

**Juan Antonio Pulido del Tío.**

**I.E.S. Monterroso.**

**Estepona. Málaga.**

**El N.I.F.**

**Introducción.**

Presentamos a continuación un problema de divisibilidad propuesto a los alumnos de 3º de ESO en diferentes cursos, que pretende poner de manifiesto la capacidad de la calculadora gráfica para:

- Abordar un problema por métodos directos, necesitando para comenzar muy pocos conocimientos matemáticos.
- Adoptar una metodología de trabajo, que no sería posible sin su utilización, ya que los objetivos a alcanzar con la tarea propuesta quedarían ocultos por la cantidad de cálculos necesarios en su desarrollo.
- Establecer conjeturas bien fundamentadas que llevarán a enunciar propiedades generales, que permitirán resolver de manera más rápida problemas futuros.

**Enunciado.**

*Para calcular la letra del N.I.F., se divide el número del D.N.I. entre 23 y se obtiene el resto; a cada número del 0 al 22 se le asocia una letra, que será la correspondiente al N.I.F.*

Resto.	Letra.	Resto.	Letra.	Resto.	Letra.	Resto.	Letra.
0	T	7	F	14	Z	21	K
1	R	8	P	15	S	22	E
2	W	9	D	16	Q		
3	A	10	X	17	V		
4	G	11	B	18	H		
5	M	12	N	19	L		
6	Y	13	J	20	C		

1. *Calcula la letra correspondiente a tu N.I.F.*
2. *Se sabe que el N.I.F. de una cierta persona es 2490298?-Z. ¿Qué posibilidades hay para la última cifra?*
3. *Se sabe que el N.I.F. de una cierta persona es 249029??-Z. ¿Qué posibilidades hay para las dos últimas cifras?*

**Resolución y comentarios.**

La primera pregunta que puede plantearse al leer el enunciado del problema es, ¿por qué la tabla llega sólo hasta el número 22?, lo que nos lleva a tratar cuestiones de divisibilidad.

Para resolver la primera cuestión será necesario calcular el resto de la división entre 23 de un número natural.

Si llamamos D al dividendo, d al divisor, c al cociente y r al resto, tenemos la expresión,

$$D=dc+r$$

y despejando r:

$$r=D-dc$$

El resultado obtenido en la calculadora al dividir D entre d es un número decimal cuya parte entera es el cociente de la división. Para obtener el resto, bastará con multiplicar la parte entera por el divisor y restársela al dividendo.

Este hecho puede comprobarse reiterando divisiones sencillas a mano y con la calculadora. Como se ve, se está incidiendo en el significado de la división y utilizando reiteradamente el algoritmo de Euclides.

Comprendido lo anterior, cada alumno puede calcular la letra de su NIF.

Al hacer, por ejemplo, la división de 24905926 entre 23 utilizando el procedimiento explicado, obtenemos de cociente 1082866 y de resto 8.

Es conveniente comprobar que tomando 1082866 como cociente y 8 como resto, el algoritmo de Euclides se verifica, es decir que  $24905926 = 1082866 \times 23 + 8$ .

Una primera forma de proceder, podría ser:

```
24905926/23
1082866.348
24905926-1082866
*23
8
```

Utilizando las posibilidades de la calculadora, accediendo mediante  $\text{MATH} \rightarrow 3$  al menú NUM, opción 4: ipart tenemos:

```
MATH NUM CPX PRB
1: Frac
2: Dec
3:
4: sqrt
5: x^y
6: fMin(
7: fMax(
```

```
MATH NUM CPX PRB
1: abs(
2: round(
3: ipart(
4: fpart(
5: int(
6: min(
7: max(
```

```
24905926-ipart(2
4905926/23)*23
8
```

Se pueden sacar las siguientes conclusiones:

- El cociente de la división es la parte entera de  $24905926/23$
- El resto es el resultado de restar al número 24905926 el producto de la parte entera de  $24905926/23$  por 23.
- Con estos valores el algoritmo de Euclides se verifica:  
 $1082866 \times 23 + 8 = 24905926$

Si se calculan varias letras del NIF se está insistiendo en el algoritmo de la división y en su comprensión. Se puede utilizar el siguiente algoritmo con la calculadora para obtener, mediante  $2^{\text{nd}} \text{ENTER}$  (ENTRY), de forma sencilla el cociente y el resto de la división entre 23 de cualquier número natural y por lo tanto calcular la letra correspondiente a cualquier DNI sin más que modificar dicho número:

```
24905926 → A: ipart(
(A/23) → C: A-C*23 →
R: (C,R)
(1082866 8)
```

```
(A/23) → C: A-C*23 →
R: (C,R)
(1082866 8)
24902988 → A: ipart(
(A/23) → C: A-C*23 →
R: (C,R)
(1082738 14)
```

donde se ha asignado a la variable A el D.N.I. y C y R son respectivamente el cociente y el resto de la división entre 23. Al pulsar  $\text{ENTER}$  obtendremos, entre llaves el cociente y el resto. Si queremos modificar el D.N.I., bastará con accionar  $2^{\text{nd}} \text{ENTER}$  (ENTRY) e introducir el nuevo número.

Sin duda la segunda cuestión es mucho más interesante. Tendremos que buscar la última cifra de un número comprendido entre 24902980 y 24902989 tal que al dividirlo entre 23 el resto sea 14.

Se puede proceder de diferentes formas:

- Directamente, calculando el resto de la división entre 23 de cada uno de los diez números posibles (procedimiento poco operativo).
- Utilizando un algoritmo como el descrito arriba y mediante **ENTRY**, ir introduciendo el nuevo número.
- Utilizando tablas.

Para ello, primero construiremos dos funciones,  $Y_1$  y  $Y_2$ , que darán respectivamente el cociente y el resto de la división del número ( X ) entre 23. Después mediante  $2^{\text{nd}} \text{WINDOW}$  y  $2^{\text{nd}} \text{TRACE}$  definimos la tabla correspondiente:



Está claro que  $249029ab-14$  es un múltiplo de 23, siendo a, b números comprendidos entre 0 y 9. Podemos escribir que  $24902900+10a+b-14=23k$ . Dividiendo  $24902900$  entre 23, sale  $1082734'8$ , y multiplicando  $1082735$  por 23 saldrá el primer múltiplo de 23 mayor que  $24902900$ , que resulta ser  $24902905$ . Tendremos pues que:

$$24902905-5+10a+b-14=23k ; \text{ es decir que } 10a+b-19 \text{ es un múltiplo de } 23.$$

Habría que ver los valores posibles para que  $10a-19+b$  sea múltiplo de 23:

$0 \leq a \leq 9$	$10a-19$	$0 \leq b \leq 9$	$10a+b-19$ múltiplo de 23 (0,23,46,69,92, ...)
0	-19		No es posible
<b>1</b>	-9	<b>9</b>	0
2	1		No es posible
3	11		No es posible
<b>4</b>	21	<b>2</b>	23
5	31		No es posible
<b>6</b>	41	<b>5</b>	46
7	51		No es posible
<b>8</b>	61	<b>8</b>	69
9	71		No es posible

Los números de entre los dados cuya letra del N.I.F. es la Z son el 24902919, 24902942, 24902965 y 24902988.

En este desarrollo hay que hacer algunos cálculos mentales, tener en cuenta el significado de nuestro sistema de numeración decimal y por supuesto los conceptos de múltiplo y divisor. Es obvio la rapidez de este método con respecto al anterior, sobre todo si no se dispone de CG.

