

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

María Dolores Vela
IES José de Churriguera
Leganés.Madrid.

Con esta actividad además de presentar la resolución de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método gráfico pretendemos conseguir los siguientes objetivos:

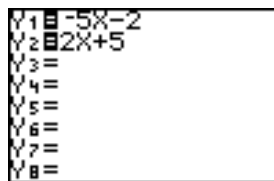
- Relacionar una ecuación de dos variables x e y con su representación gráfica.
- Asociar los valores x e y (solución del sistema) con las coordenadas del punto de intersección de dos rectas.
- Discutir la compatibilidad de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas en función de la representación gráfica de las rectas asociadas.
- Estudiar la equivalencia de sistemas. Resolver con matrices un sistema de ecuaciones lineales.

RESOLUCIÓN GRÁFICA

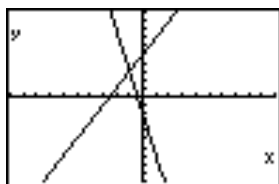
Considerar el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned} 5x + y &= -2 \\ 4x - 2y &= -10 \end{aligned}$$

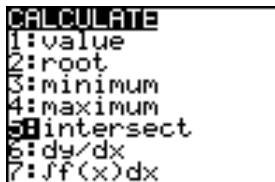
Despejar y en cada una de las ecuaciones e introducirla en el editor de funciones $Y=$



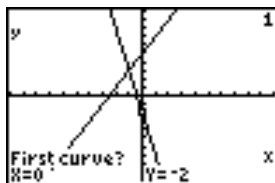
Pulsar **GRAPH** para visualizar la representación gráfica de ambas funciones y deducir la existencia de la solución del sistema en función de la intersección de ambas rectas.



Pulsar **CALC** y, con la ayuda del cursor, seleccionar la opción **intersect** para hallar las coordenadas del punto intersección.

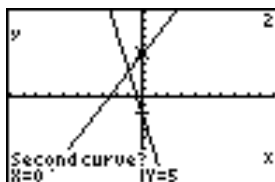


Pulsar **ENTER** y observar la pantalla:

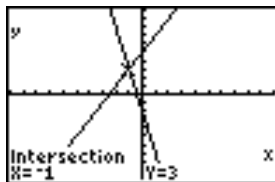


Aceptar, pulsando **ENTER**, la primera curva indicada por el parpadeo del cursor.

Pulsar de nuevo **ENTER** para aceptar la segunda curva marcada en la pantalla:



Desplazar el cursor sobre el punto intersección que se observa en la representación cuando nos pida un valor aproximado (**Guess**), y, a continuación, podremos ver cómo el cursor se desplaza sobre el punto intersección de ambas curvas, al tiempo que aparecen las coordenadas del mismo en la pantalla.



Una vez realizada la resolución gráfica del sistema podrían desarrollarse líneas de investigación como éstas:

- Razonar cuándo no tiene solución un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Dar un ejemplo y comprobarlo.
- Razonar cuándo un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas tiene infinitas soluciones. ¿Dónde aparecen representadas todas las soluciones?. Comprobarlo con un ejemplo.

SISTEMAS EQUIVALENTES

Tras resolver gráficamente el sistema:

$$\begin{aligned} 4x + 2y &= 2 \\ x - y &= 8 \end{aligned}$$

vamos a comprobar que las siguientes operaciones nos transforman el sistema anterior en otro equivalente:

1. Multiplicación de ecuaciones por un número

Transformar el sistema anterior multiplicando la primera ecuación por 3 y la segunda por -5. Resolver gráficamente el sistema obtenido.

Probar con otros valores y comprobar el resultado. Enunciar la propiedad.

2. Sumar a una ecuación un múltiplo de la otra.

Transformar el sistema sumando a la primera ecuación la segunda multiplicada por 4. Resolver gráficamente el sistema obtenido.

Probar con otra combinación y comprobar el resultado. Enunciar la propiedad.

DIAGONALIZACIÓN DE LA MATRIZ DE LOS COEFICIENTES.

Basándonos en las dos propiedades que se han comprobado con el método gráfico, vamos a resolver un sistema de ecuaciones lineales diagonalizando la matriz de los coeficientes.

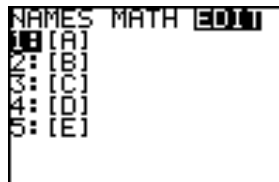
Introducir los coeficientes del sistema de ecuaciones lineales

$$x - y = -1$$

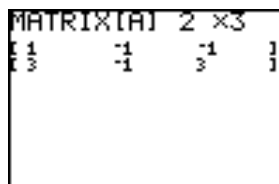
$$3x - y = 3$$

en una matriz de dimensiones 2 x 3, con los siguientes pasos:

1. Pulsar **MATRIX**, seleccionar con el cursor la opción **EDIT** y aceptarla pulsando **ENTER**.



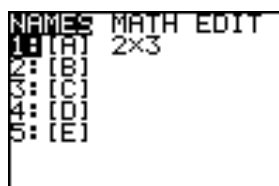
2. Definir las dimensiones de la matriz 2x3 y aceptarla pulsando **ENTER**.



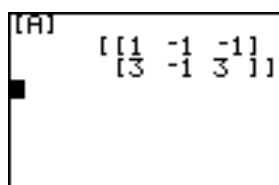
4. Pulsar **QUIT** con **2nd MODE** para ir a la pantalla principal.

A continuación vamos a diagonalizar la matriz **A** transformando el sistema en otro equivalente.

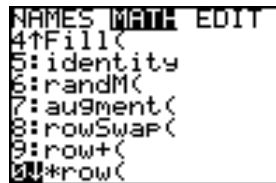
Pulsar **MATRIX**



Pulsar dos veces **ENTER** para visualizar los elementos a matriz **A** en la pantalla principal.



Pulsar **MATRIX** y con el cursor seleccionar la opción ***row+**



aceptarla con **ENTER** e introducir en el orden que se indica y separados por comas:

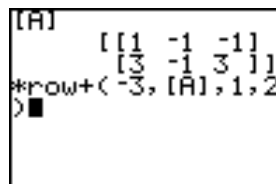
El **valor** por el que se multiplica a la fila.

La **matriz** donde se realiza la transformación.

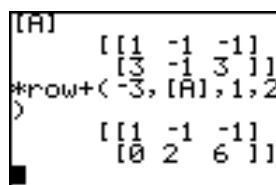
El **número** de orden de la fila que se multiplica por el valor.

El **número** de orden de la fila a la que se suma el producto indicado en el apartado anterior.

Para nuestra matriz **A** obtendríamos:



Pulsar **ENTER** para obtener:

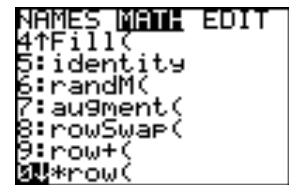


El sistema de ecuaciones representado en la matriz obtenida, ¿es equivalente al sistema inicial?. ¿En qué propiedad nos basamos?

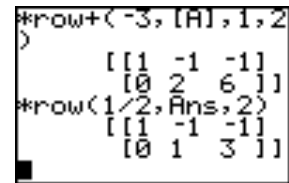
La última matriz obtenida queda almacenada en la memoria, para recuperarla presionar **ANS** con **2nd (-)**.

Vamos a conseguir el valor 1 en la segunda fila, segunda columna, de la matriz.

Presionar **MATRIX** y, con el cursor, seleccionar la opción ***row**

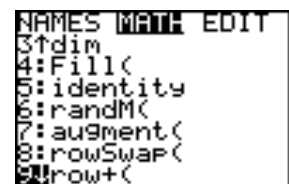


Pulsar **ENTER** e introducir en la pantalla principal los valores ***row (1/2, Ans, 2)** para obtener:

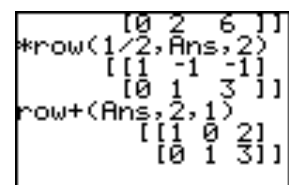


El sistema de ecuaciones representado en la matriz obtenida, ¿es equivalente al sistema anterior?. ¿En qué propiedad nos basamos?

Para finalizar el proceso de diagonalización de la matriz de los coeficientes del sistema de ecuaciones, pulsar **MATRIX** y seleccionar la opción :



Introducir los valores **row+ (Ans,2,1)** y aceptar con **ENTER** para obtener:



Expresando el sistema en función de las incógnitas **x** e **y** se obtiene la solución del sistema:

$$x = 2$$

$$y = 3$$