TI-Nachrichten – Sonderausgabe

TI-Nspire™ TECHNOLOGIE

Der neue Blick für das Ganze

Inhaltsverzeichnis

Inspirationen mit TI-Nspire™

René Hugelshofer

Dieser Beitrag beschäftigt sich mit der neuen TI-Nspire™, Technologie, die es sowohl als Handheld und auch als zu 100 % kompatible PC Software geben wird. TI-Nspire™ baut auf den bewährten Rechnern Voyage™ 200 und TI-89 Titanium auf, kann aber die vier wichtigsten Applikationen für den Mathematik- und naturwissenschaftlichen Unterricht in einem Dokument verknüpfen. Ich möchte hier die Applikationen und einige der innovativen Neuigkeiten von TI-Nspire™ kurz vorstellen.

Applikation Calculator

Die Applikation Calculator ist das CAS (Computer-Algebra-System) und entspricht im Befehlssatz dem Voyage™ 200 oder TI-89 Titanium. Benutzer von CAS-Systemen von TI finden sich deshalb in dieser Umgebung schnell zurecht.
Bei der Version ohne CAS findet der Nutzer hier zahlreiche nützliche Befehle, mit denen man gezielt Berechnungen durchführen kann. Der Calculator ist bei dieser Version eine großzügig gestaltete Rechenoberfläche.

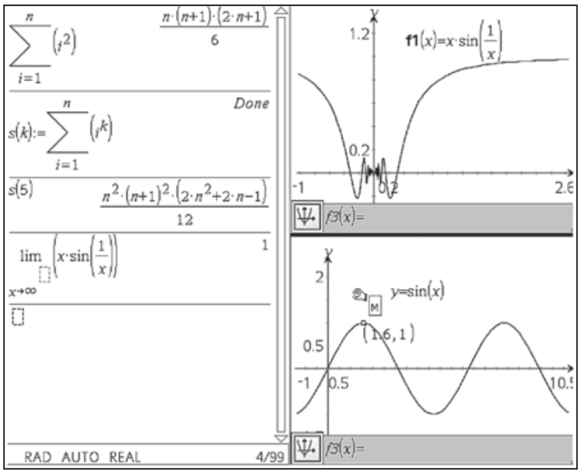


Abb. 1

In der Abb. 1 sieht man links die Eingabe zur Berechnung der Summe der Quadrate der ersten n natürlichen Zahlen. Diese lässt sich verallgemeinern zu einer Summe von Potenzen mit beliebigem natürlichen Exponenten. Diese Reihe ist vom Exponenten k abhängig und kann als Term $s(k) := \sum_{i=1}^{n} i^k$ definiert (beachte die neue Möglichkeit mit dem Zuweisungsoperator :=) und z.B. mit s(5) aufgerufen werden. Das zweite Beispiel in Abb. 2 zeigt die Eingabe von $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{\sin(x)}{x}$.

Applikation Graphs & Geometry (G&G):

Das Zeichnen von Funktionsgrafen ist wesentlich vereinfacht worden: die Einstellungen des Koordinatensystems können mit dem Zeiger dynamisch verändert werden.

So können z. B. Funktionen wie $\sin\left(\frac{1}{x}\right)$ oder $x \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ in einer Umgebung von 0 oder für große x leichter erforscht werden (Abb. 1, rechtes oberes Fenster). Trace, Maximum, Minimum und Nullstellen findet man dynamisch durch Bewegen eines Punktes auf dem Grafen (Abb. 1, rechts unten). Die Grafen der wichtigsten Funktionen lassen sich interaktiv verschieben bzw. affin transformieren. Die Funktionsgleichung wird dabei dynamisch angepasst und angezeigt.

Neben dem Zeichnen von Funktionsgrafen steht eine Geometrieumgebung zur Verfügung, wie wir sie von Cabri oder Geogebra her kennen. Im Gegensatz zu diesen Programmen kann das CAS aber mit der Geometrieumgebung verknüpft werden.

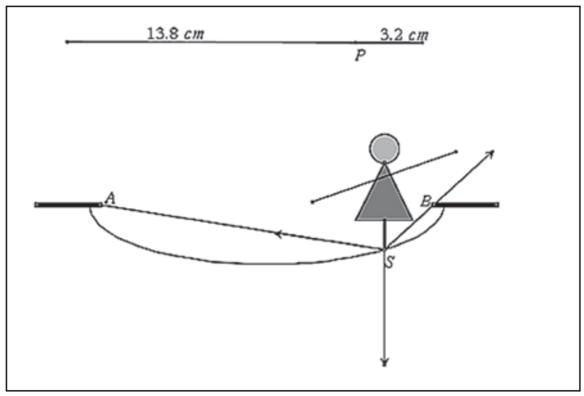


Abb. 2

Liebe Leserinnen und Leser,

seit der ersten Vorstellung von TI-Nspire™ CAS in den TI-Nachrichten vor einem halben Jahr hat sich vieles getan. Zum einen können Sie neue **TI-Nspire™ -Technologie nun entweder als numerisches oder CAS-fähiges Handheld mit entsprechender jeweils zu 100% kompatibler PC-Software** im Unterricht einsetzen. Zum anderen wurde konsequent mit führenden Pädagogen und Didaktikern an der Produktentwicklung und Evaluation gearbeitet. Weltweit und insbesondere auch in den deutschsprachigen Ländern. Rund 60 Pilotklassen mit über 1.500 Schülern – betreut von fünf Universitäten aus Deutschland, Österreich und der Schweiz – habensich intensiv mit diesem neuen Werkzeug in ihrem Unterricht auseinander gesetzt. Die Ergebnisse dieser sehr breit angelegten Evaluation finden bereits jetzt Niederschlag in der Konzeption von Unterrichtsmaterialien verschiedener Autoren und Verlage, Fortbildungen durch T^3 und anderen Organisationen und nicht zuletzt auch in der weiteren Produktentwicklung.

In der Regel sind die Pilotklassen unter Einbindung der jeweiligen Bildungsministerien eingerichtet worden. Zahlreiche Gespräche mit den Verantwortlichen auf verschiedenen Ebenen zeigen, dass in vielen Fällen die weitere Lehrplanentwicklung neue Impulse bekommen hat. Dies lässt für die nähere bis mittlere Zukunft entsprechende Maßnahmen erwarten.

Die Rückmeldungen aus den Pilotschulen sind durchwegs positiv. Produktseitig wird vor allem die interaktive und dynamische Verknüpfung der verschiedenen mathematischen Repräsentationen (symbolisch, geometrisch-grafisch, tabellarisch, sprachlich) und das neuartige Dokumentenmodell hervorgehoben. Aus dem Unterricht wird von einem tieferen und virtuoseren Umgang der Schüler mit mathematischen Inhalten und einer gestiegenen Begeisterung der Schüler berichtet. Eine detaillierte Publikation der Ergebnisse ist für den Beginn des neuen Schuljahres geplant.

Weitere Informationen zur Evaluation erhalten Sie unter www.tinspirepilotschulen.de oder www.ti-nspire.com. Zudem finden Sie viele ergänzende Informationen zu TI-Nspire™ auf den TI-Websites.

Die Artikel dieser Sonderausgabe wurden von erfahrenen Lehrkräften geschrieben, die Ihnen die neuen Möglichkeiten von TI-Nspire™ anhand einiger unterrichtspraktischer Beispiele verdeutlichen möchten.

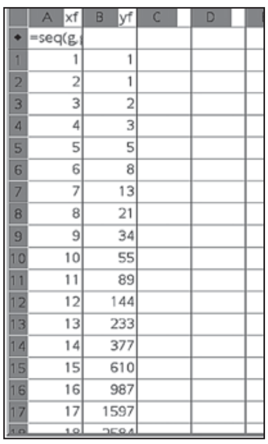
Ihr TI-Team

Das Bild 2 zeigt eine Seiltänzerin auf einem gegebenen Seil fester Länge. Der Punkt P unterteilt das Seil (oben als Strecke definiert) in zwei Teilstrecken, welche von den Punkten A und B mit Kreisen abgetragen wurden (Schnittpunkt S). Außerdem ist die Zerlegung der Gegenkraft zur Gewichtskraft in Richtung der Seilstücke konstruiert (die Gewichtskraft ist hier als veränderbare Größe definiert). Die Tänzerin ist eine Zugabe und soll Schülerinnen und Schüler zu Eigenkreationen ermuntern.

Erstaunlicherweise wurde mir erst beim dynamischen Verschieben der Figur und beim Einzeichnen der Ortslinie (locus) zum ersten Mal bewusst, dass Seiltanzen auf einem Seil fester Länge am Anfang und am Ende fast unmöglich ist, weil die Bahnellipse über die beiden Brennpunkte A und B hinausgeht und die Strecke $\overline{SB}$ am Schluss senkrecht ist. Deshalb wird im Zirkus das Seil immer zusätzlich gespannt (englisch: tightrope walker).

Applikation Lists & Spreadsheet

Hier werden Tabellenkalkulation, Data-Matrix-Editor und Statistik zu einer Applikation vereint. Ich zeige dies am Beispiel der Fibonacci-Folge.



	A xf	B yf	C	D
◆	=seq(g,...			
1	1	1		
2	2	1		
3	3	2		
4	4	3		
5	5	5		
6	6	8		
7	7	13		
8	8	21		
9	9	34		
10	10	55		
11	11	89		
12	12	144		
13	13	233		
14	14	377		
15	15	610		
16	16	987		
17	17	1597		

Abb. 3

Die erste Spalte (Abb. 3) enthält die ersten 20 natürlichen Zahlen. Die verwendeten Variablen können, im Gegensatz zu lokalen Variablen wie a1, a (bzw. A) usw. welche nur in der Tabellenkalkulation gelten, auch in anderen Applikationen verwendet werden. In der zweiten Spalte werden die ersten zwei Felder von Hand mit 1 belegt und im dritten Feld die Formel =b1+b2 eingetragen. Diese Formel kann (wie in EXCEL®) nach unten kopiert werden. Die Punkte (xf;yf) lassen sich jetzt plotten.

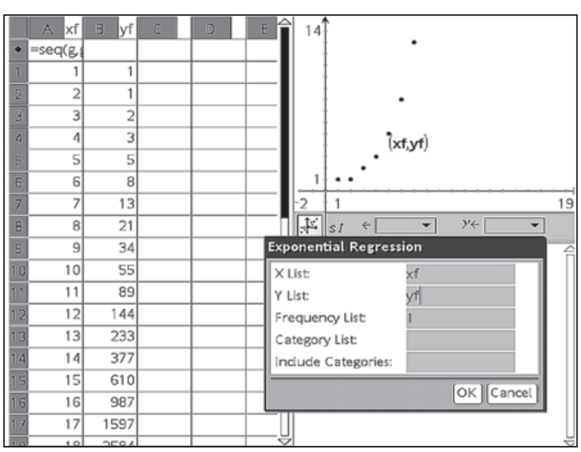
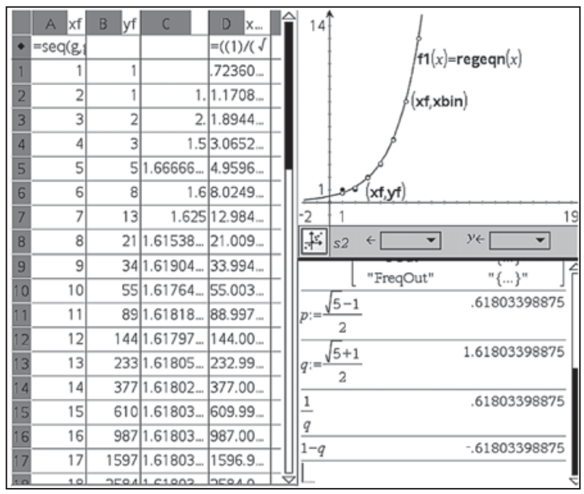


Abb. 4

Als nächstes approximieren wir die Fibonacci Folge mit einer exponentiellen Regression. Die Regressionskurve tragen wir in G&G mit f1(x):= regeqn(x) ein (Abb. 4). Diese stimmt mit der Folge nur am Anfang nicht überein, für große Folgenglieder ist die Annäherung recht gut.

Wir bestimmen nun den Wachstumsfaktor q der vermuteten geometrischen Folge in einer neuen Spalte mit Hilfe der Quotienten je zweier aufeinander folgender Glieder. Diese Folge konvergiert gegen einen bekannten Wert, nämlich das Verhältnis des Goldenen Schnitts. Dieser Wert

ist $q=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ (siehe Calculator Fenster in Abb. 5).



	A xf	B yf	C	D x...
◆	=seq(g,...			=((1)/(√
1	1	1		.72360...
2	2	1	1.	1.1708...
3	3	2	2.	1.8944...
4	4	3	1.5	3.0652...
5	5	5	1.66666...	4.9596...
6	6	8	1.6	8.0249...
7	7	13	1.625	12.984...
8	8	21	1.61538...	21.009...
9	9	34	1.61904...	33.994...
10	10	55	1.61764...	55.003...
11	11	89	1.61818...	88.997...
12	12	144	1.61797...	144.00...
13	13	233	1.61805...	232.99...
14	14	377	1.61802...	377.00...
15	15	610	1.61803...	609.99...
16	16	987	1.61803...	987.00...
17	17	1597	1.61803...	1596.9...

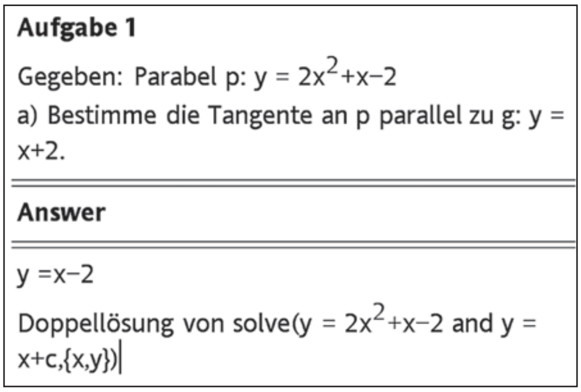
Abb. 5

Dargestellt ist auch der Zusammenhang zum anderen Verhältnis $p=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, nämlich p=1/q=q-1.

Der französische Mathematiker Binet veröffentlichte 1843 die Formel $f_n=\frac{1}{\sqrt{5}}\left(q^n-(-p)^n\right)$, welche die Fibonacci Folge exakt darstellt (die Formel war schon Euler, D. Bernoulli und Moivre bekannt). Für große n kann der zweite Term vernachlässigt werden und man erhält die oben gesuchte Form der geometrischen Folge.

Applikation Notes

TI-Nspire™ bietet mit dem Texteditor, genannt Notes, ganz neue Möglichkeiten zur Vorbereitung von Aufgaben oder ganzen Aufgabenserien. Mathematische Ausdrücke können in Notes auch ausgewertet werden. Das Resultat wird von den Studierenden im Antwortfeld eingegeben.


Aufgabe 1

Gegeben: Parabel p: $y = 2x^2+x-2$

a) Bestimme die Tangente an p parallel zu g: $y = x+2$.

Answer

$y = x-2$

Doppellösung von solve($y = 2x^2+x-2$ and $y = x+c$,{x,y})

Abb. 6

Aufgaben erstellen: Damit bieten sich auch neue Möglichkeiten für die Vorbereitung von Aufgabenserien. Diese können einzeln oder für ein ganzes Thema gebündelt in ein einziges Dokument eingefügt werden.
Bei jeder neuen Aufgabe oder Teilaufgabe können die Variablen zurückgesetzt (neues Problem) oder beibehalten werden.

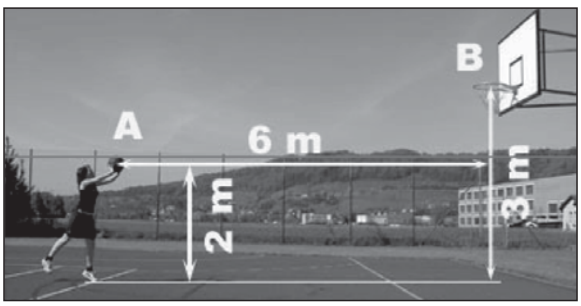


Abb. 7

Abb. 7 zeigt z. B. die Struktur einer Aufgabenserie an einem Ausschnitt aus einer Unterrichtseinheit zum Basketballwurf (Dies ist eine von 15 Unterrichtseinheiten einer internationalen Autorengruppe, die mit dem TI-Nspire™ kostenlos zur Verfügung gestellt werden).

Links sieht man die einzelnen Seiten mit Aufgabenstellungen und Arbeitsblättern (ähnlich angeordnet wie in einer Powerpoint Datei). Die Arbeitsblätter können vorbereitete Elemente enthalten. Die zweite Seite enthält z. B. einen Schieberegler, der von der Lehrperson zur Verfügung gestellt wird.

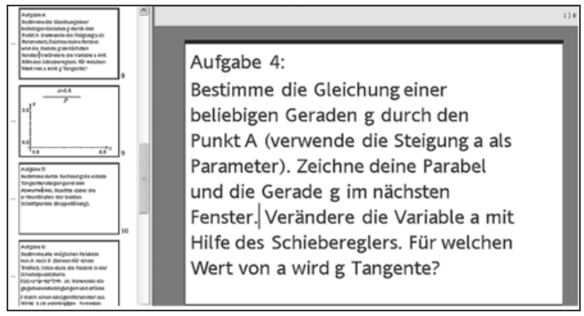


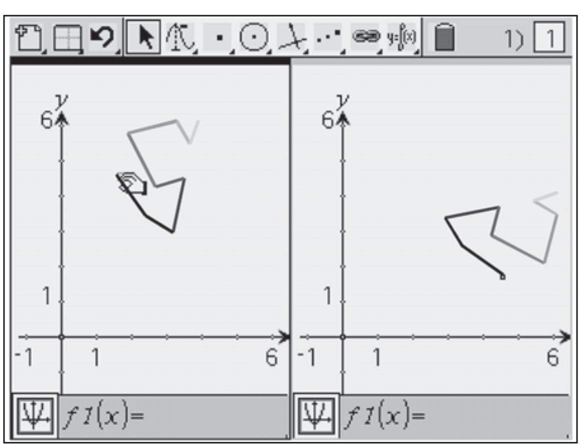
Abb. 8

Mit dieser Art der Aufgabenstellung erübrigt sich ein Aufgabenblatt. Die Schülerinnen und Schüler erhalten die Aufgaben elektronisch und lernen im Sinne von Lernkarteien angeleitet und individuell. Alles was benötigt wird, stellt TI-Nspire™ in einer integrierten Softwareumgebung übersichtlich zur Verfügung. Die Lösungswege können in den Dateien der Schülerinnen und Schüler eingesehen werden. Die Verknüpfung der Applikation durch gemeinsame Variablen führt zu einer dynamischen Mathematik. Dies wird in einem Folgeartikel unter Verwendung von Schiebereglern thematisiert. Man darf gespannt sein, wie sich diese neuen Möglichkeiten auf den Unterricht auswirken.

Versteckte Funktionseigenschaften …

Benno Grabinger

Stellen Sie sich vor: Auf einem geteilten Bildschirm sehen Sie zwei Punkte. Sie bewegen den einen, der andere bewegt sich ebenfalls. Nun wechseln Sie in den anderen Teil des Bildschirms. Auch dieser Punkt lässt sich bewegen und der andere folgt… Doch die Bewegungen hängen nicht erkennbar zusammen! Was versteckt sich dahinter?

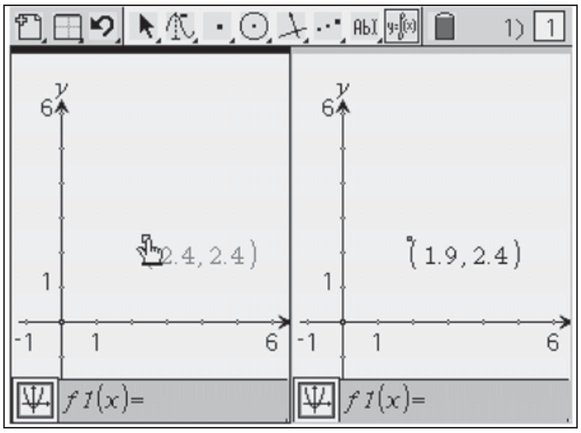


Die Bewegungen hängen nicht erkennbar zusammen

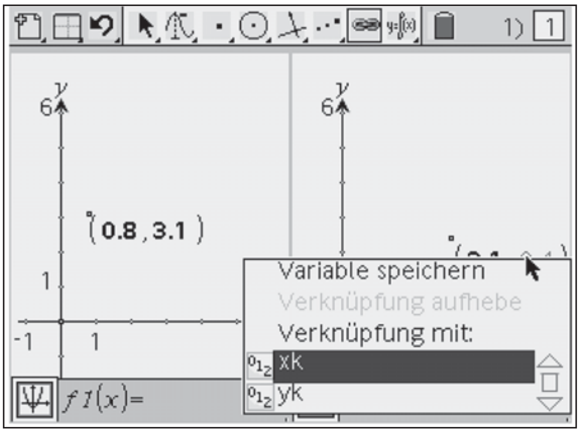
Die beiden Punkte sind über ihre Koordinaten miteinander verknüpft. Die x-Koordinate des linken Punktes ist gleich der y-Koordinate des rechten Punktes. Mit der y-Koordinate verhält es sich entsprechend. Leider ist es in einem Text nicht möglich das tatsächliche Erlebnis zu schildern, wenn sich zwei Punkte, deren Bewegung man selbst beeinflusst, zunächst ohne erkennbaren Zusammenhang verhalten. Um dem funktionalen Zusammenhang auf die Spur zu kommen heißt es: Die Bewegungen systematisieren, eine Hypothese zum funktionalen Zusammenhang entwickeln, die Hypothese durch weitere Bewegungen erproben. Natürlich kann man so nicht nur die Umkehrfunktion auf einer Seite verstecken. Jeder beliebige funktionale Zusammenhang kann in eine solche Black-Box gepackt werden, die man den Schülerinnen und Schülern als Dokument zur Verfügung stellen kann.

Und so wird's gemacht:

Im ersten Schritt wird der Bildschirm einer Seite von TI-Nspire™ geteilt. Auf jedem Bildschirmteil wird die Applikation Graphs & Geometry gestartet. Anschließend werden jeweils Punkte definiert und ihre Koordinaten angezeigt.



Schritt 1: Punkte mit Koordinaten definieren



Schritt 2: Die Koordinaten überkreuz verknüpfen

Dann müssen die Koordinaten der Punkte miteinander verknüpft werden. Das geschieht indem man z. B. die Koordinaten des rechten Punktes mit Variablennamen versieht. Diese Variablen können dann im rechten Fenster den Koordinaten umgekehrt zugeordnet werden.

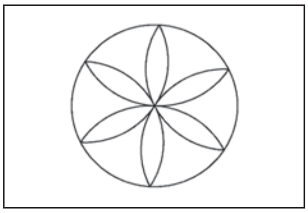
Anschließend versteckt man noch die Koordinaten und alle anderen unnötigen Elemente. Fertig ist die Black-Box.

Im Unterricht hat man zusätzlich die Möglichkeit, Schülerinnen und Schüler damit vertraut zu machen, selber solche Rätsel zu entwickeln, die sie ihren Mitschülerinnen und Mitschülern anschließend zur Verfügung stellen können. Doch Vorsicht: Selbst scheinbar einfache Verknüpfungen sind meist schwer zu erkennen.

Mustererkennung an ästhetischen Figuren

Andreas Pallack

Schülerinnen und Schüler für Mathematik zu faszinieren ist im schulischen Alltag nicht immer einfach. In einer Klasse finden sich Schülerinnen und Schüler, die unterschiedliche Voraussetzungen und auch Interessen mitbringen. Muster üben auf viele Lernende eine Faszination aus. So hat wohl jeder in seiner Schulzeit Stunden damit zugebracht, mit dem Zirkel Kunstobjekte zu konstruieren. Ein klassisches Beispiel ist die Blüte, die man durch systematisches Zeichnen von Kreisbögen an einem Kreis gewinnt.



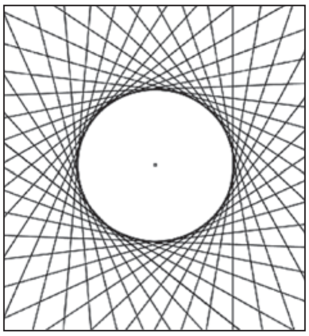
Blüte aus Kreisbögen

Versucht man dieses – ästhetische – Muster zu rekonstruieren, entdeckt man die Eigenschaft, dass man den Radius eines Zirkels entlang eines Kreisrandes exakt 6 mal abtragen kann. Schülerinnen und Schüler können anhand solcher Figuren lernen, Muster exakt zu analysieren, Ideen zu ihrer Reproduktion zu entwickeln und in die Tat umzusetzen.

In diesem Beitrag werden einige solcher Muster, die für viele Lernende allein aufgrund ihrer Ästhetik motivierend wirken, vorgestellt. Sie verfolgen das Ziel, im Unterricht erworbene Kompetenzen aus den Bereichen Geometrie und Problemlösen zu festigen und zu vertiefen.

Die Herausforderung

Die Aufgabenstellung heißt schlicht: Reproduziere das gezeigte Bild.



Beispiel 1

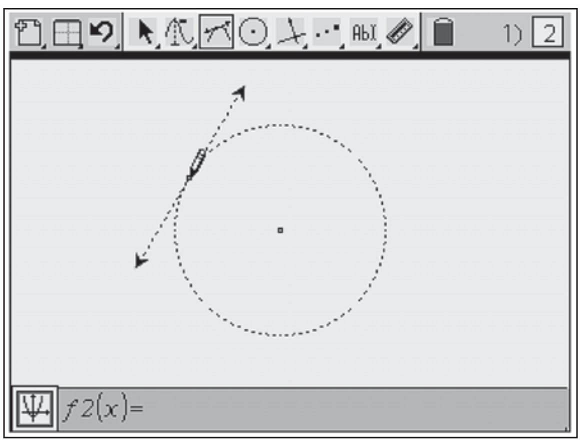
Natürlich kann man nun beginnen Zirkel und Lineal zur Hand zu nehmen und das Muster systematisch nachzuzeichnen. Jedoch wird man an die Schönheit des Originals so kaum herankommen. Ich schlage deswegen vor, ein elektronisches Werkzeug, wie zum Beispiel TI-Nspire™ einzusetzen.

Im ersten Schritt müssen die Lernenden dazu das zugrunde liegende Muster analysieren. Man erkennt einen Kreis, um den sich scheinbar gekrümmte Linien scharen. Schaut man genauer hin und verwendet z. B. ein Lineal, findet man heraus, dass die Krümmung eine optische Täuschung ist. Es handelt sich tatsächlich um Geraden, die tangential entlang des Kreisrandes verlaufen. Es gilt also eine Schar von Tangenten zu konstruieren.

Mit TI-Nspire™ geometrische Muster erzeugen

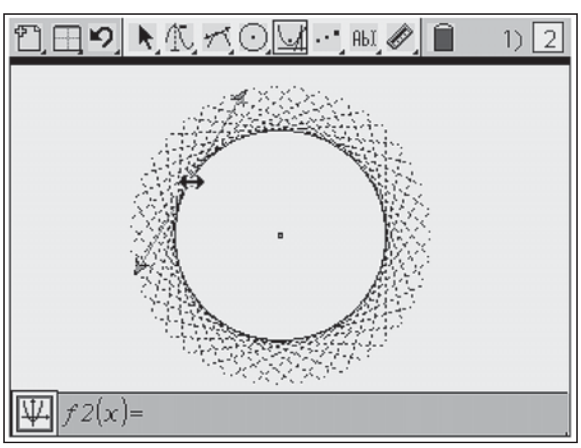
Bei TI-Nspire™ kann dazu die Option *geometrischer Ort* in der Applikation Graphs & Geometry verwendet werden. Und so geht's:

Im ersten Schritt wird Graphs & Geometry geöffnet und ein Kreis gezeichnet. Dann wird eine Tangente definiert. An welcher Stelle des Kreises das geschieht, spielt dabei keine Rolle.



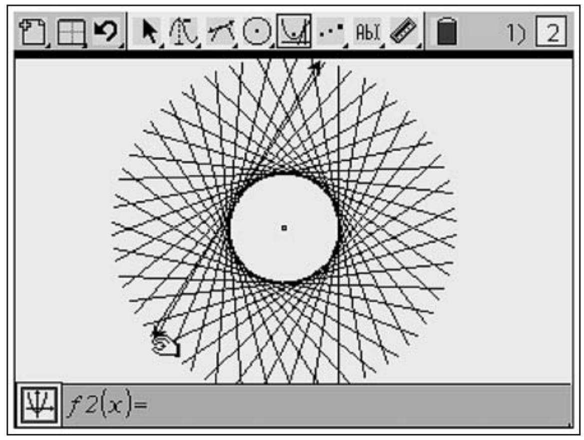
Kreis und Tangente konstruieren

Nun muss man dem Gerät mitteilen (a) welches Objekt bewegt werden soll und (b) entlang welcher Punktmenge (hier entlang der Punkte auf dem Kreis) das geschehen soll. Mithilfe der Option geometrischer Ort liefert das Gerät eine Vorschau, anhand derer man sich versichern kann, dass die Schritte richtig durchgeführt wurden.



Vorschau

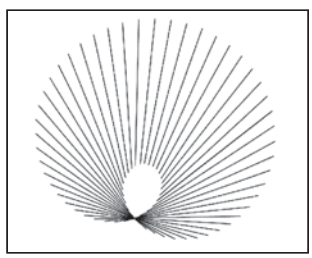
Abschließend kann man die Länge der (angezeigten) Tangente und auch den Radius des Kreises variieren und so das gewünschte Bild erzeugen.



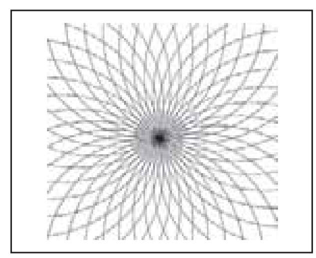
Eigenschaften der Objekte verändern

1000 Meisterwerke

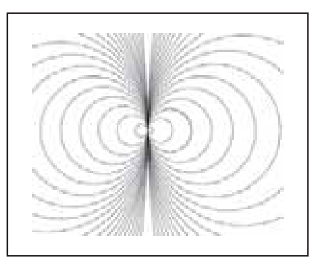
Die Erfahrung zeigt: Der Funke springt bei solchen Problemen schnell über. Man kann Schülerinnen und Schüler solche Problemstellungen geben oder sie auch selbst Muster entwerfen lassen, die sie dann ihren Mitschülerinnen und Mitschülern als Problem präsentieren. Hier eine kleine Auswahl potenzieller Meisterwerke:



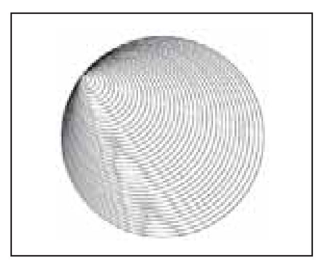
Der Fächer



Die Sonnenblume



Kornkreise



Der Kegel

Und: Erkennen Sie wie die Muster entstanden sind? Die Auflösung finden Sie auf der nächsten Seite.

Dokumente erstellen und verteilen

Mit TI-Nspire™ können Schülerinnen und Schüler ihre Kunstwerke sichern und so langfristig darauf zurückgreifen. Aber auch Sie als Lehrkraft haben die Möglichkeit, den Lernenden Dokumente zur Verfügung zu stellen. So haben die Schülerinnen und Schüler, da sie nicht nur ein statisches Bild bekommen, auch Gelegenheit, mit den Graphiken zu spielen und gewinnen so tiefere Einsichten in ihre Konstruktionseigenschaften.

Fazit

Beispiele wie die vorgestellten sind für viele Schülerinnen und Schüler motivierend. Sie erhalten Gelegenheit, die im Geometrieunterricht erworbenen Kompetenzen zu vertiefen und in neuen Situationen zu erproben. Die neue Technologie ist dabei ein Werkzeug, das hilft die eigenen Ideen zu erproben. Darüber hinaus können die Kreationen – ähnlich wie bei einer Textverarbeitung – in Form von Dokumenten gespeichert und so auch ausgetauscht werden. Ich wünsche Ihnen viel Vergnügen beim Erproben dieser Beispiele.

LÖSUNGEN

Der Fächer: Ein Kreis an dem eine Sekante konstruiert wird. Ein Punkt der Sekante wird festgehalten, der andere bewegt sich entlang des Kreises.

Die Sonnenblume: Ein Kreis, dessen Mittelpunkt entlang eines Kreises bewegt wird. Alle Kreise haben den gleichen Radius. Es handelt sich also um eine Erweiterung des Einführungsbeispiels Blüte.

Kornkreise: Ein Kreis, dessen Mittelpunkt entlang einer Geraden bewegt wird. Ein Punkt des Kreises wird dabei an einer bestimmten Stelle der Geraden festgehalten.

Der Kegel: Wie Kornkreise, nur dass der Kreismittelpunkt entlang einer Strecke verschoben und ein Punkt des Kreises auf dem Ende der Strecke festgehalten wird.

€-Münzen und π

Ulla Schmidt

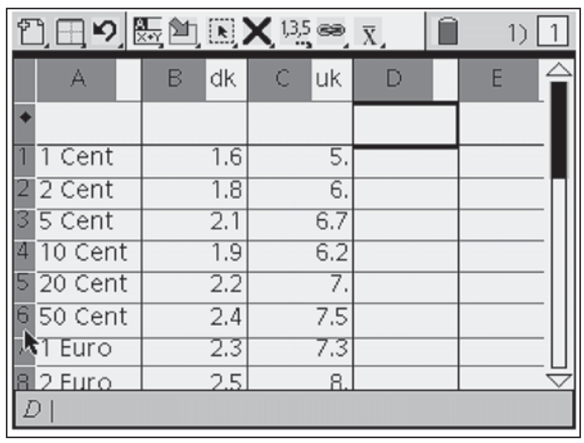
Vorgestellt wird ein Unterrichtsbeispiel zur Einführung der Kreiszahl π. Mit folgenden Aufträgen könnten die Lernenden in die Thematik einsteigen:

- Stelle einen Satz Euro-Münzen zusammen und beschreibe ihr Aussehen.
- Betrachte jetzt den Rand genauer. Wie ist der Rand bei den verschiedenen Münzen gestaltet?
- Lass dir die Augen verbinden und nur jeweils eine Münze in die Hand geben. Kannst du nur durch Fühlen erkennen, um welche Münze es sich handelt? Woran könnte man das erkennen?

Im letzten Auftrag wird man sich auf die „Dicke" der Münze (den Durchmesser) und auf den unterschiedlich gestalteten Rand konzentrieren. Dies liefert einen Anlass zu einer systematischen Untersuchung:

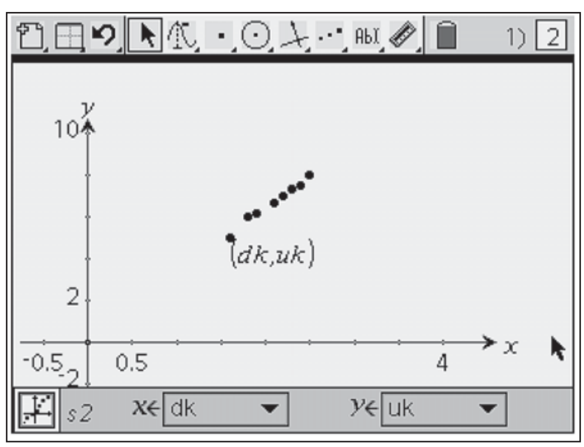
- Gibt es Zusammenhänge von Durchmesser und Länge des Randes (Umfang)?

Mit einem Faden und einem Lineal oder einem Papierbandmaß (leicht herstellbar als Fotokopie eines Lineals) werden bei allen Münzen Durchmesser und Umfang ermittelt. Diese Wertepaare werden in einer Tabelle (hier Lists & Spreadsheet) erfasst und anschließend graphisch dargestellt.



	A	B dk	C uk	D	E
1	1 Cent	1.6	5.		
2	2 Cent	1.8	6.		
3	5 Cent	2.1	6.7		
4	10 Cent	1.9	6.2		
5	20 Cent	2.2	7.		
6	50 Cent	2.4	7.5		
7	1 Euro	2.3	7.3		
8	2 Euro	2.5	8.		

Erfassen der Werte in List & Spreadsheet

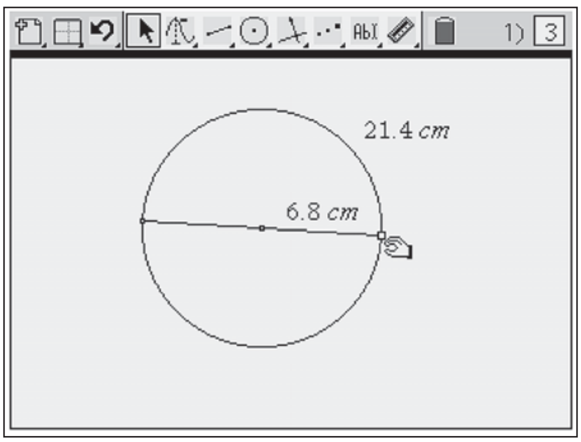


Streudiagramm mit den Messwerten

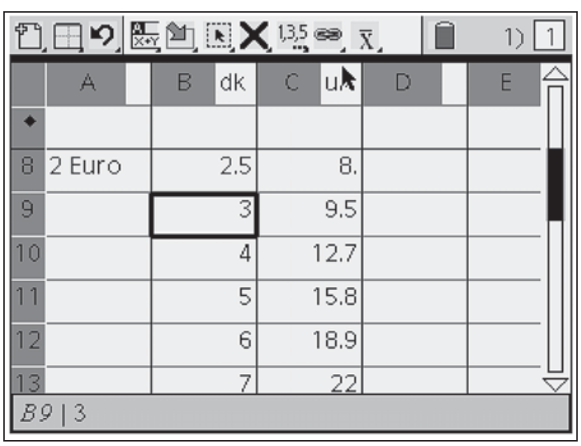
Die Punkte liegen näherungsweise auf einer Geraden. Folgende Fragen liegen nah:

- Sind Umfang und Durchmesser bei den Münzen proportional zueinander?
- Ist das immer so oder sind nur Euro-Münzen so gestaltet?

TI-Nspire™ bietet die Möglichkeit, sich dieser Frage experimentell zu nähern. Im ersten Schritt wird dazu ein Kreis mit zugehörigem Durchmesser konstruiert. Die Länge des Durchmessers und des Umfang des Kreises werden gemessen. Durch Verändern des Kreisradius lassen sehr schnell viele neue Wertepaare erzeugen, die in die Wertetabelle der Messwerte der Münzen aufgenommen werden. Die Lernenden können dies z. B. in Partnerarbeit ganz einfach durch direktes Eintippen erledigen. So lässt sich zunächst einmal der Bereich auf Durchmesser über 2,5 cm erweitern.



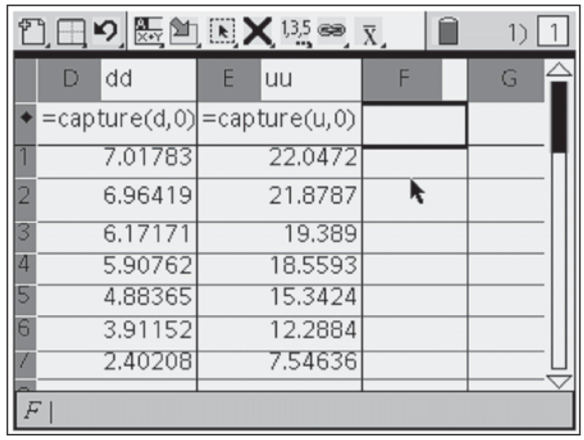
Kreis mit Messwerten für Durchmesser und Umfang



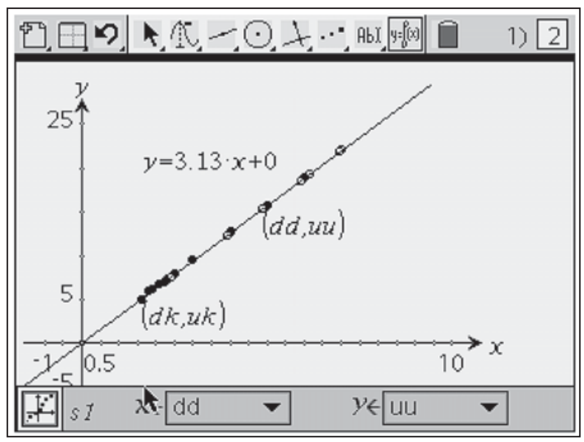
Umfang und Erweiterung der Tabelle

Für Schülerinnen und Schüler, die schon etwas mit dem Programm vertraut sind, bietet TI-Nspire™ zusätzlich die Möglichkeit, Messwerte automatisch zu sammeln. Dazu werden Durchmesser und Umfang mit Variablennamen versehen: Hier d und u.

Die mit dem Rechner gewonnenen Messergebnisse werden grafisch dargestellt. In dem folgenden Diagramm sind die Ergebnisse aus beiden Rechnerexperimenten zusätzlich zu den Werten aus der Messung an den Münzen dargestellt.



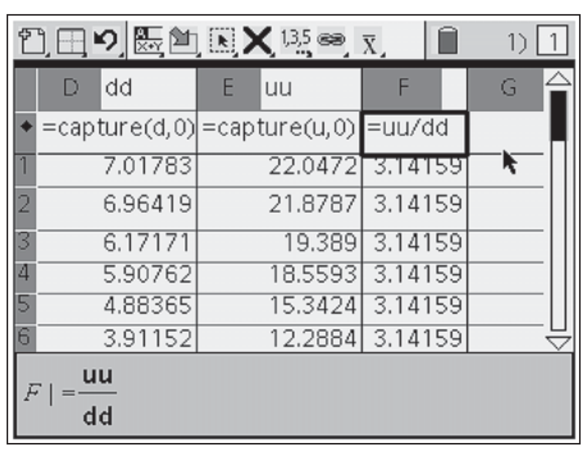
Manuelle Datenerfassung



Gerade durch die Messwerte

Im Bild wurde nach Augenmaß eine Ursprungsgerade durch die Punkte gelegt und deren Gleichung angezeigt. Die Gleichung hat die Bedeutung: Umfang = 3,13 * Durchmesser, also schon fast die bekannte Formel.

Genauer lässt sich die Proportionalitätskonstante in Lists & Spreadsheet durch die Berechnung des Quotienten ermitteln.



Bestimmung der Kreiszahl in Lists & Spreadsheet

In diesem Beispiel werden konkretes Handeln und Einsatz von Technologie verknüpft. Der Zugang ist experimentell, aber der Rechner erweitert schnell die Basis an Beispielen. Auch die Auswertung wird durch den Rechner vereinfacht. Die Lernenden können sich besser auf ihre Vermutungen und die Beobachtung von Zusammenhängen konzentrieren. Gleichzeitig werden ein geometrischer, ein graphischer und ein numerischer Zugang verfolgt, so dass diese Art der Bearbeitung auch unterschiedliche Lerntypen individueller ansprechen kann.
Nachfolgend bietet sich eine systematische Bestimmung von (z. B. durch Einschachteln der Kreisfläche) an.

Warum man beim Schifahren eine Mütze tragen sollte …

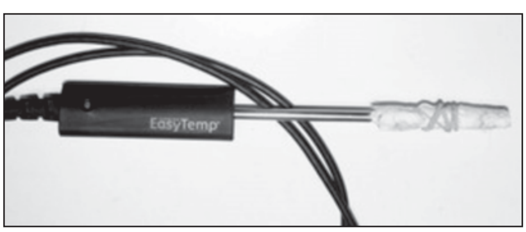
Lars Jakobssen

„Es ist kalt draußen, zieh eine Mütze auf!“ Generationen von Müttern haben ihre Kinder mit dieser Aufforderung gezwungen ihre Frisur mit nicht immer modischen Accessoires zu malträtieren. Unnötig?

Ich möchte mit einem einfachen Experiment der Frage nachgehen, warum es Sinn macht, beim Skifahren eine Mütze zu tragen.

Der Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau ist denkbar einfach: Ein Temperatursensor (EasyTemp™) wird mit etwas Papier von einem Taschentuch und einem Gummiband präpariert. Der Sensor ist ein Modell für unsere Kopfhaut, das Taschentuch ein Modell für unser Haar. Nach Anschließen des Sensors erkennt TI-Nspire ™ das Gerät automatisch. Die Messung kann beginnen.

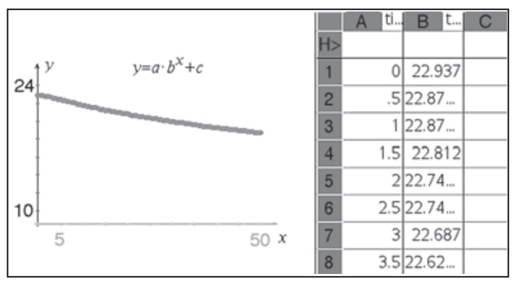


Der präparierte Sensor

Die Durchführung

Nun soll das Schwitzen simuliert werden. Dazu wird eine Schüssel mit Wasser vorbereitet. Lassen Sie die Schüssel einige Zeit stehen, bis das Wasser Raumtemperatur erreicht. Tauchen Sie nun den Sensor in das Wasser. Nehmen Sie ihn anschließend wieder heraus und pressen sie das Wasser zügig aus dem Papier.

Beim Skifahren weht uns kalter Wind um die Ohren. Das simulieren wird durch Wedeln mit dem Sensor. Starten Sie die Messung und beginnen Sie zu wedeln.



Ergebnis der Messung

Auswertung und Deutung

Die Messung startet bei Raumtemperatur (in unserem Fall 23°C). Nach einer Minute hat sich der Sensor deutlich (auf 18°C) abgekühlt. Der Grund für die Abkühlung ist die Verdunstung des Wassers. Dieser Prozess beschleunigt sich durch die Bewegung des Sensors (also die Simulation von Wind). Die Verdunstung benötigt Energie.

Diese bezieht sich aus der Abkühlung des Sensors. Wenn die Lufttemperatur niedrig ist (wie zum Beispiel im Winter), beschleunigt sich dieser Prozess. Auch die Endtemperatur wäre dann viel niedriger. Beim Skifahren, insbesondere wenn man schnell fährt, kühlt der Wind die Haut zusätzlich ab. Es kann sogar sein, dass innere Verletzungen entstehen, da in den Blutgefäßen viel Blut zirkuliert. Der Abkühlungseffekt ist erheblich größer, wenn es windig ist.

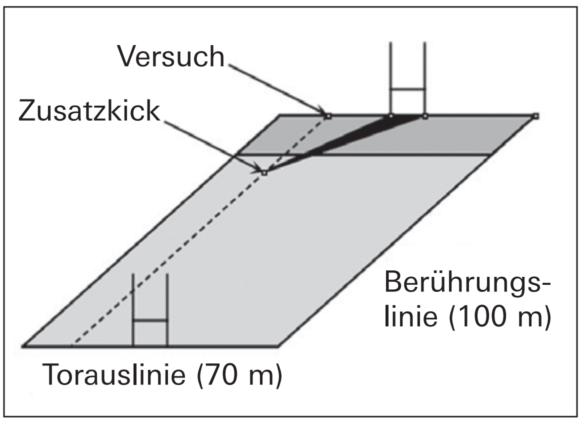
Aber auch im Sommer kann man sich nach dem Schwimmen unwohl fühlen: Nachdem man aus dem Wasser gestiegen ist, insbesondere wenn es windig ist, kühlt man sehr schnell ab. Ein Handtuch zum Schutz des Körpers tut dann – selbst an sehr warmen Tagen – gut. Mutter hatte also doch recht …

Kick it

Philippe Fortin

Welches ist die optimale Position eines Rugby-Spielers bei der Ausführung eines Zusatzkicks?

Hinweis: Es handelt sich bei diesem Beitrag um einen Auszug aus dem Artikel „Rugby und Mathematik“ von Philippe Fortin. Dieser Beitrag wird im Begleitmaterial von TI-Nspire™ erschienen und kann dort vollständig eingesehen werden. Ich beschränke mich an dieser Stelle darauf einige, wenige Aspekte des umfangreichen Beispiels vorzustellen.
Insbesondere wird in diesem Beitrag nur ein bestimmter Fall betrachtet.



Die Situation beim Zusatzkick

Ein Spieler kann bei einem Zusatzkick seine Position entlang einer Linie frei wählen, die senkrecht zur Torauslinie und durch den Punkt, von dem aus der vorhergehende Versuch (Try) erfolgreich war, verlaufen muss. Ein Versuch bedeutet, dass die Spieler den Ball hinter die Try-Linie gelegt haben (Der Ball darf nicht geworfen werden). Im Anschluss gibt es immer einer Zusatzkick.

Der Spieler sollte den Zusatzkick nicht zu dicht zur Torauslinie ausführen, denn dann könnte ein Gegenspieler die Gelegenheit zu einem Konter erhalten. Außerdem wäre es aus einer solchen Position schwieriger, den Ball über die Latte zu bringen.

In dieser Übungseinheit gehen wir davon aus, dass der Spieler den Zusatzkick mindestens 20 Meter von der Torauslinie entfernt ausführt.

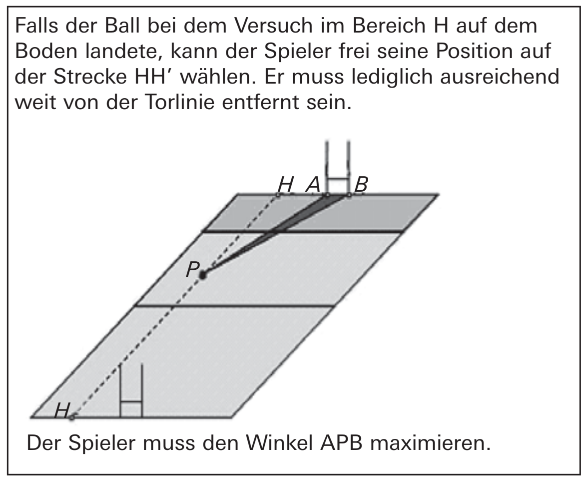
Je nach der vom Spieler gewählten Position ist der Blickwinkel θ zu den beiden Pfosten entweder größer oder kleiner. Logischerweise liegt es im Interesse des Spielers, dass dieser Winkel möglichst groß ist.

Ziel dieses Beispiels ist die Ermittlung dieser optimalen Position und die Untersuchung der verschiedenen Möglichkeiten für den Winkel θ in Abhängigkeit vom Ort der Ausführung des erfolgreichen Versuchs, der dem Zusatzkick vorausging.

Durch die Bearbeitung dieses Problems lässt sich einschätzen, ob es Vorteile bringt, wenn ein Spieler seinen Versuch möglichst dicht an den Torpfosten ausführt.

Ein experimenteller Zugang

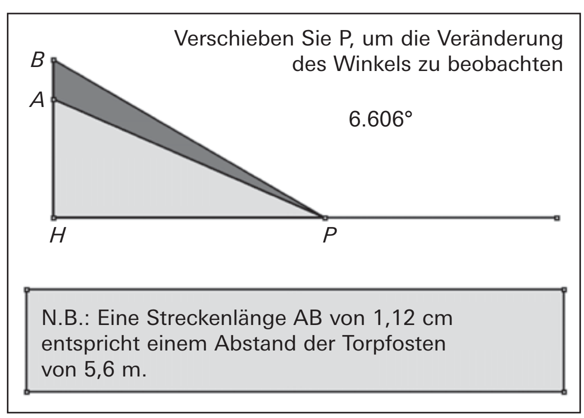
Beginnen Sie zunächst mit der Analyse der Ausgangssituation. Sie können dazu eine Datei von der mit TI-Nspire™ mitgelieferten CD laden oder das Feld selber konstruieren. Aus meiner Sicht bietet es sich hier jedoch an, den Schülerinnen und Schülern eine vorbereitete Datei anzubieten.



Die optimale Position experimentell bestimmen

Der Punkt P kann entlang der zulässigen Linie verschoben werden. Die dunkel schattierte Fläche sollte vom Spieler gemieden werden, denn sie befindet sich zu dicht an der Torauslinie.

Einen direkteren Zugang findet man, wenn von einer vereinfachten Skizze ausgeht.

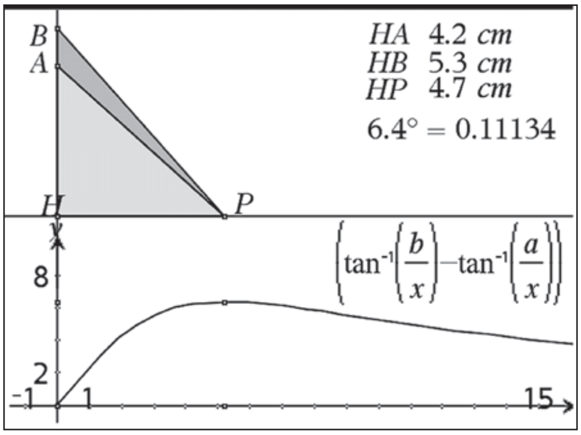


Vereinfachte Darstellung

Auch diese Skizze finden Sie in der mitgelieferten Datei. Nun kann der optimale Winkel durch Ausprobieren bestimmt werden.

Eine algebraische Beschreibung

Untersucht man den Zusammenhang genauer, so ergibt sich folgende Funktion:

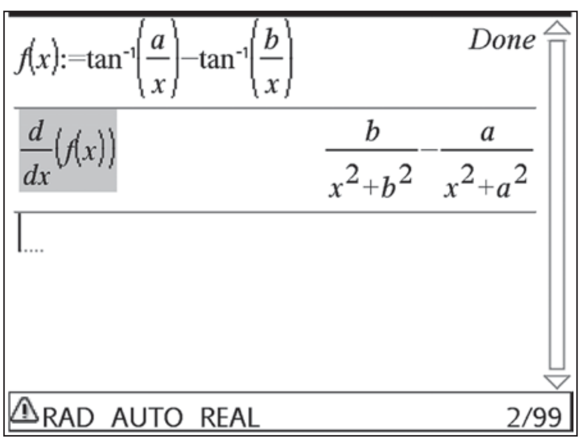


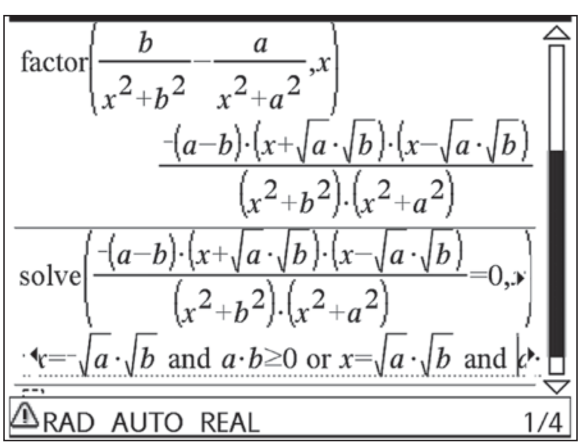
Eine algebraische Beschreibung

Man erkennt, dass geschickt ist den Ball nicht direkt von der Try-Linie aus zu kicken. Die optimale Position findet man in einiger Entfernung zu dieser Linie.

Hier gezeigt ist eine Lösung mit der CAS-Version von TI-Nspire™.

Mithilfe der exakten Funktion kann das Maximum dann auch berechnet werden.





Berechnung des Maximums mithilfe der Differenzialrechnung

Eine genaue Herleitung finden Sie in den Begleitmaterialien zu TI-Nspire™.

Expertendiskussionen und Ausblick

Ich hatte Gelegenheit mit einigen Rugbyspielern über diese Berechnungen zu sprechen. Sie bestätigten, dass sie den Ball tatsächlich von vergleichbaren Positionen kicken. Zwar beruht ihre Einschätzung nicht auf Berechnungen, dafür konnten Sie aber in vielen Jahren die notwendigen Erfahrungen sammeln, um die optimale Position gut einschätzen zu können.

Besonders gute Erfahrungen habe ich mit diesem Beispiel in der Oberstufe, zur Vertiefung der Differenzialrechnung gemacht. Natürlich ist der Rugbysport in Deutschland nicht besonders populär. Ich möchte deswegen abschließend darauf hinweisen, dass ähnliche Überlegungen zum Fußball oder anderen Ballsportarten angestellt werden können.

Bei Fragen oder Anmerkungen zu den aufgeführten Artikeln schreiben Sie gerne eine E-Mail an:

ti-nachrichten@ti.com

Oder haben Sie Fragen zu TI-Nspire™? Dann wenden Sie sich gerne an Ihren Schulberater oder das Customer Service Center von Texas Instruments.

TI-Nspire™

Wenn Sie mit Derive™ oder Geometriesoftware gearbeitet haben werden Sie sich im Unterricht häufig gewünscht haben mit den Handhelds die Ideen auf die gleiche Art und Weise umzusetzen. Mit dem Konzept von TI-Nspire™ kann das endlich realisiert werden. Erstellen Sie Dokumente auf dem heimischen PC und spielen Sie diese auf das Handheld der Schüler. Sie werden kaum Unterschiede bemerken. Die Bedienung unterscheidet sich nur unwesentlich.
Darüber hinaus ist das System bedeutend leistungsfähiger als die aktuell sich auf dem Markt befindlichen Systeme für den pädagogischen Bereich. Scheiterte die Umsetzung Ihrer Ideen vorher an fehlenden Komponenten im Geometrieprogramm, so bekommen Sie nun die Möglichkeit Ihre Geometriesoftware mit einem Funktionenplotter und einer Tabellenkalkulation zu vernetzen.
Das ist der Grund, warum Schülerinnen und Schüler Mathematik leichter begreifen werden: Sie können den Zugang auswählen, der ihnen am nächsten liegt und haben nahezu unerschöpfliche Möglichkeiten diese Zugänge miteinander zu vernetzen. Get Nspired…

Service auf einen Blick

Unterrichtsmaterialien
Mit dieser Sonderbeilage konnten wir Ihnen bereits einige Anwendungsbeispiele zeigen. Beim Kauf von TI-Nspire™ sind mehr Beispiele auf CD im Lieferumfang enthalten. Zudem werden weitere Unterrichtsmaterialien entwickelt. Bei Interesse fragen Sie Ihren TI-Schulberater oder unser Customer Service Center. Zudem aktualisieren wir ständig die Materialdatenbank von Texas Instruments im Internet mit Literaturhinweisen und kostenlosen Downloads.

Lehrerfortbildungen
Wenden Sie sich bei Interesse direkt an T³.
Mehr Informationen zu T³ finden Sie im Internet:
T³ Deutschland: www.t3deutschland.de
T³ Österreich: www.t3oesterreich.at
T³ Schweiz: www.t3schweiz.ch
Oder kontaktieren Sie Ihren TI-Schulberater sowie unser Customer Service Team.

T³ DEUTSCHLAND
T³ ÖSTERREICH
T³ SCHWEIZ

Praktische Projektionsmöglichkeiten
Projizieren Sie das Display Ihres Handhelds mit dem TI-Nspire™ ViewScreen™ und Overhead-Projektor.

Flexible Verbindungsmöglichkeiten
Übertragen Sie Daten von Handheld zu Handheld oder zum PC einfach und schnell, denn TI-Nspire CAS bietet flexible Verbindungsmöglichkeiten via Mini-USB: Rechner-zu-Rechner-Kabel, Rechner-zu-Computer-Kabel.

Unkomplizierte Messwerterfassung
Durch die Verbindungsmöglichkeiten zu Messwerterfassungssystemen von Texas Instruments und bestimmten Sensoren von Vernier können Sie TI-Nspire™ CAS ebenfalls im Physik oder auch Chemie- und Biologieunterricht einsetzen. Kompatibel mit CBR 2™, GoMotion, EasyTemp™ und GoTemp Temperaturfühler.

Allgemeine Informationen

Nehmen Sie mit unserem Customer Service Center Kontakt auf, wenn Sie technische Auskünfte benötigen oder Fragen zum Gebrauch unserer Rechner oder bezüglich einer Lehrerfortbildung haben. Auch zum Ausleihen der Rechner ist das CSC die erste Adresse:

Wir sind für Sie da: Mo – Fr, 9.00 – 17.00 Uhr

TI-CSC c/o SITEL
Woluwelaan 158
1831 Diegem, Belgien

Tel D: +49 (61 96) 97 50 15 Fax D: +49 (61 96) 97 50 44
Tel AT: +43 (1) 5 02 91 00 07 Fax AT: +43 (1) 5 02 91 00 34
Tel CH: +41 (44) 2 73 06 88 Fax CH: +41 (22) 7 10 00 36

Allgemeine Informationen:
ti-cares@ti.com

Kostenlose Ausleihe von Graphikrechnern und Computer-Algebra-Systemen:
ti-loan@ti.com

Kostenloses Abonnement der TI-Nachrichten:
ti-nachrichten@ti.com

Garantie
Auf alle Graphikrechner und Computer-Algebra-Systeme bietet Texas Instruments 3 Jahre Austauschgarantie. Sollte doch einmal etwas defekt sein, rufen Sie bitte zunächst unser Customer Service Center an. Meist kann das Problem bereits am Telefon behoben werden.

education.ti.com/deutschland · education.ti.com/oesterreich · education.ti.com/schweiz
ti-cares@ti.com

Texas Instruments

CL2007NLNSPIRE/DACH NS/SL/1E5/A