

TI-84 Familien

Introduktion og eksempler

— med dansk sprogmodul

Om dette hæfte

Dette hæfte er primært beregnet til elever i gymnasiet, HF og handelsskolerne samt til enhver, der vil sætte sig ind i brugen af en grafregner af TI-84 til gymnasial matematik.

TI-84 familien omfatter to grafregnere: Den TI-84Plus og TI-84Plus Silver Edition. Udadtil er der ikke megen forskel på de to grafregnere — de fungerer på samme måde og har de samme kommandoer liggende de samme steder. En væsentlig forskel ligger i størrelsen af den tilgængelige hukommelse og organiseringen af denne i arbejdshukommelse og arkivhukommelse. Begge modeller har den samme arbejdshukommelse, men TI-84Plus Silver Edition har ca. tre gange så stor arkivhukommelse. Fra denne arkivhukommelse kan afvikles specielle maskinkodeprogrammer (applikationer), hvorved arbejdshukommelsen ikke belastes. Desuden er TI-84 familien baseret på Flash-teknologi, der muliggør løbende opdatering af operativsystemet.

Hæftet giver et bud på, hvordan man kan benytte en TI-84 til at løse en række typiske matematikopgaver og rummer desuden nogle eksempler, der kun har til formål at forstå maskinens virkemåde — altså som en allerførste introduktion.

I kapitel 1-5 gennemgås via eksempler det mest grundlæggende i forbindelse med brugen af en TI-84. Disse afsnit er ikke matematisk krævende og kan derfor læses som en hurtig introduktion til maskinen. Kapitel 6 - 7 er mere specielle og bør først læses, når behovene melder sig. Kapitel 8 - 9 beskriver organiseringen af hukommelsen, download og overførsel af applikationer.

I denne udgave benyttes det danske sprogmodul. Installationen af denne applikation på en TI-84 findes beskrevet på side 61-61 i dette hæfte.

Knud Nissen

Indhold

1	Intro	5
2	Grafer og grafværktøjer	12
3	Variabler og formler	25
4	Ligningsløsning	29
5	Matematiske modeller	36
6	Differentialregning	46
7	Sandsynlighedsregning	50
8	Hukommelsesstyring	57
9	Flash applikationer	60

Før du går i gang...

Det første spørgsmål, der sikkert melder sig, når du får en ny grafregner i hånden, er, hvordan tænder du maskinen? Med **[ON]** tasten selvfølgelig! Hvordan slukker du så? Ligeså selvfølgelig med OFF, men der er ikke nogen tast med dette navn — det står med blått oven over **[ON]** tasten. Det betyder, at trykker du først på den blå **[2nd]** tast og derefter på **[ON]** tasten, så fungerer denne kombination som en OFF tast. Fremover benyttes notationen **[2nd] []** for de “blå taster”. Tilsvarende aktiveres de grønne med **[ALPHA]**.

Inden du går i gang med at læse dette hæfte bør du læse lidt i manualen. Du kan i første omgang nøjes med at læse de første sider i “TI-84Plus / TI-84 Plus Silver Edition”, herunder hvordan du indstiller uret (side 6 - 8).

For at få dine skærmbilleder i overensstemmelse med dem, der er i de følgende afsnit, er det klogt at rense maskinen. Det gør du sådan:

Tænd maskinen og tast **[2nd] [MEM]** (er placeret over **[+]**). I den menu, der kommer frem, vælger du **Reset**. Det kan du gøre på to måder:

- 1) Tast **[7]**
- 2) Flyt markøren til **Reset** med piletasten **[↓]** og tast **[ENTER]**.

I den næste menu skal du vælge **1:All RAM**, hvorefter der kommer en advarsel om følgerne af at slette hele hukommelsen. Her har du en mulighed for at fortryde, men vælg **Nulstil**, og maskinen renses:



1 Intro

Indtastning og beregning af udtryk

Et *udtryk* er i TI-84 sammenhæng en følge af tal, symboler og funktionsudtryk, der kan beregnes til en enkelt talværdi. Naturligvis skal udtryk opfylde nogle syntaktiske regler, og gør de det ikke det, brokker maskinen sig.

Den syntaks, maskinen forventer, er stort set den almindelige matematiske skrivemåde. Dog skal du benytte punktum som decimalseparator — brug af komma vil give syntaksfejl .

Udregn udtrykket

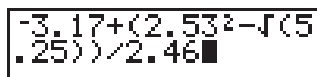
$$-3.17 + \frac{2.53^2 - \sqrt{5.25}}{2.46}$$

Først skal du være opmærksom på det minus, der står foran 3.17. TI-84 skelner mellem et minus som fortegn (\ominus) og som regnetegn (\ominus). Hvis du benytter \ominus som fortegn, får du en syntaksfejl.

Indtast nu følgende sekvens:

$$\ominus 3.17 + ((2.53 x^2 \ominus [2nd] [\sqrt{\quad}] 5.25)) \div 2.46$$

Billedet nedenfor viser skærbilledet med udtrykket korrekt indtastet:



A screenshot of a TI-84 calculator screen showing the expression $-3.17 + (2.53^2 - \sqrt{5.25}) / 2.46$ entered. The screen is black with white text and symbols. The expression is displayed in a single line, with the opening and closing parentheses of the fraction clearly visible.

Læg mærke til, at da du tastede $[2nd] [\sqrt{\quad}]$, svarede maskinen $\sqrt{(\quad)}$. Det betyder, at maskinen forlanger, at det, der skal uddrages kvadratroden af, omgives af en parentes — også selvom det blot er et enkelt tal.

Skulle du lave en fejl undervejs, kan du

- vha. tasterne \uparrow , \downarrow , \rightarrow og \leftarrow bevæge markøren hen til den eller de fejl, du måtte have lavet
- rette en enkelt fejl ved blot at skrive oveni
- slette det tegn, markøren befinder sig over ved at taste $\boxed{\text{DEL}}$
- indsætte et eller flere tegn på markørens position ved at taste $\boxed{2\text{nd}}$ $\boxed{\text{INS}}$
- slette hele indtastningen og starte forfra ved at taste $\boxed{\text{CLEAR}}$

Eksperimentér med disse muligheder.

For at få beregnet udtrykket skal du taste $\boxed{\text{ENTER}}$ — et lighedstegn findes ikke på maskinens tastatur. Herefter skulle din skærm se således ud:

$$\frac{-3.17 + (2.53^2 - \sqrt{(5.25)})}{2.46}$$

$$-1.499425954$$

Hvis du opdager en fejl på dette tidspunkt, er det stadig muligt at rette i det indtastede udtryk, selvom tasterne \uparrow , \downarrow , \rightarrow og \leftarrow nu er inaktive:

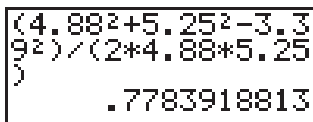
Det sidst indtastede udtryk kan du få frem igen ved at taste $\boxed{2\text{nd}}$ $\boxed{\text{ENTRY}}$, hvorefter du kan rette i udtrykket (som beskrevet ovenfor).

Hvis du taster forkert og kommer hen et sted, hvor du ikke bryder dig om at være, kan du med tastekombinationen $\boxed{2\text{nd}}$ $\boxed{\text{QUIT}}$ altid komme tilbage til hovedskærmen.
Med $\boxed{\text{ON}}$ -tasten kan du standse en tidskrævende beregning.

Udregn udtrykket

$$\frac{4.88^2 + 5.25^2 - 3.39^2}{2 \cdot 4.88 \cdot 5.25}$$

Tast ind:



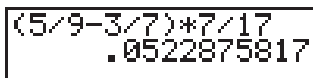
```
(4.88^2+5.25^2-3.39^2)/(2*4.88*5.25)
.7783918813
```

Det er klart nok, at parentesen om tælleren er nødvendig, men er det også nødvendig at sætte parentes om nævneren? Prøv at fjerne parentesen og se, hvad der sker.

Brøkgregning

Omskriv udtrykket $(\frac{5}{9} - \frac{3}{7}) \cdot \frac{7}{17}$ til uforkortelig brøk.

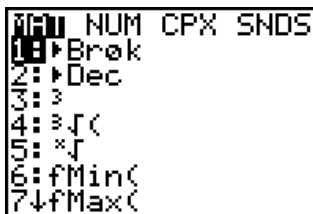
Udtrykket tastes ind og beregnes:



```
(5/9-3/7)*7/17
.0522875817
```

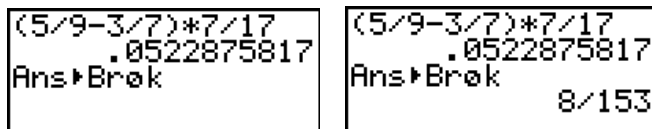
Måske ikke lige det resultat, du havde håbet på. Du kan benytte kommandoen **►Brøk** til at omforme decimaltallet til en brøk. Dette kan maskinen altid gøre, hvis der findes en simpel brøk, der stemmer overens med decimaltallet inden for maskinens regnenøjagtighed.

Kommandoen **►Brøk** ligger i MAT-menuen, der kommer frem ved at trykke på **MATH**-tasten:

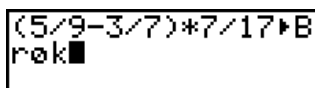


```
MATH NUM CPX SNDS
1: Brøk
2: Dec
3: 3
4: 3/4
5: *J
6: fMin(
7: fMax(
```

Nu skal du nu blot taste $\boxed{\text{ENTER}}$ eller 1, og maskinen svarer: **Ans**►**Brøk**, der skal tolkes således: Omdan det sidst afgivne svar (**Ans** for Answer — altså .0522875817) til en brøk. Tast $\boxed{\text{ENTER}}$, og omdannelsen vil ske:



Du kan spare decimaludregningen og brugen af **Ans** ved at hæfte ►**Brøk** (tast $\boxed{\text{MATH}}$ 1) direkte på beregningen:



Last Answer

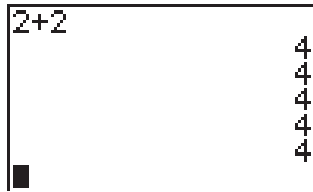
Når beregningen af et udtryk er tilendebragt, vil TI-84 gemme resultatet af beregningen i et specielt register, kaldet **Ans**. Efter hver beregning vil **Ans** blive opdateret, så det altid rummer det sidst afgivne svar: *Last Answer*.

Hvis du efter en udført beregning taster $\boxed{+}$, vil maskinen svare

Ans+

og afvente indtastning af det, du måtte ønske adderet til **Ans**. Noget tilsvarende sker, hvis du taster $\boxed{-}$, $\boxed{\times}$ eller $\boxed{\div}$. Hvis du fx taster $\boxed{x^2}$, vil maskinen svare **Ans²**, og endelig, hvis du kalder kommandoen ►**Brøk**, vil maskinen svare **Ans**►**Brøk**. Ønsker du værdien af **Ans** indsat et vilkårligt sted i et udtryk, sker dette ved at taste $\boxed{2\text{nd}}$ [**ANS**].

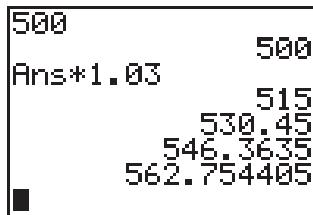
Måske har du allerede bemærket en lille egenskab ved $\boxed{\text{ENTER}}$ -tasten: Hvis du taster $\boxed{\text{ENTER}}$, uden at der er indtastet noget, vil den sidst udførte beregning blive udført igen. Du kan overbevise dig om dette vha. et lille eksempel: Indtast 2+2 og tast $\boxed{\text{ENTER}}$ gentagne gange:



Nå, og hvad så? Som du vil se nedenfor, kan dette udnyttes meget fint, hvis **Ans** indgår i det sidst beregnede udtryk.

En kapital på 500 kr. sættes ind på en konto til 3% p.a. Beskriv kontoens udvikling de første 4 år.

Indtast 500 efterfulgt af **[ENTER]**. Herefter taster du **[x]** 1.03 **[ENTER]** og trykker tre gange **[ENTER]**:



Heraf ser du, at efter det fjerde år er kapitalen vokset til 562.75 kr. Læg mærke til, at udtrykket, der beregnes, er det samme hver gang, men **Ans** er ændret mellem beregningerne!

Antal decimaler

Tast **[MODE]**. Indstilling af antal decimaler sker i anden række, hvor **Float** er standardindstillingen. Benyt piletasterne **[↓]** og **[→]** til at placere markøren over 2-tallet (første skærbillede), og tast **[ENTER]** for at gemme indstillingen (andet skærbillede):

```

NORMAL SCI ENG
Fldec 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
RADIAN Grader
Fkt PAR POL Sekv
Forbundet Prik
Sekventiel SIMUL
Reel a+bi re^0i
Fuld v0pdel G-T
SET CLOCK 10/07/04 23:58

```

```

NORMAL SCI ENG
Fldec 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
RADIAN Grader
Fkt PAR POL Sekv
Forbundet Prik
Sekventiel SIMUL
Reel a+bi re^0i
Fuld v0pdel G-T
SET CLOCK 10/07/04 23:58

```

Du vender tilbage til hovedskærmen ved at taste $\boxed{2nd}$ [QUIT]. Med denne indstilling ser ovenstående kapitalfremskrivning sådan ud:

```

500
Ans*1.03
500.00
515.00
530.45
546.36
562.75

```

Fldec er en forkortelse af ordet “Flydende decimaler”, som står for flydende placering af decimaltegnet. Fuld præcision i beregningerne opnås med indstillingen Normal og Fldec.

Skift tilbage til Fldec.

Ekspontiel notation

Hvis resultatet af en beregning overstiger 10 cifre, giver maskinen resultatet i eksponentiel notation (forudsat der er valgt Normal i MODE). Du kan overbevise dig om dette ved at lade maskinen udregne 10^9 og 10^{10} :

```

10^9      1000000000
10^10     1E10

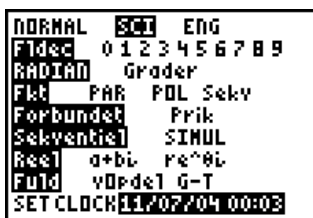
```

Du indtaster tal i eksponentiel notation vha. $\boxed{2nd}$ [EE]. Fx skal 7.35×10^{22} indtastes ved:

7.35 $\boxed{2nd}$ [EE] 22

Maskinen registrerer din indtastning som 7.35E22, altså kun med et enkelt E.

Du kan tvinge maskinen til konsekvent at levere resultater i eksponentiel notation ved at vælge Sci (Scientific notation) i MODE-menuen:



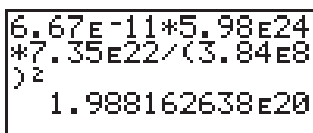
Flyt markøren til Sci ved at trykke på $\boxed{\triangleright}$ og tast [ENTER]. Du vender tilbage til hovedskærmen ved at taste $\boxed{2nd}$ [QUIT]. Prøv at udregne 10^9 og 10^{10} igen. Skift tilbage til Normal.

Beregn tiltrækningskraften mellem jorden og månen vha. formlen

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

når $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$, jordens masse $M = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$, månens masse $m = 7.35 \times 10^{22} \text{ kg}$, og afstanden mellem jorden og månen er $r = 3.84 \times 10^8 \text{ m}$.

Indtastes som forklaret ovenfor fås, at tiltrækningskraften er $1.99 \times 10^{20} \text{ N}$:



2 Grafer og grafværktøjer

I starten benyttes følgende eksempel:

Tegn grafen for den lineære funktion $f(x) = -1.5x + 2$ og grafen for andengradspolynomiet $g(x) = x^2 - 6$. Bestem skæringspunkterne mellem linjen og parabelen.

Tegn graferne

Ved at taste $\boxed{Y=}$ får du en editor til indtastning af forskrifter frem. I editoren navigeres markøren rundt vha. tasterne $\boxed{\uparrow}$, $\boxed{\downarrow}$, $\boxed{\rightarrow}$ og $\boxed{\leftarrow}$. Skulle der i forvejen stå nogle (gamle) funktioner i $\boxed{Y=}$ -editoren, slettes de én efter én ved at flytte markøren til den aktuelle linje og taste $\boxed{\text{CLEAR}}$. Herefter skulle din skærm se ud som det første af nedenstående skærmbilleder:

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=
\Y2=
\Y3=
\Y4=
\Y5=
\Y6=
\Y7=
```

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=-1.5X+2
\Y2=X^2-6
\Y3=
\Y4=
\Y5=
\Y6=
\Y7=
```

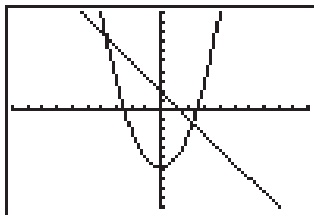
På det andet skærmbillede er de to funktionsudtryk tastet ind — benyt tasten $\boxed{X,T,\theta,n}$ til at lave X med. Inden du kan tegne graferne, skal du fastlægge et *vindue* — dvs. fastlægge, hvilket udsnit af graferne, du vil have tegnet. Til den ende er TI-84 udstyret med en række prædefinerede vinduer. Dem kan du få fat på ved at trykke på $\boxed{\text{ZOOM}}$.

Vælg 6: ZStandard enten ved at flytte cursoren ned på 6-tallet med $\boxed{\downarrow}$ og taste $\boxed{\text{ENTER}}$, eller du kan klare det hele i ét hug ved blot at taste 6. Og prompte tegnes graferne.

```

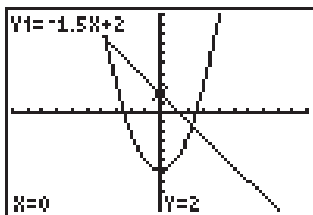
ZOOM MEMORY
1: ZBox
2: Zoom Ind
3: Zoom Ud
4: ZDecimal
5: ZKvadrat
6: ZStandard
7↓ZTrig

```



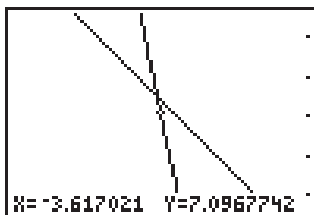
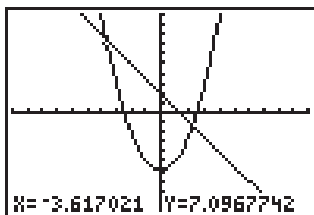
Zoom & Trace

Indrømmet, den tegnede graf er ikke just god til aflæsning af skæringspunkterne, men det er der råd for: Tryk på **TRACE**:



Bemærk den blinkende markør på linjen og dens aktuelle koordinater nederst på skærmen. Du kan flytte markøren frem og tilbage på linjen vha. tasterne **▶** og **◀** og samtidig følge markørens aktuelle koordinater på skærmen. Trykker du på **▲** eller **▼**, bindes markøren i stedet til parablen, og du kan nu flytte markøren frem og tilbage på parablen vha. tasterne **▶** og **◀**.

Flyt markøren op til skæringspunktet i 2. kvadrant, og prøv at aflæse punktets koordinater — det er ikke helt let at fange punktet. Med markøren i nærheden af punktet taster du **ZOOM**. Vælg **2: Zoom Ind**. Herefter ser din skærm ud som på det første billede nedenfor (måske med nogle andre koordinater).



Tryk **[ENTER]**, og du får zoomet ind på skæringspunktet (det andet billede ovenfor). Tryk på **[TRACE]**, og prøv igen at bestemme skæringspunktet mellem de to grafer. Du kan evt. zoome et par gange mere. Vær ikke bange for at eksperimentere — du kan altid vende tilbage til udgangspunktet ved at taste **[ZOOM]** og vælge **6: ZStandard**.

ADVARSEL:

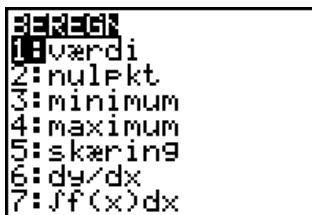
Metoden med skiftevis **TRACE** og **Zoom Ind** er i praksis alt for klodset til bestemmelse af skæringspunkter mellem to grafer, og må frarådes.

Brug i stedet **skæring** fra **CALC**-menuen (se nedenfor)

Skæring mellem grafer

Naturligvis har TI-84 en indbygget rutine til bestemmelse af skæringspunkter. Først skal du dog have graferne til at se ud, som før, du begyndte at zoome. Dette gør du ved at taste **[ZOOM]** og vælge **6: ZStandard**.

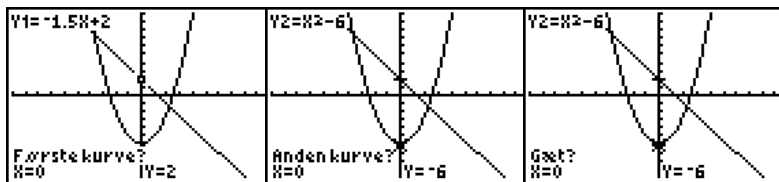
Tast nu **[2nd]** **[CALC]**. Dette bringer **BEREGN** menuen frem:



```
BEREGN
1: værdi
2: nuløkt
3: minimum
4: maximum
5: skæring
6: dy/dx
7: ∫f(x)dx
```

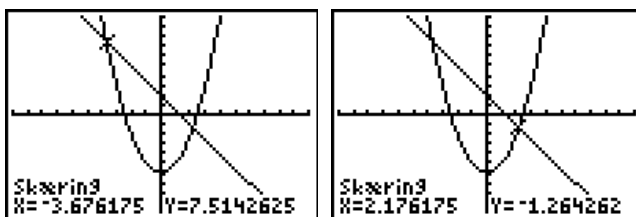
I denne menu vælger du **5: skæring**. Du skal nu foretage en række valg:

Først skal du udpege de to kurver, du vil finde skæringen mellem. Maskinen foreslår selv Y_1 som den første kurve. Du accepterer ved at trykke **[ENTER]**. Som den anden kurve foreslår maskinen Y_2 , som du accepterer ved at trykke **[ENTER]**:



Til slut skal du give et bud på, hvor skæringspunktet befinder sig. Dette gøres nemmest ved at flytte markøren hen i nærheden af skæringspunktet og trykke **[ENTER]**.

Skæringspunktet står nu til aflæsning nederst på skærmen (det første skærbillede nedenfor). Helt tilsvarende bestemmes det andet skæringspunkt. Prøv! Du skulle gerne ende op med det andet skærbillede nedenfor:



Ny opgave og flere grafværktøjer

Tegn grafen for funktionen $p(x) = x^3 - 3x^2 + 2$.

- 1) Bestem funktionsværdierne $p(3)$ og $p(7)$.
- 2) Bestem funktionens nulpunkter og lokale ekstremer.

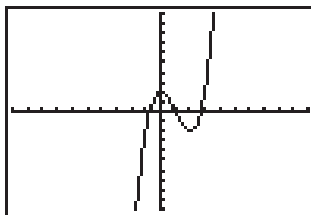
Start om nødvendigt med at rense **[Y=]**-editoren: Skulle der i forvejen stå nogle (gamle) funktioner i **[Y=]**-editoren, slettes de én efter én ved at flytte markøren til den aktuelle linje og taste **[CLEAR]**.

Indtast funktionsudtrykket i Y_1 og tegn grafen i standardvinduet (tryk **[ZOOM]**, og vælg 6: ZStandard):

```

Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=X^3-3X^2+2
\Y2=
\Y3=
\Y4=
\Y5=
\Y6=
\Y7=

```



Manuel indstilling af grafvinduet

Du kan få en pænere graf ved at indskrænke vinduet. Tryk på **WINDOW**, og standardvinduetts dimensioner kommer frem (første skærbillede):

```

WINDOW
Xmin=-10
Xmax=10
Xskala=1
Ymin=-10
Ymax=10
Yskala=1
XoPl=1

```

```

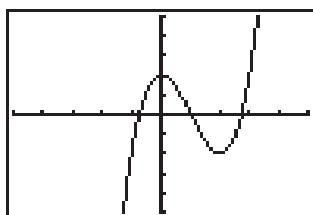
WINDOW
Xmin=-5
Xmax=5
Xskala=1
Ymin=-5
Ymax=5
Yskala=1
XoPl=1

```

I standardvinduet tegnes grafen altså i intervallet bestemt ved X_{min} og X_{max} , dvs i intervallet $[-10, 10]$ — eller rettere sagt, i den del af intervallet $[-10, 10]$, hvor de tilsvarende y -værdier falder inden for y -grænserne Y_{min} og Y_{max} , der også er -10 og 10 i standardvinduet.

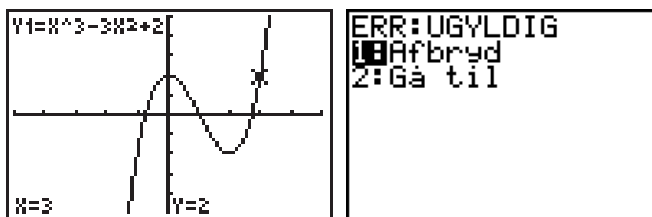
X_{skala} og Y_{skala} , der i standardvinduet begge er sat til 1, angiver akse-mærkernes placering på hhv. x -aksen og y -aksen.

Ret X_{min} , X_{max} , Y_{min} og Y_{max} som vist på billedet ovenfor til højre, og tryk på **GRAPH**. Så tegnes grafen i det nye vindue:



Funktionsværdier med Trace^{*)}

Funktionsværdien i 3 kan dårligt aflæses på grafen (og i 7 slet ikke), men du kan jo altid forsøge dig med **[TRACE]**. I TRACE-mode taster du blot 3, og fluks står markøren i det punkt på grafen, der har x-værdien 3. Funktionsværdien ses nederst på skærmen.



Prøv dernæst at indtaste 7 — så brokker maskinen sig (det andet skærm-billede ovenfor). Det, der går galt, er naturligvis, at 7 falder uden for det x-interval, der fastlægger vinduet. Skifter du til standardvinduet, går alt godt — uagtet at y-værdien ligger langt uden for y-intervallet. Prøv!

I fejlvinduet ovenfor, vil valget 1: Afbryd bringe dig til hovedskærmen, hvorimod valget 2: Gå til returnerer til grafskærmen.

Funktionsværdier med [TABLE]

TI-84 er udstyret med en facilitet, der gør, at det er meget simpelt at få lavet en tabel (et sildeben) over funktioner.

Tast først **[2nd]** **[TBLSET]**. Her skal du fortælle maskinen, hvor din tabel skal starte, og hvor store spring du ønsker. Fyld ud som vist nedenfor, dvs. lad tabellen starte i 0, og sæt springene til 0.5.

Tast herefter **[2nd]** **[TABLE]**, og straks får du den ønskede tabel, hvor du umiddelbart kan aflæse, at funktionsværdien i 3 er 2, dvs. $p(3) = 2$. Bladrer du ned i tabellen med **[↓]**, vil du også kunne finde funktionsværdien i 7 (198).

^{*)} 1: Værdi i BEREKN-menuen virker på nøjagtig samme måde

```

TABEL SETUP
TabelStart=0
ΔTabel=.5
Uafh9: Auto ?
Afh9: Auto ?

```

X	Y ₁	
0	2	
.5	1.375	
1	0	
1.5	-1.375	
2	-2	
2.5	-1.125	
3	2	

X=0

Skal du finde en række funktionsværdier, der ikke falder så regelmæssigt, at det blot kan klares med at sætte ΔTabel passende, har TABEL en mere dynamisk side.

Tast **[2nd]** [TBLSET] og pil ned til indstillingen af Uafh9, dvs. den uafhængige variabel x. Placer markøren over ? og tast **[ENTER]**.

```

TABEL SETUP
TabelStart=0
ΔTabel=.5
Uafh9: Auto █
Afh9: Auto ?

```

X	Y ₁	
2	-2	
2	198	

X=

Tast [TABLE], og du får en tom tabel, hvor du kan indtaste x-værdier, og så snart du trykker på **[ENTER]**, beregnes funktionsværdien.

Funktionsværdier på hovedskærmen

Skift til hovedskærmen ved at taste **[2nd]** [QUIT]. Den beregning, maskinen skal udføre, kan kort formuleres således: $Y_1(3)$. Desværre kan du ikke blot skrive dette i hovedskærmen vha. de alfanumeriske taster⁹⁾.

I stedet skal du hente Y_1 i en menu på følgende måde (følg figureerne på næste side):

⁹⁾ Hvis du alligevel prøver at indtaste $Y_1(3)$ og får et tal som resultat, har dette tal ikke en pind med den søgte funktionsværdi at gøre, men hidrører fra, at variabelen Y i forvejen har en værdi, der så bliver ganget med 1 og derefter med 3.

- 1) Tast **[VAR]** for at komme ind i VAR-menuen. Du skal bruge Y-VAR-
undermenuen, så tast **[↓]**.
- 2) I Y-VAR-menuen skal du vælge 1:Funktion, så tast blot **[ENTER]**, og
inde i dybet finder du listen med funktionsnavne.
- 3) Vælg Y_1 , dvs. tast **[ENTER]**, og fluks returneres til hovedskærmen, hvor
 Y_1 nu står skrevet.

Y-VAR	VAR	FUNKTION
1: Vindue...	1: Funktion...	1: Y_1
2: Zoom...	2: Parameter...	2: Y_2
3: GDB...	3: Polær...	3: Y_3
4: Billede...	4: On/Off...	4: Y_4
5: Statistik...		5: Y_5
6: Tabel...		6: Y_6
7: Streg...		7: Y_7

- 4) Tilbage er blot at skrive (3) efterfulgt af **[ENTER]**:

$Y_1(3)$	2
----------	---

For at finde funktionsværdien i 7 behøver du blot at taste **[2nd]** **[ENTRY]** og rette 3-tallet til et 7-tal og afslutte med **[ENTER]**.

Nok er vejen lang, men metoden er meget nyttig at være fortrolig med, da du ofte vil få brug for at skulle placere et funktionsudtryk i en ligning eller som et led i et større udtryk. Det vil du senere se eksempler på.

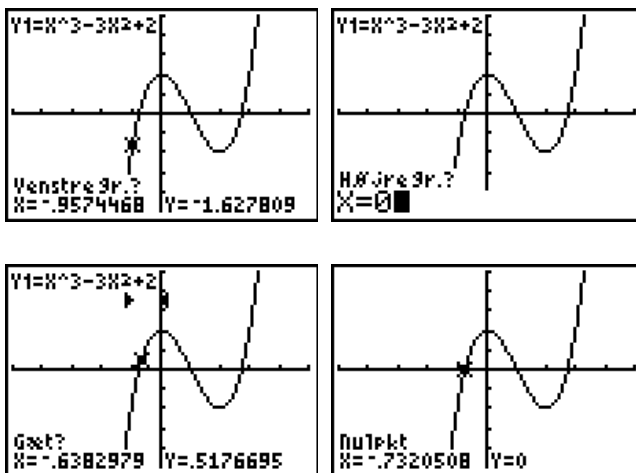
Nulpunktsbestemmelse — nulpkt

Du skal nu bestemme det nulpunkt, der ligger i intervallet $[-1,0]$:

Hvis du ikke allerede har grafen på din skærm, så tast **[GRAPH]**. I BE-REGN-menuen (**[2nd]** **[CALC]**) vælger du 2:nulpkt, og maskinen afventer din indtastning af den venstre grænse for det søgte nulpunkt. Dette kan du gøre på to måder:

Enten kan du flytte markøren (som er bundet til grafen) med \leftarrow til et sted til venstre for nulpunktet, eller du kan indtaste en værdi, der ligger til venstre for nulpunktet, fx -1 . Dit valg afsluttes med $\boxed{\text{ENTER}}$.

Tilsvarende vælges den højre grænse for nulpunktet. Herefter vil maskinen have et gæt på nulpunktet — der kunne jo være flere nulpunkter i det afstukne interval: Flyt markøren hen i nærheden af det søgte nulpunkt og tast $\boxed{\text{ENTER}}$:

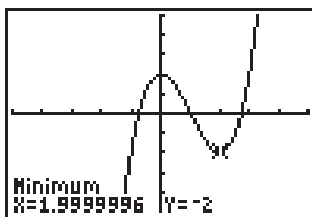
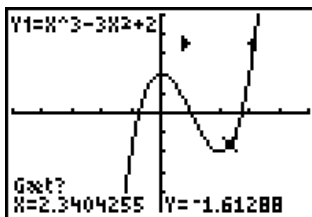
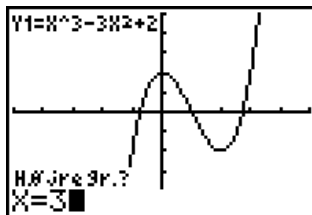
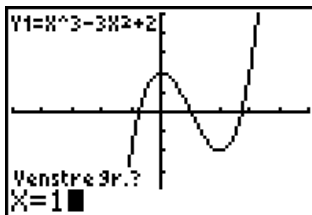


Find selv de øvrige nulpunkter, og prøv herefter at eksperimentere med forskellige valg af søgeinterval, og gæt på nulpunktet: Fx venstre grænse -1 , højre grænse 0.5 , og gæt på 0 som rod.

minimum & maximum

Du skal nu finde det lokale minimum, funktionen har i nærheden af 2:

Metoden er i det væsentlige den samme som ved nulpunktsbestemmelse. I BEREGN-menuen ($\boxed{2nd}$ [CALC]) vælger du **3:minimum**, og maskinen afventer din indtastning af den venstre grænse og derefter den højre grænse for søgeintervallet og til slut et gæt på søgte minimum.



En eksakt matematisk undersøgelse vil afsløre, at funktionens lokale minimum antages i 2 og ikke i 1.9999996. Denne lille fejl skal naturligvis tilskrives maskinens begrænsede regnenøjagtighed. At maskinen leverer $y = -2$ som minimumsværdien, er ikke så overraskende, idet maskinen ikke kan se forskel på $Y_1(2)$ og $Y_1(1.9999996)$, hvilket en direkte udregning i hovedskærmen viser:

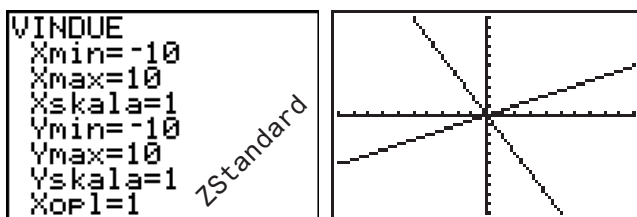
$Y_1(1.9999996)$	-2
$Y_1(2)$	-2

For at undgå den slags små unøjagtigheder kan det ofte være en fordel at begrænse antallet af decimaler en smule, og minimumsbestemmelsen vil give svaret $x = 2$.

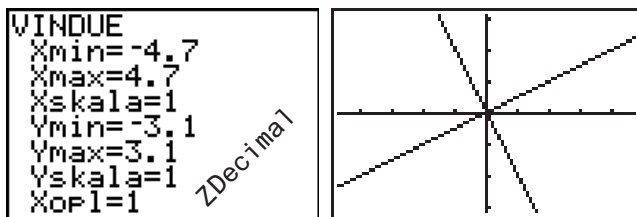
Helt tilsvarende virker 4:maximum i BEREGN-menuen. Benyt denne til at bestemme det lokale maksimum, funktionen har i nærheden af 0.

Standardindstillinger

Graftegning på TI-84 er i princippet ret primitiv. Der sker det, at TI-84 genererer en tabel over støttepunkter (sildeben), plottes tabellens punkter og forbinder punkterne med rette linjer. Er der blot punkter nok, ses det ikke. Antallet af plotpunkter styres af $Xop1$, der er sat til 1 i alle standardindstillinger — dvs. der beregnes en funktionsværdi i hver pixel. Med denne betydning af $Xop1$ er det klart, at jo lavere værdi for $Xop1$, jo pænere graf tegnes, og jo mere tid tager det. $Xop1$ skal have en værdi mellem 1 og 8. Du har allerede stiftet bekendtskab med standardindstillingen $ZStandard$, der ofte er en god indstilling at starte med. Da skærmen ikke er kvadratisk, vil denne indstilling give et noget fortegnat billede. På det andet skærmbillede er tegnet graferne for de to funktioner $Y_1=1/2x$ og $Y_2=-2x$. De to rette linjer skal stå vinkelret på hinanden, hvilket grafen ikke just tyder på.



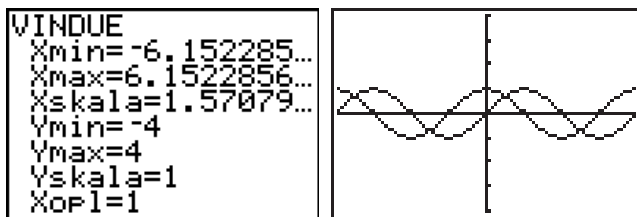
Indstillingen $ZDecimal$ retter indstillingerne til, så der tegnes i det rette forhold. Desuden udmærker indstillingen sig ved, at springene mellem de enkelte støttepunkter er 0.1, hvilket har givet anledning til navnet*).



*) Grafskæmens dimension er 95 pixler (94 pixelspring) på langs og 63 pixler i højden (62 pixelspring). Da pixelerne er kvadratiske, er det rette forhold $\frac{94}{62} = \frac{47}{31}$. Med 94 pixelspring på tværs må x-intervallet have længden 9.4 (=2·4.7). Når det rette forhold skal bevares, må y-intervallet have længden 6.2 (=2·3.1).

ZKvadrat er ikke en standardindstilling, men justerer den aktuelle indstilling, så billedet vises i det rette forhold. Ved justeringen udvides grafvinduet i lodret retning, hvis den er for lille — og i vandret retning, hvis den er for lille. Der justeres altså efter behov, men altid så grafvinduet udvides, og du derfor ikke taber dele af graftegningen ved justeringen.

ZTrig er beregnet til at tegne trigonometriske funktioner. Her er springene mellem de enkelte pixels $\frac{1}{24}\pi$. Dette gør, at alle strategisk gode støttepunkter beregnes, fx $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2} \dots$. Desuden er Xsc1 er sat til $\frac{\pi}{2}$. Du kan bruge denne indstilling, når du tegner trigonometriske funktioner. Nedenfor er sin(x) og cos(x) tegnet med ZTrig indstillingen⁹⁾:



Funktion givet ved en tuborg-forskrift

Tegn grafen for funktionen

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 1 & \text{for } x \leq 1 \\ -2x + 4 & \text{for } x > 1 \end{cases}$$

Spørgsmålet er, hvordan du fortæller maskinen, at for $x \leq 1$ skal forskriften være $x^2 + 2x - 1$, og for $x > 1$ skal forskriften være $-2x + 4$.

For at kunne udtrykke f ved et samlet funktionsudtryk, der kan indtastes som Y_1 , skal du benytte de såkaldte *indikatorfunktioner*.

⁹⁾ I ZTrig indstillingen har x-intervallet længden $\frac{\pi}{24} \cdot 94 = 12.30457123 = 2 \cdot 6.152285613$

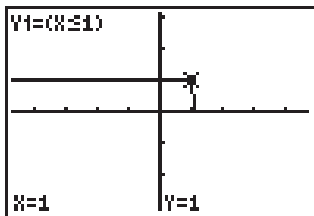
Prøv at indtaste udtrykket $(X \leq 1)$ som Y_1 i $[Y=]$ -editoren. Alle uligheds-tegn (og lighedstegnet) ligger gemt i TEST-menuen (aktiveres vha. $[2nd]$ $[TEST]$) og skal hentes derfra:



Tastesequensen, der giver udtrykket $(X \leq 1)$ i $[Y=]$ -editoren, er altså:

$[]$ $[X,T,Θ,n]$ $[2nd]$ $[TEST]$ 6 1 $[]$

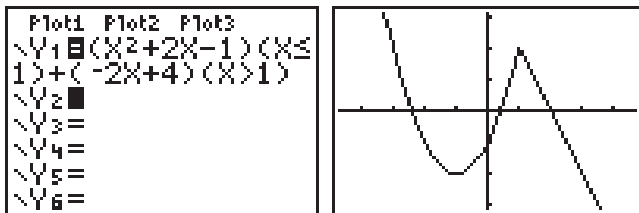
Tegn grafen for Y_1 (benyt ZDecimal), tryk $[TRACE]$, og undersøg specielt, hvad der sker omkring $x = 1$:



Ved brug af indikatorfunktioner kan f nu skrives på formen:

$$f(x) = (x^2 + 2x - 1)(x \leq 1) + (-2x + 4)(x > 1)$$

og på denne form kan funktionen skrives direkte ind i $[Y=]$ -editoren, og grafen kan tegnes (benyt ZDecimal):



3 Variabler og formler

I dette afsnit skal du arbejde med toppunktsformlen for en parabel

$$T = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{d}{4a} \right)$$

hvor a , b og c er koefficienterne i parablens ligning $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$, og $d = b^2 - 4a \cdot c$ er diskriminanten.

I dette kapitel vil du se, hvordan toppunktsformlen gemmes hensigtsmæssigt i en variabel, og hvordan formlen benyttes til at beregne toppunktet for parabelen med ligningen $y = x^2 + 2x - 1$.

Gem talværdier i variabler

I det konkrete eksempel, $y = x^2 + 2x - 1$, er $a = 1$, $b = 2$ og $c = -1$. På TI-84 kan du gemme talværdier i variabler med navnene A, B, ..., Z. Det vil således være oplagt at benytte variablerne A, B, C og D til at betegne a , b , c og d hhv.

Et 1-tal gemmes i variabelen A ved at taste: 1 **[STO]** **[ALPHA]** A



A rectangular display box with a black border. On the left side, the text '1 → A' is displayed. On the right side, the number '1' is displayed.

Er der i forvejen gemt en værdi i A, overskrives denne. Som svar på en tildeling giver TI-84 indholdet af den pågældende variabel — her 1.

Du kan til enhver tid se, hvad der er gemt i en variabel ved blot at skrive variabelens navn i hovedskærmen og taste **[ENTER]**:



A rectangular display box with a black border. On the left side, the letter 'A' is displayed. On the right side, the number '1' is displayed.

Helt tilsvarende gemmes 2 i B og -1 i C. Du behøver ikke at taste **ENTER** efter hver tildeling, men du må gerne. Det hele bliver mere overskueligt, hvis tildelingerne adskilles af et kolon (tastes som **ALPHA** **.**) — dette er gjort nedenfor:

$$\begin{array}{l} 1 \rightarrow A: 2 \rightarrow B: -1 \rightarrow C \\ -1 \end{array}$$

Du kan også gemme værdien af et udtryk i en variabel, fx kan du gemme værdien af udtrykket $B^2 - 4AC$ i en variabel med navnet D.

$$\begin{array}{l} 1 \rightarrow A: 2 \rightarrow B: -1 \rightarrow C \\ B^2 - 4AC \rightarrow D \\ -1 \\ 8 \end{array}$$

Her er der flere ting, du skal lægge mærke til. For det første kan du se, at den værdi, der er blevet gemt i variabelen D, er 8. For det andet er der ikke skrevet gangetegn i udtrykket $B^2 - 4AC$. Dette skyldes, at TI-84 genkender den underforståede multiplikation, man har for vane at benytte i almindelig matematisk skrivemåde.

For at finde toppunktets koordinater, behøver du nu blot at taste følgende:

$$\begin{array}{l} -B / (2A) \\ -D / (4A) \\ -1 \\ -2 \end{array}$$

Ændrer du de værdier, der er gemt i variableerne A, B og C til fx $A = 2$, $B = 12$ og $C = 13$, og checker D's værdi, ser du, at denne er uændret fra den foregående beregning:

$$\begin{array}{l} 2 \rightarrow A: 12 \rightarrow B: 13 \rightarrow C \\ D \\ 13 \\ 8 \end{array}$$

Dette viser, at det kun er talværdier, der kan gemmes i en variabel. Det kunne jo være rart, hvis D havde fået sin værdi opdateret, så den var i overensstemmelse med de nye værdier af A, B og C. I næste afsnit kan du se hvordan.

Gem formler i u, v og w

På tastaturet over $\boxed{7}$, og $\boxed{9}$ finder du de gule bogstaver u, v og w. Disse aktiveres ved at taste hhv. $\boxed{2nd} \boxed{7}$, $\boxed{2nd}$ og $\boxed{2nd} \boxed{9}$, og kan benyttes til at gemme formler*). Udtrykket for diskriminanten gemmes i fx u ved:

$$"B^2 - 4AC" \rightarrow u$$

hvor du skal taste "B² - 4AC" $\boxed{STO} \boxed{2nd} \boxed{u}$. Husk anførselstegnene om udtrykket (laves med $\boxed{ALPHA} \boxed{+}$).

Henter du herefter værdien af u, vil værdien af diskriminanten blive udregnet med de aktuelle værdier af A, B og C:

The image shows a calculator screen with a black border. The top line displays the formula $"B^2-4AC" \rightarrow u$. The second line displays the word "Udført" (Executed) on the right side. The third line displays the variable "u" on the left side. The bottom right corner of the screen displays the number "40".

Prøv at ændre værdien af A, B og C til de oprindelige ($A = 1$, $B = 2$, $C = -1$), og overbevis dig om, at diskriminanten nu udregnes til 8.

Anførselstegnene sikrer, at det er formlen selv — og altså ikke dens værdi — der gemmes i u.

Hvis du på et eller andet tidspunkt gerne vil se, hvilken formel der er gemt i u, kan du blot taste $\boxed{2nd} \boxed{RCL} \boxed{2nd} \boxed{u}$, og den gemte formel vil udskrives (uden anførselstegn). Prøv!

*) u, v og w er egentlig sekvensfunktioner, og vor brug af dem til opbevaring af formler er ikke den tilsligtede.

Toppunktsbestemmelsen kan automatiseres ved at gemme toppunktsformlen i v:

$$\text{"{-B/(2A), -u/(4A)}"} \rightarrow v$$

De krøllede parenteser { og }, der indtastes som $\boxed{2\text{nd}} \boxed{[}$ og $\boxed{2\text{nd}} \boxed{]}$, er vigtige at få med, men betydningen heraf skal du ikke bekymre dig om nu.

Herefter vil et kald af v beregne toppunktets koordinater svarende til de aktuelle værdier af A, B og C (her 1, 2, -1):

```

{"-B/(2A), -u/(4A)"}
)}"→v
                                Udført
v
                                {-1 -2}

```

Ved at gemme formlen for andengradspolynomiets rødder i w ved

$$\text{"{(-B+√(u))/(2A), (-B-√(u))/(2A)}"} \rightarrow w$$

er din TI-84 for alvor gearret til arbejdet med andengradspolynomier.

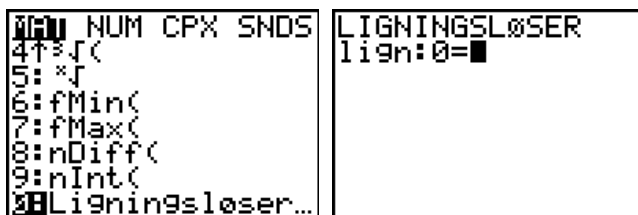
Hvis du prøver at bestemme rødderne i en andengradsligning med negativ diskriminant, får du en fejlmeddelelse, der fortæller dig, at resultatet ikke er et reelt tal⁹⁾:

1→A: -2→B: 2→C	2	ERR: IKKEREEL RES
u	-4	Udfbryd
■		2:Gå til

⁹⁾ Ved at vælge indstillingen a+bi i stedet for Real i MODE-menuen, kan du få vist komplekse løsninger på formen a + ib.

4 Ligningsløsning

TI-84 har indbygget en meget stærk interaktiv ligningsløser. Denne findes i bunden af MAT-menuen. Tast **[MATH]** efterfulgt af **0** — eller pil ned i bunden af menuen (ni tryk på **▼** eller blot et enkelt på **▲**):



Hvis din Ligningsløser ikke ser sådan ud, skyldes det, at der allerede er indtastet en ligning. Den kan du slippe af med ved at taste **▲ [CLEAR]**. Læg mærke til, at ligningsløseren forventer en ligning, hvor venstresiden er 0. Det er din opgave at bringe ligningen på denne form. For at undgå fortegnfejle, kan det være en god idé at omforme ligningen således

$$0 = \text{venstre side} - (\text{højre side})$$

— eller omvendt. Gør du dette konsekvent og sætter parentes om højresiden, laver du med garanti ikke fortegnfejle.

En lineær ligning

Løs ligningen

$$1.02x - 0.35 = 1.21 - 2.1x$$

Først omformes ligningen til: $0 = 1.02x - 0.35 - (1.21 - 2.1x)$, og ligningen tages ind:

```
LIGNINGSLØSER
lin:0=1.02X-.35
-(1.21-2.1X)■
```

Når ligningen er skrevet ind, tastes `[ENTER]`, og dette skærmbillede kommer frem.

```
1.02X-.35-(1.21-2.1X)=0
X=0■
grænse=(-1E99,...
```

Markøren er placeret ud for $X=$ i den anden linje — måske viser din maskine noget andet end 0, men det betyder ikke noget. Maskinen forventer, at du efter $X=$ indtaster en startværdi til søgningen og efter `bound=` indtaster et søgeinterval.

Da ligningen forventes at have netop én løsning, er det helt ligegyldigt, hvor du starter, så maskinens bud ($X = 0$) er godt nok. Det er søgeintervallet også, idet det går fra $-\infty$ til $+\infty$ (i maskinens begrænsede verden er ∞ altså 10^{99}). Med markøren placeret i $X=$ linjen startes ligningsløseren med `[ALPHA]` `[SOLVE]`, og efter kort tid får du et skærmbillede, hvor løsningen ses at være 0.5.

```
1.02X-.35-(1.21-2.1X)=0
■ X=.5
grænse=(-1E99,...
```

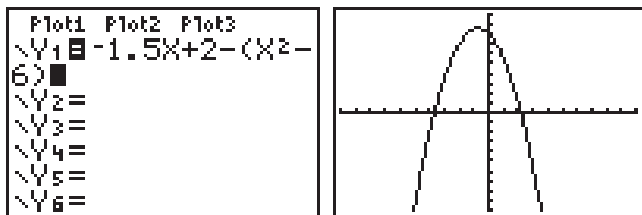
En andengradsligning

Løs ligningen

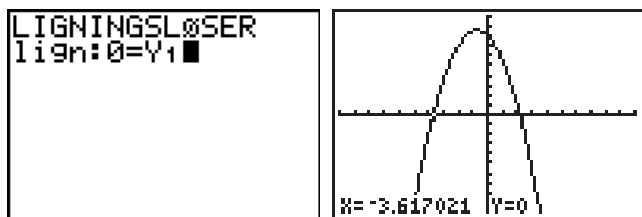
$$-1.5x + 2 = x^2 - 6$$

Til denne ligning kan der være flere løsninger, så du er nødt til på en eller anden måde at finde nogle fornuftige startværdier. Det nemmeste er at bruge maskinens grafiske faciliteter på følgende måde:

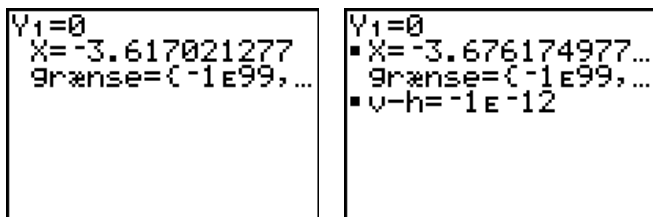
Først omformes ligningen til $0 = -1.5x + 2 - (x^2 - 6)$, og ligningens højre side: $-1.5x + 2 - (x^2 - 6)$ indtastes i $\boxed{Y=}$ -editoren som Y_1 , hvorefter grafen tegnes med \boxed{ZOOM} 6: ZStandard.



Start ligningsløseren (\boxed{MATH} \emptyset), og rens den (tast $\boxed{\Delta}$ \boxed{CLEAR}). Denne gang behøver du ikke at indtaste hele udtrykket — det har du jo allerede gjort i $\boxed{Y=}$ -editoren. Du skal blot indsætte Y_1 , der skal hentes i \boxed{VARS} - menuen som beskrevet på pp. 18-19.



Gå tilbage til grafskærmen (tast \boxed{GRAPH}). Flyt med piletasterne markøren hen i nærheden af det negative nulpunkt, og tast \boxed{MATH} \emptyset for at aktivere ligningsløseren. Herved får du automatisk den aktuelle x-koordinat indsat i $X=$. Tilbage er blot at starte ligningsløseren med \boxed{ALPHA} \boxed{SOLVE} og bemærke, at det andet nulpunkt findes tilsvarende:



Rentesregning — simpel rente

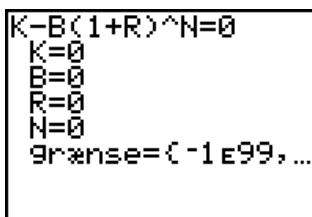
Opgaver i rentesregning med fast procentfremskrivning er variationer over formlen

$$K = B(1 + r)^n,$$

hvor K er slutbeløbet, B er startbeløbet, r er renten og n er antallet af rentetilskrivninger.

-
- 1) 500 kr. indsættes på en konto til 3% pr. termin. Hvad er beløbet vokset til efter 12 terminer?
 - 2) Et beløb er på 24 terminer vokset til 4998.90 kr. Renten har været 5% pr. termin. Hvor stort et beløb blev oprindeligt indsat?
 - 3) Et beløb på 6500 kr. er vokset til 11402.48 ved 20 rentetilskrivninger. Hvad har renten været?
 - 4) 1000 kr. er vokset til 2025.82 kr ved et antal rentetilskrivninger på 4%. Hvor mange rentetilskrivninger er der foretaget?
-

Alle opgaverne kan løses med ligningsløseren. Først skrives renteformlen på formen $0 = K - B(1 + r)^n$, hvorefter den indtastes i ligningsløseren (**MATH** \emptyset):



```
K-B(1+R)^N=0
K=0
B=0
R=0
N=0
grænse=-1E99,...
```

Det er muligt, at der ikke står 0 ved alle dine variabler, men det betyder ikke noget. Hvis de har været i brug tidligere, står de værdier, der senest er gemt i variablerne.

Der indtastes værdier til variablerne — i det første eksempel: $B = 500$, $r = 0.03$ og $n = 12$, hvorefter markøren placeres ud for den variabel, der skal bestemmes (her K), og der tastes [ALPHA] [SOLVE]:

<pre> K-B(1+R)^N=0 K=0 B=500 R=.03 N=12 grænse=(-1E99,...</pre>	<pre> K-B(1+R)^N=0 K=712.88044342... B=500 R=.03 N=12 grænse=(-1E99,...</pre>
---	---

Det er nok overflødigt at benytte ligningsløseren til at bestemme K , idet en direkte indtastning $500 * 1.03^{12}$ prompte vil give værdien af K . Mere relevant er det at benytte ligningsløseren til de 3 andre opgaver:

<pre> K-B(1+R)^N=0 K=4998.9 B=1549.9984767.. R=.05 N=24 grænse=(-1E99,...</pre>	<pre> K-B(1+R)^N=0 K=11402.48 B=6500 R=.02850000496.. N=20 grænse=(-1E99,...</pre>	<pre> K-B(1+R)^N=0 K=2025.82 B=1000 R=.04 N=18.000043857.. grænse=(-1E99,...</pre>
---	--	--

Rentesregning — annuiteter

Det opsparde beløb efter n terminer ved en fast terminsindbetaling på b kr. og en fast rente $r\%$ pr. termin kan findes ved formlen

$$A = b \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Hvis du indtaster

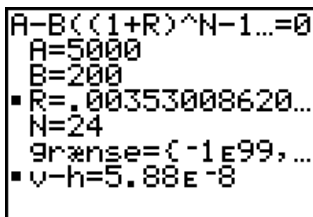
$$\emptyset = A - B((1+R)^N - 1) / R$$

i ligningsløseren, kan du på samme måde som ovenfor bestemme værdien af en ukendt størrelse.

I denne formel kan b og n isoleres, men det kan r ikke. Traditionelt har man fundet r ved at slå op i en tabel eller prøve sig mere eller mindre systematisk frem, så her kommer ligningsløseren for alvor til sin ret.

Et beløb på 5000 kr. opsøres ved 24 månedlige indbetalinger på 200 kr. Find renten pr. måned.

Alle oplysninger tastes ind, og ligningsløseren startes:



```
A-B((1+R)^N-1)...=0
A=5000
B=200
R=.00353008620...
N=24
Grænse=(-1E99, ...
v-h=5.88E-8
```

Den månedlige rente ses at være 0.35 %. For første gang ses en værdi forskellig fra 0 i $v-h$. Værdien angiver forskellen på ligningens højre og venstre side med den fundne værdi af R . Med andre ord stemmer højre og venstre side overens på de 7 første decimaler.

Tilsvarende bemærkninger gælder for gældsafviklingsformlen:

$$G = y \cdot \frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r}$$

hvor r heller ikke kan isoleres. Denne formel kan placeres i ligningsløseren ved at indtaste

$$0 = G - Y((1 - (1 + R)^{-N}) / R$$

Din TI-84 er udstyret med en finansapplikation. Applikationen tilgængelig via den lille [APPS]-knap under navnet **Finance**. Med Finansapplikationen er ovenstående opgaver løst i en håndvending. Du kan downloade en dansk vejledning fra TI's hjemmeside www.ti.com/calc/danmark/

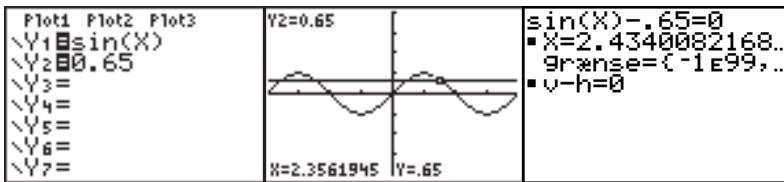
Trigonometriske grundligninger

Løs ligningen $\sin(x) = 0.65$, hvor $x \in [0, 2\pi]$.

Først skal du lige sikre dig, at maskinen regner i radianer: Tast **[MODE]**, pil ned på **Radian**, og tast **[ENTER]**. Du returnerer med **[2nd]** **[QUIT]**.

Til en start kan du prøve at taste $\sin^{-1}(0.65)$, hvorved du får 0.7076; men der er flere løsninger, hvilket et grafisk check vil overbevise dig om:

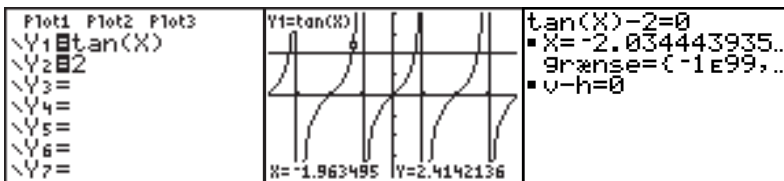
Indtast funktionen $\sin(X)$ som Y_1 og funktionen 0.65 som Y_2 og tegn graferne med **[ZOOM]** 7.ZTrig



På det midterste billede er **[TRACE]** benyttet til at finde en passende startværdi til brug i ligningsløseren, som automatisk tildeles variabelen X i ligningsløseren, når ligningen $\sin(X) - 0.65$ er indtastet. Løsningerne er altså $\{0.7076, 2.4340\}$.

Løs ligningen $\tan(x) = 2$, hvor $x \in [-\pi, \pi]$.

Benyt nøjagtig den samme fremgangsmåde som ovenfor:



De lodrette streger, der tegnes, hører ikke med til grafen for tangens, men skyldes, at de støttestreger, maskinen udregner til tegning af grafen, brutalt forbindes med rette linjer. Den anden løsning finder du til $X = 1.107$.

5 Matematiske modeller

I STAT-menuen får du adgang til et væld af værktøjer, der gør arbejdet med modeller menustyret og meget fleksibelt. Du skal lære at

- indtaste i STAT- editoren
- plotte måledata
- udføre lineær-, eksponentiel- og potensregression
- lave en grafisk modelkontrol

Indtastning af data

Du skal nu indtaste tallene i nedenstående tabel, der viser trykket i forskellige dybder under havoverfladen

Dybde (m)	10	13	35	40	100
Tryk(atm)	1.96	2.25	4.36	4.84	10.60

Tast **[STAT]**. I den menu, der kommer frem, vælger du **1:Edit**, hvorved STAT-editoren kommer frem (det midterste billede) — se afsnittet “Gør klar til en ny dataanalyse”, hvis der allerede står noget i din STAT-editor. Indtast tabellens oplysninger som vist.

BRGN TEST	L1	L2	L3	1	L1	L2	L3	2
1:Edit	10	1.96	---	---	10	1.96	---	---
2:SorterS	13	2.25	---	---	13	2.25	---	---
3:SorterF	35	4.36	---	---	35	4.36	---	---
4:SletListe	40	4.84	---	---	40	4.84	---	---
5:IndstilEditor	100	10.6	---	---	100	10.6	---	---
	---	---	---	---	---	---	---	---
	L1(1) =				L2(6) =			

Redigering i det indtastede sker ved, at du med piletasterne placerer markeringen i det felt, du vil redigere. Redigeringen foretages i indtastningslinjen og afsluttes med **[ENTER]**.

Du sletter et listeelement med **[DEL]** og indsætter et nyt med **[2nd][INS]**.

Plot af data

Rens først $\boxed{Y=}$ -editoren, og tast $\boxed{2nd}$ [STAT PLOT]

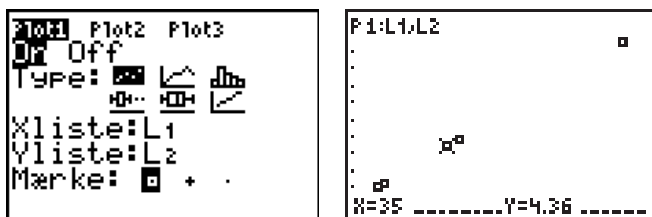
```
STAT PLOTS
1:Plot1...Off
  L1 L2
2:Plot2...Off
  L1 L2
3:Plot3...Off
  L1 L2
4↓PlotsOff
```

Hvis ikke alle 3 plots viser Off, skal du først vælge 4:PlotsOff, hvorefter du returnerer til hovedskærmen. Tast her \boxed{ENTER}

```
PlotsOff      Udført
```

Tast igen $\boxed{2nd}$ [STAT PLOT]. Nu skulle alle plots gerne være Off.

Vælg 1 og de indstillinger, der er vist på det første skærmbillede. Tast herefter \boxed{ZOOM} 9 (ZoomStat), og det ønskede plot tegnes (her med \boxed{TRACE} slået til):



Trace virker også i punktgrafer: Du kan aflæse de enkelte plotpunkters koordinater nederst på skærmen. Brug Trace til at checke, at alle punkter er korrekt indtastede.

Lineær regression

Skemaet viser trykket i forskellige dybder under havoverfladen

Dybde (m)	10	13	35	40	100
Tryk (atm)	1.96	2.25	4.36	4.84	10.60

Gør rede for, at trykket med god tilnærmelse er en lineær funktion af dybden.

Find trykket i en dybde på 150 m, og bestem den dybde, hvor trykket er 30 atm.

Dataene er de samme som i det foregående afsnit. Indtastning og fremstilling af et plot af dataene foregår som allerede beskrevet.

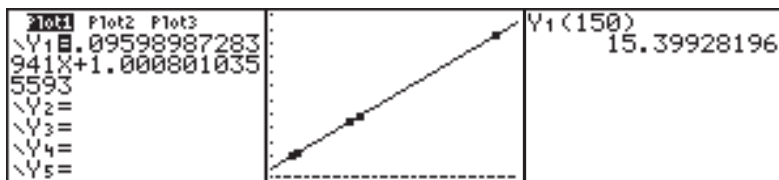
Et kig på plottet viser, at punkterne ser ud til at ligge på en ret linje. Med lineær regression kan du finde den bedste rette linje gennem punkterne:

Tast **[STAT]**, og vælg **BRGN 4:Linreg(ax+b)**. Automatisk returneres til hovedskærmen, hvor du skal skrive L_1 , L_2, Y_1 (L_1 og L_2 tastes som hhv. **[2nd] [1]** og **[2nd] [2]**, mens Y_1 skal hentes i Y -VAR) og taste **[ENTER]**:

EDIT [STAT] TEST	LinReg(ax+b) L_1 , L_2, Y_1	LinReg $y=ax+b$ $a=.0959898728$ $b=1.000801036$
1:1-Var Stat		
2:2-Var Stat		
3:Med-Med		
4:LinReg(ax+b)		
5:KvadReg		
6:KubiskReg		
7:KvartReg		

På det sidste skærbillede ser du forskriften for den bedste rette linje gennem de givne punkter. Du ville have fået det samme resultat, selvom du havde undladt at skrive L_1 , L_2, Y_1 efter **LinReg(ax+b)**, idet L_1 , L_2 altid underforstås, hvis der intet andet står. Derimod er det meget smart at skrive Y_1 , idet det bevirker, at forskriften placeres i **[Y=]**-editoren som Y_1 .

Tegner vi grafen nu, vil regressionlinjen (som den hedder) blive tegnet sammen med plottet:



På det sidste skærmbillede — i hovedskærmen — er trykket i en dybde på 150 m fundet. Den dybde, hvor trykket er 30 atm., findes ved at starte ligningsløseren med ligningen $\emptyset = Y_1 - 3\emptyset$ (302.1).

Diagnostic

TI-84 kan på forlangende give et mål for modellens kvalitet:

Tast **[2nd]** **[CATALOG]** **D** og med **[↓]** bladrer du ned, til du finder instruktionen **DiagnosticOn**, tast **[ENTER]**, hvorefter du returnerer til hovedskærmen. Tilbage er nu blot at taste **[ENTER]**:

<pre> KATALOG ▶checkTmr(ClockOff ClockOn dayOfWk(ExecLib getDate getDtFmt </pre>	<pre> KATALOG ▶Dec delStr(det(DiagnosticOff ▶DiagnosticOn dim(Disp </pre>	<pre> DiagnosticOn Udført </pre>
--	--	----------------------------------

Diagnostic vil være aktiv, indtil du udfører kommandoen **Diagnostic Off**. Med **Diagnostic** slået til, bliver regressionsresultatet:

```

LinReg
y=ax+b
a=.0959898728
b=1.000801036
r²=.999999945
r=.9999999725

```

hvor der oplyses to størrelser r og r^2 . Men bliver man klogere af det? Ikke umiddelbart, da r og r^2 er nogle ret avancerede statistiske størrelser, kaldet

korrelationskoefficient (r) og forklaringsgrad (r^2). Almindeligvis regnes modellen for acceptabel, hvis r^2 er over 0.95, og glimrende, hvis r^2 er over 0.99. Din lineære model er altså glimrende!

Gør klar til en ny dataanalyse

Du har flere muligheder for at rense STAT-editoren:

- 1) Tast **[STAT]**, vælg **4:SletListe**, hvorefter du returnerer til hovedskærmen. Her taster du navnene på de lister ($L_1, L_2 \dots$), der skal renses.
- 2) I STAT-editoren flytter du markøren op på navnet ($L_1, L_2 \dots$) på den liste, du ønsker at rense. Herefter taster du **[CLEAR]** og **[ENTER]**.
- 3) Hvis du effektivt vil have ryddet op i alle lister, skal du taste **[2nd]** **[MEM]** og vælge **SletAlleLister** og blot taste **[ENTER]**, når du returnerer til hovedskærmen.

Ekspontiel regression

Tabellen viser antallet af tankstationer i Danmark på forskellige tidspunkter

År	1975	1980	1985	1990	1995
Antal	5205	4397	3622	3031	2647

Gør rede for, at antallet af tankstationer med god tilnærmelse er en eksponentielt aftagende funktion af antal år efter 1975.

Giv et skøn over antallet af tankstationer i år 2005, hvis den eksponentielle udvikling fortsætter.

Du kan selvfølgelig ved håndkraft trække 1975 fra alle årstallene og lave indtastningen som før, men maskinen kan også gøre det:

Start med at indtaste årene i L₁, flyt markøren op på L₂ (det første billede nedenfor) og tast **[ENTER]**. Markøren befinder sig nu i skærmens nederste linje. Her skriver du L₁-1975 (det midterste billede) og taster **[ENTER]**. Straks bliver L₂ listen udfyldt (det sidste billede)

L1	□	L3	□	L1	□	L3	□	L1	L2	L3	□
1975		-----		1975		-----		1975	0	-----	
1980		-----		1980		-----		1980	5	-----	
1985		-----		1985		-----		1985	10	-----	
1990		-----		1990		-----		1990	15	-----	
1995		-----		1995		-----		1995	20	-----	
-----				-----				-----			
L2 =				L2 = L1 - 1975				L2(1) = 0			

Indtast nu antal i L₃, gå ind i STAT-BRGN menuen og vælg \emptyset :ExpReg, og udfør eksponentiel regression på listerne L₂ og L₃. Gem resultatet i Y₁. Indstil plottet som vist, og tegn plottet sammen med Y₁:

L1	L2	L3	3	EDIT	TEST	ExpReg L2, L3, Y1
1975	0	5205		5:KvadrReg		
1980	5	4397		6:KubiskReg		
1985	10	3622		7:KvartReg		
1990	15	3031		8:LinReg(a+bx)		
1995	20	2647		9:LnReg		
-----	-----	-----		ExpReg		
L3(6) =				PotensReg		

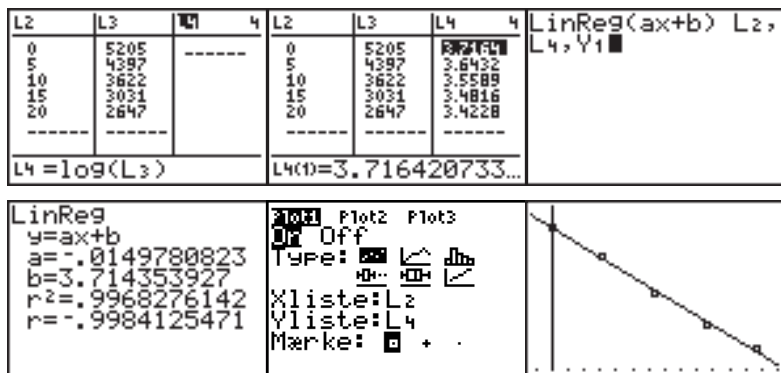
ExpReg	Plot1	Plot2	Plot3	
y = a * b^x	Off			
a = 5180.288266	Type:			
b = .9660996343				
r^2 = .9968276142	Xliste: L2			
r = -.9984125471	Yliste: L3			
	Mærke: □ +			

Læg mærke til, at TI-84 giver forskriften på formen ab^x og ikke, som du er vant til, på formen ba^x . Læg også mærke til, at forklaringsgraden er over 0.99, så modellen er glimrende.

Den sidste del af opgaven løses ved at finde Y₁(30). TI-84 giver resultatet 1840.820571. Hvis den eksponentielle udvikling fortsætter efter 1995, vil der kunne forventes at være 1840 tankstationer i år 2005.

Den gamle metode med brug af enkeltlogaritmisk papir kan efterlignes på lommeregneren:

Først skal du i STAT-editoren i L4 udregne logaritmen til tallene i L3. Dette gør du ved at indtaste formlen $\log(L_3)$ for L4. Herefter skal du lave lineær regression på listerne L2 og L4.



Det sidste billede svarer til, at punkterne og regressionslinjen er indtegnet i et enkelt-logaritmisk koordinatsystem. For at se at resultatet bliver det samme som før, skal du regne lidt:

$$\begin{aligned} \log(y) &= 3.714353927 + (-0.0149780823)x \Rightarrow \\ y &= 10^{3.714353927 + (-0.0149780823)x} = 10^{3.714353927} \cdot 10^{-0.0149780823x} \\ &= 5180.288266 \cdot 0.9660996343^x \end{aligned}$$

altså præcis de resultater, du fik ved at benytte ExpReg. Selv forklaringsgraden er den samme, hvilket viser, at det netop er sådan, maskinen gør, når den laver eksponentiel regression.

Potens regression

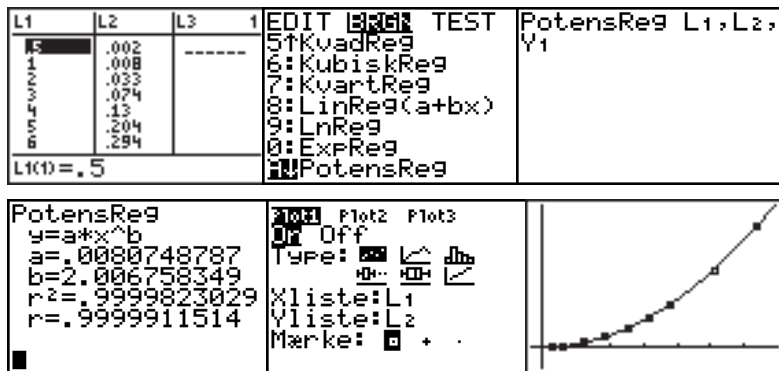
Tabellen viser for en bestemt type gasledning sammenhængen mellem gasstrøm, målt i m^3 pr. time, og tryktab pr. meter ledning, målt i millibar.

Gasstrøm	0.5	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	8.0	10.0
Tryktab	0.002	0.008	0.033	0.074	0.130	0.204	0.294	0.522	0.816

Det oplyses, at tryktabet pr. meter ledning som funktion af gasstrømmen med tilnærmelse er en funktion af formen $f(x) = bx^a$.

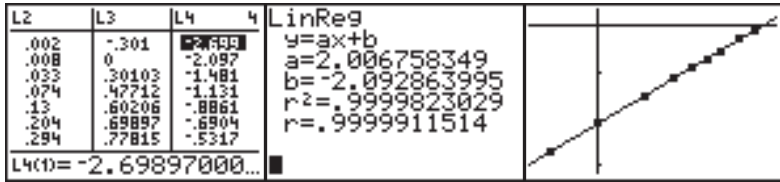
Bestem ved regression tallene a og b .

Rens STAT-editoren og indtast de to talserier i L1 og L2. I STAT-BRGN menuen vælger du A:PotensReg, udfører denne, gemmer resultatet i Y1 og tegner grafen for Y1 sammen med plottet:



Læg mærke til, at maskinen også her bytter om på a og b , så svaret på opgaven må være: $a = 2.00676$ og $b = 0.00807$. Med en forklaringsgrad på over 0.99, må modellen anses for at være glimrende.

Den gamle metode, med brug af dobbeltlogaritmisk papir, kan også efterlignes på lommeregneren: I listerne i L3 og L4 udregner du logaritmen til listerne L1 og L2, og du laver lineær regression på L3 og L4:



Igen skal du til at regne lidt for at se, at der er overensstemmelse mellem de to metoder:

$$\log(y) = 2.006758349 \cdot \log(x) + (-2.092863995) \Rightarrow$$

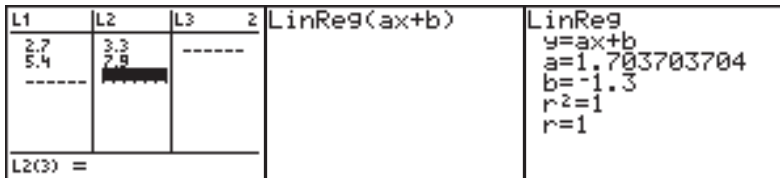
$$y = 10^{2.006758349 \cdot \log(x) - 2.092863995} = 0.0080748787 \cdot x^{2.006758349}$$

Check dine forskrifter

I mange sammenhænge kommer du ud for at skulle finde forskriften for en lineær funktion gennem to givne punkter, forskriften for en eksponentiel udvikling gennem to givne punkter eller forskriften for en potensfunktion gennem to givne punkter. På TI-84 kan du nemt vha. regressionsværktøjet checke dine udregninger:

Find forskriften for den lineære funktion, der går gennem punkterne (2.7, 3.3) og (5.4, 7.9)

Indtast x-kordinaterne i listen L1, y-kordinaterne i listen L2, og udfør LinReg — du behøver ikke at skrive noget efter LinReg, hvis du ikke skal bruge grafen:



Læg mærke til, at forklaringsgraden er 1, hvilket naturligvis hænger sammen med, at der gennem to punkter går netop én ret linje.

Find forskriften for den eksponentielle udvikling, der går gennem punkterne (2.7 , 3.3) og (5.4 , 7.9)

L1	L2	L3	Z	ExpReg	ExpReg
2.7 5.4 -----	3.3 7.9 -----	-----			$y = a \cdot b^x$ $a = 1.378481013$ $b = 1.381695294$ $r^2 = 1$ $r = 1$
L2(3) =					

Find forskriften for den potentielle udvikling (dvs. af formen bx^a), der går gennem punkterne (2.7 , 3.3) og (5.4 , 7.9)

L1	L2	L3	Z	PotensReg	PotensReg
2.7 5.4 -----	3.3 7.9 -----	-----			$y = a \cdot x^b$ $a = .9446266268$ $b = 1.259386629$ $r^2 = 1$ $r = 1$
L2(3) =					

Gennem 3 punkter, der ikke ligger på samme rette linje, går der netop én parabel. Almindeligvis vil dette problem føre til løsning af 3 ligninger med 3 ubekendte, men med TI-84 går det let og smertefrit:

Find ligningen for parabeln gennem punkterne (-2 , 19), (1 , 4) og (3 , 14):

Indtast x- og y-kordinaterne i STAT-editoren og, vælg QuadReg i STAT-CALC menuen:

L1	L2	L3	Z	KvadReg	KvadReg
-2 1 3 -----	19 4 14 -----	-----			$y = ax^2 + bx + c$ $a = 2$ $b = -3$ $c = 5$ $R^2 = 1$
L2(1) = 19					

6 Differentialregning

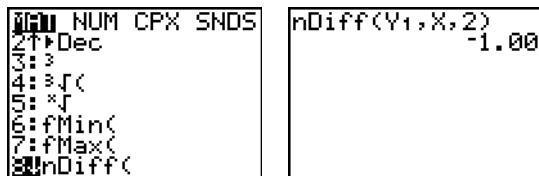
TI-84 kan ikke symbolsk finde differentialkvotienten for en funktion, men kan til gengæld bestemme differentialkvotienten i ethvert punkt ved en numerisk metode.

Differentialkvotient

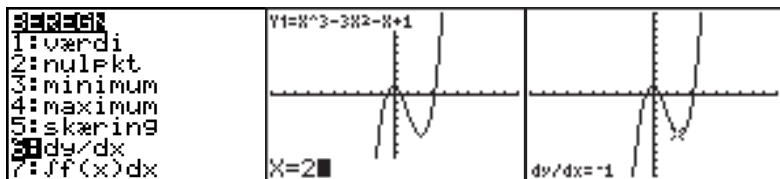
Bestem differentialkvotienten i punktet med x -koordinaten 2 til funktionen med forskriften $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 1$

Sæt antallet af decimaler til 2 (**MODE**), og indtast funktionsforskriften i **Y=**-editoren (husk at slette eller deaktivere allerede indtastede forskrifter og plots).

I MAT-menuen (**MATH**) vælges **8:nDiff(**, og der indtastes **nDiff(Y1,X,2)**, der vil udregne differentialkvotienten i 2.



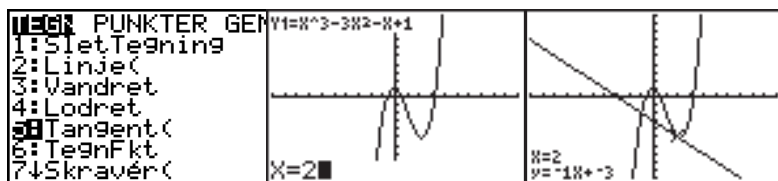
Du kan også benytte BEREGN-menuen til at bestemme differentialkvotienten: Tast **2nd** [CALC], og i BEREGN-menuen vælger du **6:dy/dx**, hvorefter du automatisk returnerer til graf-skærmen. Her taster du 2 efterfulgt af **ENTER**:



Tangentbestemmelse

Bestem ligningen for tangenten i punktet med x -koordinaten 2 til funktionen med forskriften $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 1$

Med forskriften indtastet tegnes grafen (ZStandard) og TEGN-menuen aktiveres med [2nd] [DRAW] fra graf-skærmen. Heri vælger du 5:Tangent(hvorefter du automatisk returnerer til graf-skærmen. Her afventer maskinen besked om, hvilken tangent du vil have tegnet. Tast 2 og [ENTER], så tegnes grafens tangent i punktet med x -koordinaten 2, og min-sandtten om ikke maskinen også oplyser ligningen for den tegnede tangent:



Hvis du vil have fjernet tangenten igen, skal du vælge 1:SletTegning i TEGN-menuen.

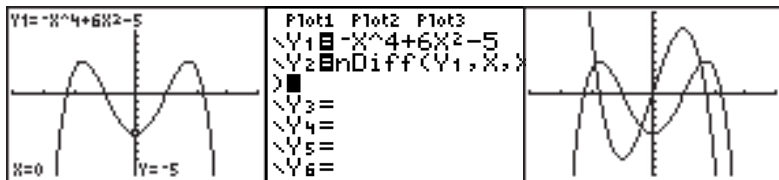
Monotoniforhold og ekstremer

Bestem monotoniforhold og ekstremer for funktionen med forskriften

$$f(x) = -x^4 + 6x^2 - 5$$

Tegn først grafen i et passende vindue. Herefter kan du bestemme monotoniforhold og ekstremer vha. BEREGN-menuen, som tidligere vist.

Her skal du i stedet benytte differentialkvotienten til opgaven. Ved at indtaste funktionen $Y2 = nD1ff(Y1, X, X)$ kan du få tegnet grafen for differentialkvotienten:



Herefter kan du benytte grafen for differentialkvotienten til at finde passende startværdier til ligningsløseren, eller du kan bruge nulpunktsbestemmelsen fra BEREGN-menuen til at finde nulpunkter for Y_2 og dermed ekstremer og vandrette vendetangenter for Y_1 .

TIP

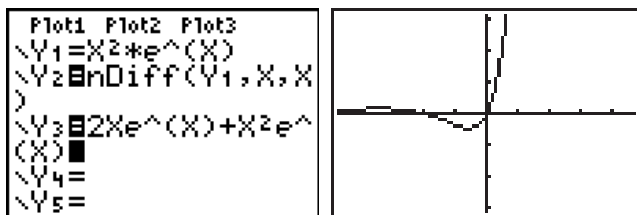
Når du arbejder med differentialregning, kan det være en god idé at have $Y_2 = nDiff(Y_1, X, X)$ liggende fast i $\boxed{Y=}$ -editoren. Benytter du så Y_1 til den aktuelle funktion, har du automatisk adgang til differentialkvotienten via Y_2 .

Gider du ikke have Y_2 tegnet med, hver gang du tegner Y_1 , skal du blot deaktivere Y_2 ved at flytte markøren hen over lighedstegnet og taste \boxed{ENTER} .

Du kan benytte ovenstående tip til at checke om du har differentieret en funktion korrekt.

Skal du fx differentiere funktionen $f(x) = x^2 e^x$, og er nået frem til, at differentialkvotienten er $f'(x) = 2xe^x + x^2 e^x$, kan du checke dette således:

Indtast som vist (hvor Y_1 er deaktiveret) og tegn grafen i et passende vindue. Så skal grafen for Y_2 være end del af grafen for Y_3 .



Newton-Raphson iteration

En funktion f er bestemt ved $f(x) = e^x - 2x - 1$. Bestem ved Newton-Raphsons metode det nulpunkt, der ligger i intervallet $[1, 2]$.

Her skal du have fat i iterationsformlen

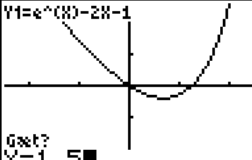

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Start med at indtaste $Y_1 = e^X - 2X - 1$ og $Y_2 = \text{nDiff}(Y_1, X, X)$ i Y= editoren.

Iterationen klares elegant ved at indtaste en startværdi, fx 2, og indtaste $\text{Ans} - Y_1(\text{Ans})/Y_2(\text{Ans})$ og taste **ENTER** gentagne gange:

Plot1 Plot2 Plot3	2	1.556683859
\Y1 = e^X - 2X - 1		1.327123777
\Y2 = nDiff(Y1, X, X)	Ans - Y1(Ans) / Y2(Ans)	1.261629851
)		1.25646232
\Y3 =		1.25643121
\Y4 =		1.256431209
\Y5 =		1.256431209
\Y6 =		

Hvis du benytter ligningsløseren eller nulpunktsbestemmelsen i BEREGN-menuen, får du det samme resultat (men med flere decimaler):

$Y1 = e^X - 2X - 1$  Gætt X=1.5	 Nulpunkt X=1.2564312 Y=0	$Y1=0$ X=1.2564312086... Grænse=(-1E99, ... v-h=0
---	--	--

7 Sandsynlighedsregning

Binomialfordelingen

Lad X være en binomialfordelt stokastisk variabel med antalsparameter n og sandsynlighedsparameter p . TI-84 har indbygget fordelingsfunktionerne `Binomsf` og `Binomkf` (s står for sandsynlighed, k for kummuleret sandsynlighed), der fungerer således:

$$P(X = j) = \text{Binomsf}(n, p, j) \quad \text{og} \quad P(X \leq j) = \text{Binomkf}(n, p, j)$$

I et eksperiment E er sandsynligheden 15% for, at en bestemt hændelse H indtræffer. Eksperimentet E udføres 22 gange, og de enkelte udførelser er uafhængige af hinanden.

Bestem sandsynligheden for, at H indtræffer netop 2 gange.

Bestem sandsynligheden for, at H indtræffer højst 2 gange.

Bestem sandsynligheden for, at H indtræffer mindst 2 gange.

Hvad er det største antal gange, eksperimentet E må udføres, hvis sandsynligheden for, at H indtræffer højst 2 gange, ikke må komme under 50% ?

Hvis X betegner det antal gange, H indtræffer, er X binomialfordelt med parametrene $n = 22$ og $p = 0.15$. De tre spørgsmål, der stilles, kan så formuleres således: $P(X = 2)$, $P(X \leq 2)$ og $P(X \geq 2)$

`Binomsf` og `Binomkf` finder du begge i FORDELINGER-menuen, som kaldes frem ved `[2nd]` [`DISTR`]:

<code>FORDELINGER</code>	<code>TEGN</code>	<code>binomsf(22,.15,2)</code>	<code>1-binomkf(22,.15</code>
<code>6: X²sf(</code>)	<code>,1)</code>
<code>7: X²kf(</code>		<code>.2014526628</code>	<code>.8632757541</code>
<code>8: Psf(</code>		<code>binomkf(22,.15,2</code>	
<code>9: Pkf(</code>)	
<code>0: binomsf(</code>		<code>.3381769226</code>	
<code>H: binomkf(</code>			
<code>B: Poissosnf(</code>			

Til det sidste spørgsmål er ideen den at opfatte $\text{Binomkf}(X, 0.15, 2)$ som en funktion af X og løse ligningen $\text{Binomkf}(X, 0.15, 2) = 0.5$, ved at tabellægge funktionen:

Indtast $Y_1 = \text{Binomkf}(X, 0.15, 2)$ i $\overline{Y=}$ -editoren, indstil TBLSET som vist, og lav tabellen med $\overline{2nd}$ [TABLE]:

Plot1 Plot2 Plot3	TABEL SETUP	X	Y1
$\sqrt{Y_1} = \text{binomkf}(X, .15, 2)$	TabelStart=1	12	.72582
$\sqrt{Y_2} =$	Δ Tabel=1	13	.69196
$\sqrt{Y_3} =$	Uafhg: \overline{AUTO} ?	14	.64291
$\sqrt{Y_4} =$	Afhg: \overline{AUTO} ?	15	.60423
$\sqrt{Y_5} =$		16	.56138
$\sqrt{Y_6} =$		17	.51976
		18	.47966
		X=18	

Af tabellen ses, at 17 er største antal gange, eksperimentet E må udføres, hvis sandsynligheden for, at H indtræffer højst 2 gange ikke må komme under 50%.

Middelværdi og spredning

Sandsynlighedsfordelingen for en stokastisk variabel X er givet ved

t	1	3	5	7	9
$P(X = t)$	0.15	0.40	0.25	0.15	0.05

Beregn middelværdi og spredning for X

I STAT-editoren indtaster du udfaldene i L_1 og sandsynlighederne i L_2 . Herefter vælger du STAT-BRGN menuen 1: 1-Var Stat, som du udfører på listerne L_1 og L_2 .

Det vigtigt, at du skriver 1-Var Stat L_1, L_2 , da 1-Var Stat i modsat fald kun laver statistik på L_1 .

L1	L2	L3	2	1-Vær Stat L1,L2	1-Vær Stat
1	.15	-----	█		$\bar{x}=4.1$
1	.4				$\sum x=4.1$
1	.25				$\sum x^2=21.4$
1	.15				$Sx=$
1	.05	████████			$\sigma x=2.142428529$
-----					$\downarrow n=1$
L2(G) =					█

Middelværdien kan aflæses til $\bar{x} = 4.1$ og spredningen til $\sigma x = 2.14$ og summen af sandsynlighederne i form af $n = 1$.

Normalfordelingen

Lad X være en normalfordelt stokastisk variabel med middelværdi μ og spredning σ . Fordelingsfunktionen for X , $\Phi(t) = P(X \leq t)$, er indbygget i TI-84 på følgende måde:

$$P(X \leq t) = \text{Normalkf}(-10^{99}, t, \mu, \sigma)$$

hvor -10^{99} angiver den nedre grænse for X og er maskinens måde at skrive $-\infty$ på. `Normalkf` finder du i FORDELINGER-menuen, som kaldes frem ved `[2nd] [DISTR]`.

Skal du bestemme en intervalsandsynlighed, kan du gøre således:

$$P(i \leq X \leq j) = \text{Normalkf}(i, j, \mu, \sigma)$$

i stedet for at udregne $P(X \leq j) - P(X \leq i)$, som du sikkert plejer at gøre.

Lad X være en normalfordelt stokastisk variabel med middelværdi 0.93 og spredning 0.2. Find $P(X \leq 1.1)$, $P(0.90 \leq X \leq 1.0)$, $P(X \geq 1.4)$ og løs ligningen $P(X \leq t) = 0.98$.

Start med at indtaste funktionen `Normalkf(-1E99,X,0.93,0.2)` i `[Y=]`-editoren. Herefter kan du referere til fordelingsfunktionen vha. Y_1 , og

således spare en del tastearbejde. Til det sidste spørgsmål benyttes i første omgang ligningsløseren:

Plot1 Plot2 Plot3 $\sqrt{Y_1}$ normalcdf(-1E99, X, 0.93, 0.2) $\sqrt{Y_2}$ = $\sqrt{Y_3}$ = $\sqrt{Y_4}$ = $\sqrt{Y_5}$ = $\sqrt{Y_6}$ =	$Y_1(1.1)$.8023375082 $Y_1(1.0) - Y_1(.90)$.1964483026 $1 - Y_1(1.4)$.0093866874	$Y_1 - .98 = 0$ $X = 1.3407495037...$ grænse = (-1E99, ... $v - h = 0$
--	--	---

Prøv også at udregne intervalsandsynligheden $P(0.90 \leq X \leq 1.0)$ ved direkte at indtaste `Normalcdf(0.90, 1.0, 0.93, 0.2)`.

I stedet for at benytte ligningsløseren til at løse ligningen $P(X \leq t) = 0.98$ kan du benytte den inverse normalfordeling, `invNorm`, der også findes i DISTR-menuen (læg mærke til, at `invNorm` kun arbejder med 6 cifres nøjagtighed):

```
invNorm(.98, .93,
.2)
1.340749782
```

Dette eksempel viser, at med en TI-84 bliver den sædvanlige normalfordelingstabel overflødig. I det næste eksempel skal du se to opgaver, hvor man typisk vil benytte sig af sandsynlighedspapir (eller en tabel):

- 1) Lad X være normalfordelt med middelværdi 2000. Undersøgelser har vist, at sandsynligheden for, at X antager en værdi over 2050, er 10%. Vurdér spredningen af X .
- 2) Lad X være normalfordelt med spredning 5. Undersøgelser har vist, at sandsynligheden for, at X antager en værdi på mindre end 110 er 2%. Bestem middelværdien for X .

1) At sandsynligheden for, at X antager en værdi over 2050 er 10%, kan umiddelbart oversættes til $P(X > 2050) = 0.1$, eller ensbetydende hermed $P(X \leq 2050) = 0.9$. Indtast derfor ligningen

$$\text{Normalcdf}(-1E99, 2050, 2000, X) - 0.9$$

i ligningsløseren:

<pre>LIGNINGSLØSER Lign: 0=normalcdf(-1e99, 2050, 2000, X)-.90</pre>	<pre>normalcdf(-1e9...=0 X=39.015195944... Grænse=(-1e99, ... v-h=0</pre>
---	---

Så får du $\sigma = 39.0$ som vurdering af spredningen.

2) Løses tilsvarende. Her skal du blot indtaste ligningen

$$\text{Normalcdf}(-1E99, 110, X, 5) - 0.02$$

På Risø foretog man i en årrække daglige målinger af ozon-koncentrationen i luften ved jordoverfladen (enhed ppb). Det viste sig, at ozon-koncentrationen var normalfordelt. 99% af målingerne var under 70 ppb, mens 75% var over 20 ppb.

Find middelværdi og spredning i denne normalfordeling.

Lad X betegne ozon-koncentrationen i luften ved jordoverfladen. Så er X normalfordelt med middelværdi μ og spredning σ : skrives $X \sim Nf(\mu, \sigma)$. Der er givet to kumulerede sandsynligheder: $p = P(X \leq x)$:

x	20	70
p	0.25	0.99

Da $X \sim Nf(\mu, \sigma)$, er

$$Y = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim Nf(0,1)$$

De tilsvarende y-værdier kan da findes vha. den inverse normalfordeling som $y = \Phi^{-1}(p)$. På TI-84 finder du $\Phi^{-1}(p)$ ved `invNorm(p)`, hvor du ikke behøver at angive middelværdi og spredning, der, hvis intet angives, sættes til 0 hhv.1:

```
invNorm(.25)
-.6744897495
invNorm(.99)
2.326347877
```

Af

$$Y = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{1}{\sigma} X - \frac{\mu}{\sigma}$$

fremgår, at der er en lineær sammenhæng mellem x-værdier og y-værdier ($a = \sigma^{-1}$ og $b = -\sigma^{-1}\mu$). Mere elegant bliver det, hvis X udtrykkes ved Y:

$$X = \sigma Y + \mu$$

som viser, at i den lineære sammenhæng, der er mellem y-værdier og x-værdier, kan spredningen σ aflæses som linjens hældning, og middelværdien μ er konstantleddet. Nu er opgaven som skabt til lineær regression:

Rens STAT-editoren, og indtast x-værdierne i L1. I L2 udregnes y-værdierne én efter én, og der laves lineær regression på listerne L2 og L1 (i denne rækkefølge!)

L1	L2	L3	Z	LinReg(ax+b) L2,	LinReg
20	-.6745	-----		L1	y=ax+b
70	2.327	-----			a=16.66201448
-----	-----	-----			b=31.23835798
					r ² =1
					r=1
L2(2) = invNorm(.99)					

Middelværdien er altså $\mu = 31.2$ og spredningen $\sigma = 16.7$.

Det havde været rart, hvis du blot kunne indtaste de kummlerede sandsynligheder i L2 og derefter i L3 indtaste formlen $L3 = \text{invNorm}(L2)$, men det vil maskinen slet ikke være med til. Prøv!

I ovenstående eksempel kan det endda gå, men skulle du undersøge, om et større materiale kunne antages at være normalfordelt, bliver det let irriterende. Men der er en udvej:

En højdestatistik over en gruppe store drenge viste følgende resultat:

Højde i cm	162	164	166	168	170	>170
Kummuleret frekvens	5%	24%	66%	90%	98%	100%

Undersøg om observationerne kan anses at stamme fra en normalfordelt stokastisk variabel.

Rens STAT-editoren og indtast højden i L1 og den kummlerede frekvens i L2. Gå tilbage til hovedskærmen ($\boxed{2nd}$ [QUIT]) og indtast:

$$\text{sekv}(\text{invNorm}(L2(X)), X, 1, 5) \boxed{STO} L3$$

hvor **sekv** findes i LIST-undermenuen OPS som nummer 5. For at finde ud af, hvad der sker i denne linje, må du konsultere manualen. Gå tilbage til STAT-editoren, hvor L3 nu er placeret. Lav lineær regression på L3 og L1:

L1	L2	L3	3	LinReg(ax+b) L3,	LinReg
162	.05	-1.645		L1	y=ax+b
164	.24	-.7063			a=2.122190853
166	.66	.41246			b=165.4072265
168	.9	1.2816			r ² =.9958443399
170	.98	2.0537			r=.9979200067
-----	-----	-----			
L3(6) =					

Af forklaringsgraden (0.996) ses, at modellen er fremragende, og du kan antage, at observationerne er normalfordelte med $\mu = 165.4$ og $\sigma = 2.1$.

8 Hukommelsesstyring

Med tastetrykket `[2nd] [MEM]` får du adgang til hukommelsesstyringen.

```
1:0m
2:Mem Styr/Slet...
3:Slet Opslag
4:SletAlleLister
5:Arkiver
6:FjernFraArkiv
7↓Nulstil...
```

Menupunktet 1:0m rummer bl.a. oplysninger om operativsystemets versionsnummer. Mere om dette i næste afsnit.



Hukommelsesstyringen finder du i menupunktet 2:Mem Styr/Slet...

```
RAM FRI 23907
ARKIV FRI 299042
1:Alt...
2:Reel...
3:Kompleks...
4:Liste...
5:Matrix...
6:Y-Vars...
7:Prgm...
8:Billede...
9:GDB...
0:Streng...
A:APPs...
B:APPVars...
C:GRUPPE...
```

Arbejdshukommelsen (RAM) er kun ca. 24Kb, men til gengæld er der (på det viste skærbillede) ca. 300Kb ekstra hukommelse i form af den såkaldte arkivhukommelse (ARKIV). Arkivhukommelsen fungerer som et baggrundslager, hvor du kan opbevare *filer* (dvs. data, programmer, billeder mm), du ikke har brug for i øjeblikket, og derved skaffe plads i

arbejdshukommelsen. Endvidere kan du afvikle specielle maskinkodeprogrammer — de såkaldte applikationer — direkte fra arkivhukommelsen, så du undgår at belaste arbejdshukommelsen.

TI-84 Plus er udstyret med en arkivhukommelse på 480Kb og plads til 30 applikationer, mens TI-84 Plus Silver Edition er udstyret med en arkivhukommelse på 1.5Mb og plads til 94 applikationer

Vælger du 1:Alt i hukommelsesstyringen, får du en ganske lang liste over alt, hvad der ligger i maskinen. Du bladrer i listen med piletasterne  og , og før eller siden vil du møde en fil, der er markeret med en stjerne (du vil sikkert have andre filer end vist nedenfor):

```
RAM FRI 24289
ARKIV FRI 299042
L6 12
*TIINFO 5843
*TISAMPLE 6403
*ALG1CH5 32768
*ALG1PRT1 65536
▶*AreaForm 16384
```

Stjernen foran AreaForm betyder, at applikationen AreaForm befinder sig i arkivhukommelsen, og her skal den også være, da det jo er en applikation. Læg i øvrigt mærke til, at flere af applikationerne er for store til at kunne være i arbejdshukommelsen.

Du kan flytte filer frem og tilbage mellem arbejdshukommelsen og arkivhukommelsen, og det er uhyre simpelt at gøre det — ganske vist indeholder MEMORY-menuen to kommandoer Arkiver og FjernFraArkiv til dette formål, men nedenstående metode er langt simpleere:

Flyt markøren [▶] til den fil, du vil flytte til arkivhukommelsen og tast ENTER. Lige så let går det den anden vej: Flyt markøren [▶] til det stjerne markerede og tast ENTER.

Lad os prøve at flytte en variabel til arkivhukommelsen:

Opret først en variabel i hovedskærmen, fx ved 123 **STO** **ALPHA** A og afslut med **ENTER**. Tast **2nd** **[MEM]**, vælg 2:Mem Styr/Slet... og vælg 2:Reel. Hvis du har andre variable i spil end A, vil du få et andet skærmbillede end vist nedenfor, men A vil være der.

Flyt markøren **[▶]** så den står ud for A og tast **ENTER**. Straks kommer der en stjerne foran A, som betyder, at nu er A i arkivhukommelsen.

RAM FRI	24232	RAM FRI	24241
ARKIV FRI	299042	ARKIV FRI	299021
▶ A	18	▶*A	18
B	18	B	18
X	18	X	18

Tast **ENTER**, så vil A flyttes tilbage til arbejdshukommelsen. Eksperimenter lidt med at flytte forskellige typer af filer frem og tilbage mellem de to hukommelser.

Valget 1:AIt i hukommelsesstyringen giver dig en liste over alle filer på din TI-84, og der kan være ganske mange. Det er nemmere at finde den rette fil ved først at vælge efter filens type - som fx ovenfor med valget 2:Reel

Lige så simpelt er det at slette programmer eller data direkte i hukommelsesstyringen:

Du bladrer i listen med piletasterne **▲** og **▼**, og når markøren **[▶]** står ud for det, der skal slettes, taster du **DEL**. i en gruppefil, der automatisk placeres i arkivhukommelsen (og ikke kan flyttes).

Med 8:Gruppe i MEMORY-menuen kan du samle sammenhørende filer (ikke nødvendigvis af samme type) i en gruppefil, der automatisk placeres i arkivhukommelsen. En gruppefil kan ikke flyttes til arbejdshukommelsen. Læs mere i manualen på side 93-94.

9 Flash applikationer

Din TI-84 leveres med adskillige præinstallerede Flash applikationer (10 på TI-84 Plus og 20 på Silver Edition). Du kan få en oversigt over de installerede Flash applikationer ved at trykke på den lille **[APPS]**-knap



Applikationerne startes også fra denne menu ved at taste applikationens nummer eller ved at pile ned på applikationen og taste **[ENTER]**. Du kan forlade de fleste applikationer ved at taste **[2nd]** **[QUIT]** eller **[CLEAR]**, andre har en Quit-mulighed — så du kan med ro i sindet kigge lidt på dem.

Tilsyneladende rummer Silver Edition langt flere end 20 applikationer, men flere af dem findes i forskellige sprogversioner. Fx er **CSheetDe** den tyske udgave af applikationen **CSheet** og **CSheetEs** den spanske. Du kan uden videre slette de sprogversioner, du ikke vil bruge.

For at komme i gang med **Finance**-applikationen^{*)} kræves nogen vejledning. Derfor har Texas Instruments produceret en dansk vejledning, der kan downloades fra adressen www.ti.com/calc/danmark/

Nogle applikationer er meget direkte at gå til, fx. applikationen **Periodic**, hvorfra du kan udtrække information fra det periodiske system (kun præinstalleret på Silver Edition).

^{*)} Finansapplikationen er en integreret del af TI-84 basecode, og kan ikke slettes fra maskinen. Af samme årsag optræder Finance ikke i oversigten i Mem Mgmt/Del...

Download

På side 63-64 finder du en trinvis beskrivelse af, hvordan du overfører operativsystem og flash-programmer mellem to TI-84. Dette er meget hurtigere end at bruge en computer.

Har en af dine kammerater det nyeste operativsystem eller en (gratis) Flash applikation, du ikke har, ja så kan I klare det ved at koble jeres maskiner sammen.

For at downloade Flash applikationer i din TI-84, skal du bruge USB kablet til at forbinde en computer med din TI-84, men det kræver dog installation af lidt software på computeren. Dette kan du klare næsten automatisk ved hjælp af “TI Graphing Product CD“, der følger med din TI-84. Sæt CD'en i computeren, så vil programmet *Setup* starte automatisk fra CD'en og guide dig gennem hele installationen — herunder også installation af applikationer, der findes på CD'en, fx det danske sprogmodul (se nedenfor).

På computeren får du installeret programmet *TI Connect*. Dette program kan du benytte til at downloade programmer, lave backup af din TI-84 og til at holde din TI-84 opdateret med den nyeste software.

Dansk sprogmodul

På TI-84 Plus Silver Edition er det danske sprogmodul præinstalleret, så her kan du få din maskine til at snakke dansk ved at trykke [APPS] og vælge applikationen Dansk. Når applikationen er startet, vælger du om maskinen skal snakke 1: Dansk eller 2: English:

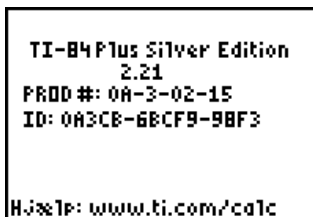


Hvis du ikke har en TI-84 Plus Silver Edition, skal du selv downloade det danske sprogmodul. Dette kan ske fra “TI Graphing Product CD“, der fulgte med din TI-84.

Herefter vedbliver din maskine at tale dansk indtil du afvikler applikationen nok en gang og vælger engelsk som sprog — også selvom du slukker maskinen. Du kan finde dette hæfte i en version med danske skærmbilleder og danske kommandoer på www.ti.com/calc/danmark

Operativsystemet

Du bør sørge for altid at have det nyeste operativsystem installeret i din TI-84. Du finder versionsnummeret på dit operativsystem ved at taste **[2nd] [MEM]** og her vælge 1:Om





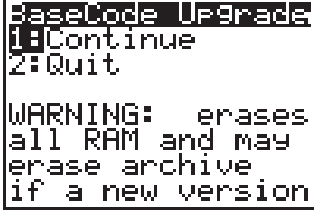
Her kan du se, at operativsystemet har versionsnummer 2.21, som er det nyeste i skrivende stund. Hold dig orienteret om nye versioner på Texas Instruments hjemmeside — opdatering er gratis og sker let og smertefrit med *TI Connect* programmet.

Desuden kan du aflæse din maskines ID-nummer — her 0A3CB-6BCF9-98F3. Dette nummer skal oplyses ved køb af applikationer.

Det kan tage en rum tid at opdatere sit operativsystem via en computer, så sørg for at have rimeligt friske batterier i din TI-84 Plus før du starter.

Sådan overføres operativsystemet mellem to TI-84Plus maskiner



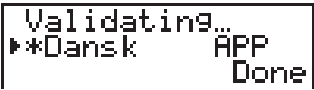
Start med at forbinde de to TI-84 Plus med det medfølgende USB kabel. Batterierne i de to maskiner skal være friske. Flade batterier kan resultere i sammenbrud under overførslen, og så skal operativsystemet indlæses via en computer. Overførslen sker således:

Modtager maskinen:	Afsender maskinen:
<p>Tast [2nd][LINK] for at komme ind i Link-menuen. Tast [▶] og [ENTER] for at vælge MODTAG</p>  <p>- og maskinen går i ventetilstand.</p>	<p>Tast [2nd][LINK] for at komme ind i Link-menuen og vælg</p> <p>G: SendOS</p> 
 <p>Tast [ENTER], og overførslen starter. Det tager nogle minutter.</p>	<p>Afsender maskinen gør klar til afsendelse og skriver en meddelelse om, hvilken version det drejer sig om, fx.</p> <p>Operating System 2.21</p>

Sådan overføres Flash applikationer mellem to TI-84 Plus maskiner

Start med at forbinde de to TI-84Plus med USB kablet — eller en TI-84 Plus og en TI-83 Plus med I/O kablet. Batterierne i de to maskiner skal være rimeligt friske.

Overførslen sker således (kun gratis applikationer!):

Modtager maskinen:	Afsender maskinen:
<p>Tast [2nd][LINK] for at komme ind i Link-menuen. Tast [▶] og [ENTER] for at vælge MODTAG</p>  <p>- og maskinen går i ventetilstand</p>	<p>Tast [2nd][LINK] og vælg C: Apps</p>  <p>Med [ENTER] markerer du den eller de applikationer fra listen, du vil overføre (her Dansk)</p>
	<p>Vælg SEND ([▶][ENTER]) og tast [ENTER] nok engang for at starte overførslen.</p> 