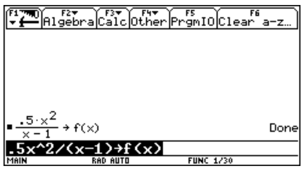
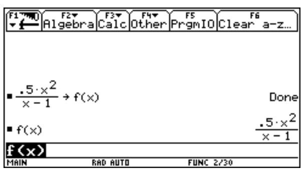
ESTUDIO DE UNA FUNCIÓN

Nicolás Rosillo Fernández
IES Francisco Nieva
Valdepeñas. Ciudad Real

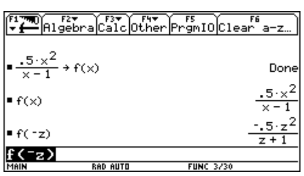
Sea la función $y = \dfrac{.5x^2}{x-1}$ Lo primero que haremos será almacenarla como f(x) en la TI-92 mediante **.5x^2÷(x-1) STO f(x) ENTER**



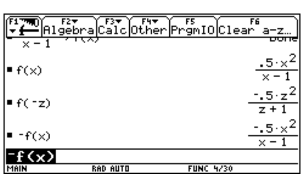
Dominio: R - {1}
Recorrido: R
SIMETRÍAS
Visualicemos la expresión de la función con **f(x) ENTER**



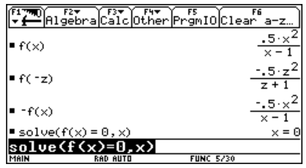
Para estudiar si posee simetría par tecleamos **f(-z) ENTER** (si no cambio la variable la TI-92 da error)



y deducimos que por ser distintas las expresiones no posee esa simetría.
Para analizar la simetría impar introducimos **(-)f(x) ENTER**

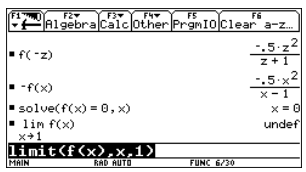


y comparándola con f(x) comprobamos la no existencia de simetrías.
CORTES CON LOS EJES
Preguntamos a nuestros alumnos qué hemos de hacer para hallar los puntos de corte, y una vez resuelto que debemos hallar las soluciones de la ecuación igualada a cero, tecleamos **F2 1 f(x)=0,x) ENTER**

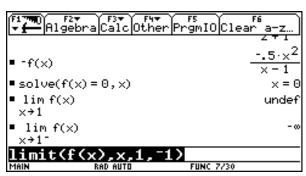


cuyo resultado indica que la única solución de esa ecuación es x=0, por lo que el único punto de corte es el (0, 0).

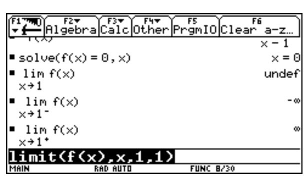
ASÍNTOTAS
Verticales: el candidato es x=1, y para estudiar el límite se introduce **F3 3 f(x),x,1) ENTER**



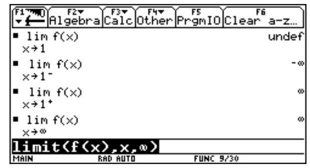
Cuestión para los alumnos: ¿por qué sale indefinido? Indagando los límites laterales por la izquierda **F3 3 f(x),x,1,-1) ENTER (**donde el último parámetro indica la dirección)



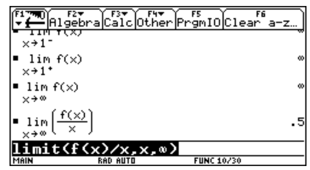
y por la derecha en x=1 **F3 3 f(x),x,1,1) ENTER**



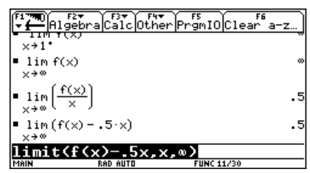
deducimos que el límite tiene distinto valor según la dirección por la que nos acerquemos a x=1. Observando los valores obtenidos x=1 es asíntota vertical.
Horizontales: para calcular el límite cuando $x \to \infty$ debemos teclear **F3 3 f(x),x, 2nd J) ENTER**



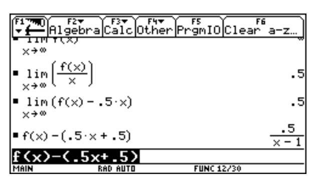
y si obramos del mismo modo para $x \to -\infty$ se observará que no existen asíntotas horizontales.
Oblicuas: Si introducimos el límite de f(x)/x cuando $x \to \infty$: **F3 3 f(x)/x,x,2nd J) ENTER**



éste indica que la asíntota y = mx + n tiene m = .5. Si calculo el valor de n con **F3 3 f(x)-.5x, x,2nd J) ENTER**

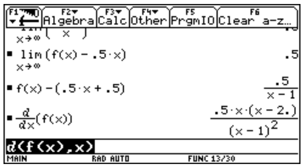


obtengo que la asíntota es y = .5x + .5.
Trabajando con $x \to -\infty$ se obtiene la misma asíntota.
Antes de averiguar la posición de la gráfica con respecto a la asíntota sería interesante preguntarle a los alumnos cómo piensan que esto podría hacerse si tuviesen una herramienta realmente potente. Muy pocos pensarían que podríamos restar las expresiones correspondientes a la función y a la asíntota y estudiar su signo. Tecleamos **f(x)-(.5x+.5) ENTER**

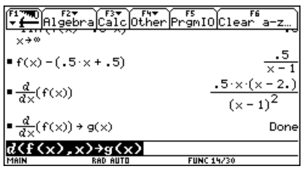


y la expresión obtenida es positiva para x>1 y negativa para x<1, lo que indica que la función va por encima de la asíntota después de x=1 y por debajo de la asíntota antes de x=1.

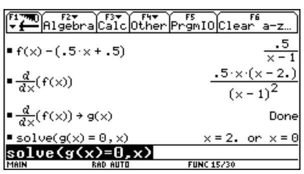
MONOTONÍA
Después de preguntarles a los alumnos qué debemos hacer, calculamos los puntos que anulan la primera derivada. Dicha derivada se calcula con **F3 1 f(x), x) ENTER**



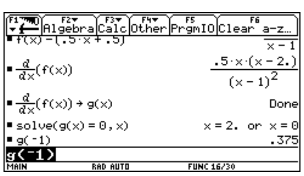
cuya expresión guardaremos como g(x) mediante **CURSOR DCHA. STO g(x)**



y para resolver la primera derivada igualada a cero pulso **F2 1 g(x)=0,x) ENTER**

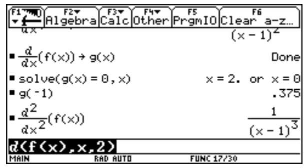


obteniéndose x=2 y x=0 como raíces, siendo por tanto los intervalos a estudio $(-\infty,0),(0,1),(1,2),(2,\infty)$. En el primer intervalo escojo -1 y hallo g(-1) mediante **g((-)1) ENTER**

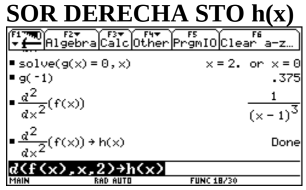


resultado mayor que cero, por lo que en el primer intervalo la función crece. Actuando de forma análoga en el resto de los intervalos se obtiene que en (0,1) decrece, en (1,2) decrece y en $(2,\infty)$ crece.

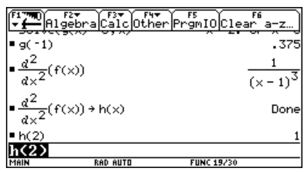
PUNTOS CRÍTICOS
Son candidatos los valores que anulen la primera derivada, es decir x=2 y x=0. Calculo la segunda derivada d(f(x),x,2) donde este último parámetro indica el orden de la derivada **F3 1 f(x),x,2) ENTER**



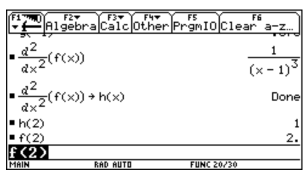
y la almaceno como h(x) con **CURSOR DERECHA STO h(x)**



tecleo **h(2)**

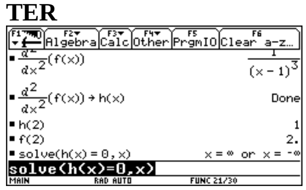


que al ser mayor que cero indica que en x=2 tengo un mínimo, y para obtener la imagen de x=2 introduzco **f(2)**

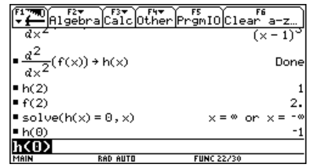


por lo que en (2, 2) tengo un mínimo. De idéntico modo en (0, 0) obtendremos un máximo.

CURVATURA
Para el estudio de la concavidad-convexidad se han de estudiar los puntos que hacen la segunda derivada cero, más los puntos de discontinuidad. Resolviendo la segunda derivada igualada a cero **F2 1 h(x)=0,x) ENTER**

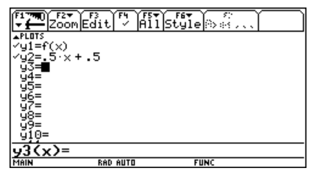


se aprecia que no existen puntos que la anulen, siendo por tanto nuestros intervalos $(-\infty,1)$ y $(1,\infty)$.
Introduciendo **h(0)**

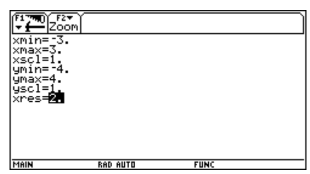


se obtiene -1 (< 0), por tanto la función hasta x=1 es cóncava hacia abajo. Observando que h(2) era 1 (> 0), desde x=1 en adelante la función es cóncava hacia arriba. Por no existir puntos que anulen la segunda derivada no existen puntos de inflexión.

DIBUJO DE LA GRÁFICA
Para comprobar los resultados obtenidos, introducimos las ecuaciones de la función y la asíntota para obtener sus gráficas. Pulsamos ◊ **W** e introducimos **f(x) ENTER** y **.5x+.5 ENTER.**



Definimos los límites de nuestra ventana de gráficos pulsando ◊ **E**



e introduciendo los valores que aparecen en la pantalla, y con sólo pulsar ◊ **R** observaremos las gráficas.