Obtendremos la curva, representada en la figura 5, denominada *Caracol de Pascal*.

Investigar las curvas que se obtendrán al cambiar la posición del punto **A**.

¿En qué posición se debe situar el punto **A** para obtener una *Cardioides*?

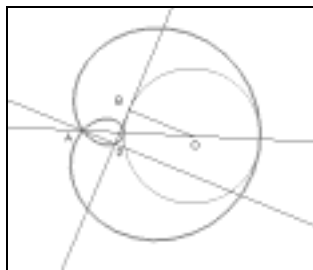


Figura 5

Actividad.

En una circunferencia dibujamos el triángulo **ABC**, siendo **A** y **B** puntos de la circunferencia y **C** el centro.

Hallar el lugar geométrico de los puntos ortocentro, baricentro, circuncentro e incentro, cuando el punto **A** se desplaza por la circunferencia.

Actividad.

Dibujar la *Astroide* (figura 6) como la envolvente de todos los segmentos de longitud **r** cuyos extremos se apoyan en dos diámetros perpendiculares de una circunf. de radio **r**.

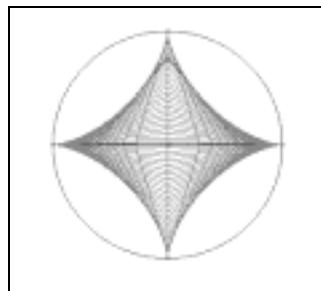


Figura 6

Utilizando circunferencias como envolventes, en lugar de rectas, se obtienen nuevos lugares geométricos.

Para una curva y un punto **P** se obtiene una envolvente al trazar las circunferencias que pasan por el punto **P** y tienen el centro en los puntos de la curva.

Cuando la curva es una circunferencia, a través del procedimiento anterior se obtienen las envolventes representadas en las figuras 7 y 8 para un punto **P** exterior e interior a la circunferencia respectivamente.

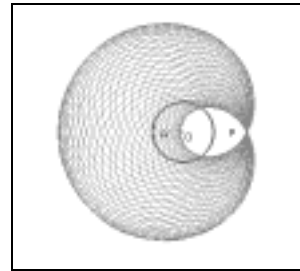


Figura 7

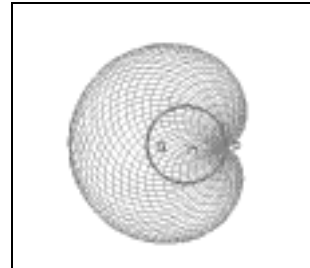


Figura 8

Actividad.

Construir para una elipse la envolvente de circunferencias.

Las posibilidades que ofrece la nueva versión de Cabri permitirán la representación de cualquier lugar geométrico, directamente a través de la opción correspondiente o utilizando la herramienta **Traza** para determinar el punto o puntos que dibujarán la estela por la que van pasando y **Animación** para mover el objeto que se desplaza para determinar el lugar geométrico solicitado.