

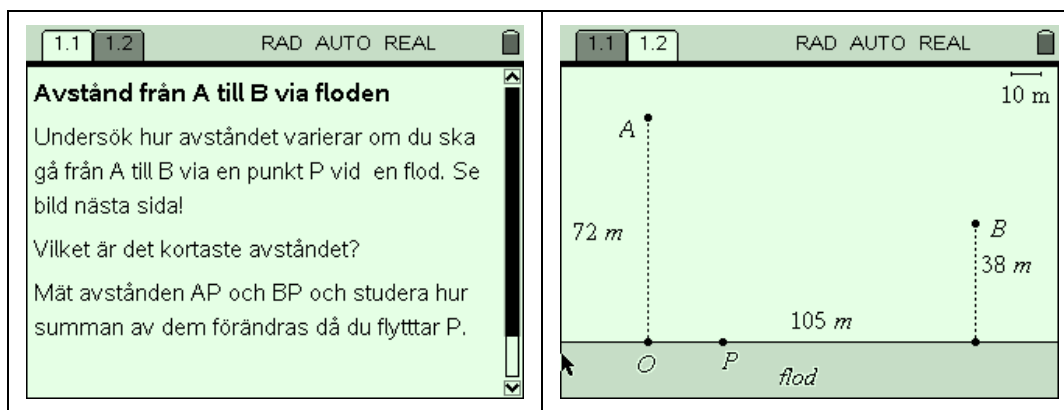
Laboration: Avståndet mellan två punkter via en tredje

Du befinner dig i en punkt A och ska till en punkt B, men måste på vägen komma ner till en flod vid en punkt P.

Punkten A befinner sig 72 meter från floden och punkten B 38 meter från den. Längs floden är avståndet mellan A och B 105 meter. På denna sträcka finns punkten P. Beroende på läget av P kommer avståndet APB att vara olika långt. Undersök hur det varierar beroende på läget av P!

Öppna filen *A_B_via_flod.tns* där det finns en konstruktion att utgå ifrån.

Se bilderna nedan!



- Mät de båda avstånden AP och BP och beräkna deras summa.
- Studera hur denna summa varierar när avståndet OP ändras.
- Vilket är det kortaste avståndet?

Matematisk nivå

Lösningen i följande läraranvisning är indelad i tre steg utifrån erforderlig matematisk nivå.

Steg 1 kan användas från grundskolans senare del och matematik kurs A.

Steg 2 kan användas från kurs B och för avancerade elever även i kurs A.

Steg 3 förutsätter kunskaper från kurs C.

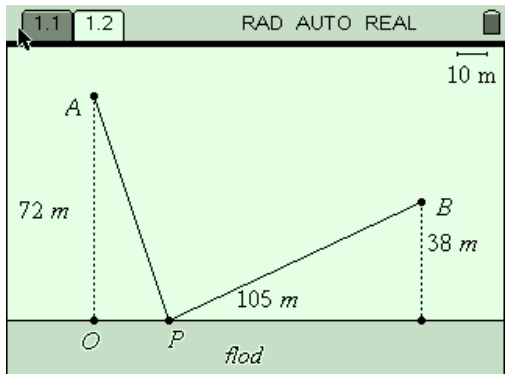
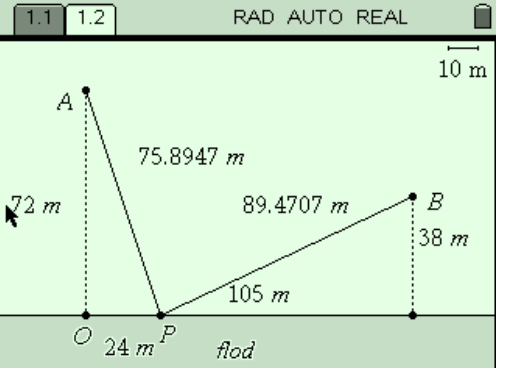
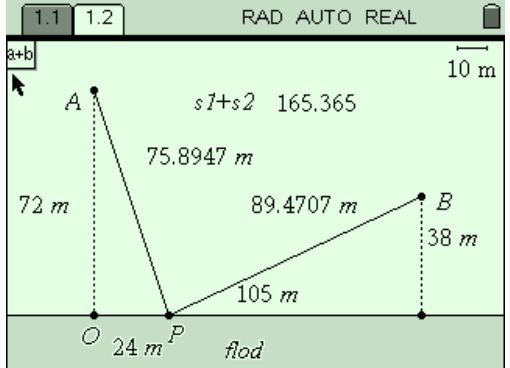
Teknisk nivå

Tidigare erfarenhet av TI-Nspire är nödvändig. Se detaljer i läraranvisningen.

Läraranvisning:

Efter anvisningarna finns en extrauppgift för den snabbe eleven.

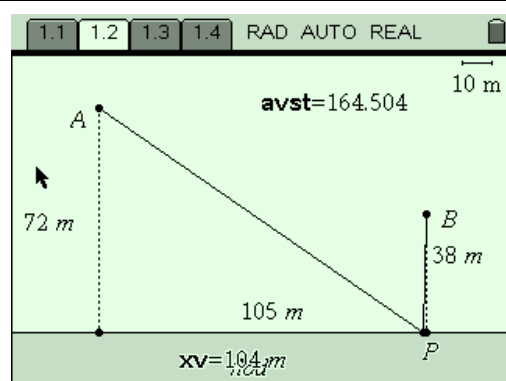
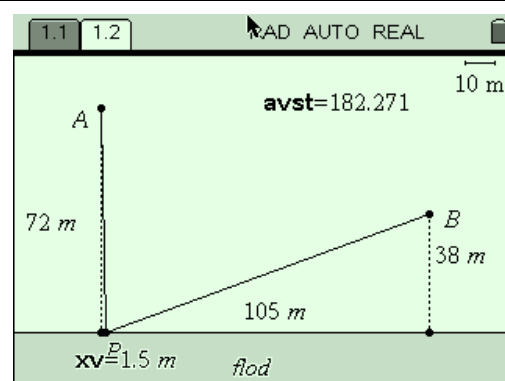
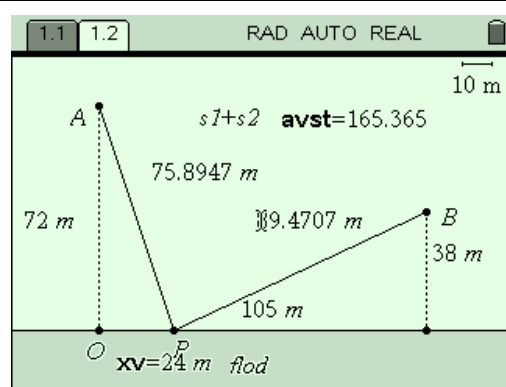
Steg 1: Finn en graf

<p>Konstruera de båda sträckorna AP och BP (Points and Lines, Segment).</p> <p>Mät de båda sträckorna (Measurements, Length). Mät också avståndet OP.</p> <p>Skriv en formel, $s1+s2$, där $s1$ är den ena sträckan och $s2$ den andra. (Actions, Text)..</p> <p>Beräkna summan (Actions, Calculate) och placera mätvärdet intill uttrycket.</p>	
	

Lagra summan med namnet *avst* och avståndet *OP* med namnet *xv* (Klicka först på det ena värdet. Tryck sedan på h och skriv in namnet. Upprepa för det andra värdet).

Flytta punkten P längs floden och studera hur värdena förändras.

Dölj onödiga objekt, så som bilderna nedan visar (Actions Hide/Show)



Infoga en sida med Lists & Spreadsheet och välj automatisk datainsamling av de båda variablerna *xv* och *avst* (Data, Data Capture, Automated Data Capture).

Döp kolumnerna A och B med lämpliga variabelnamn, här *xkoord* och *ykoord*.

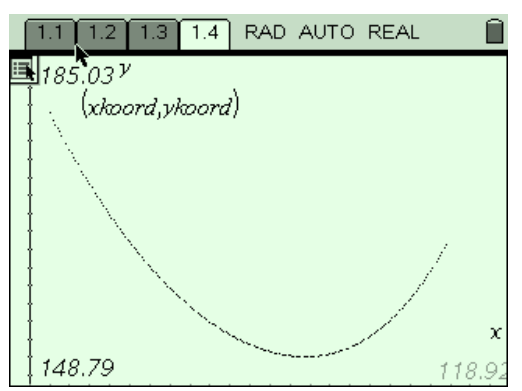
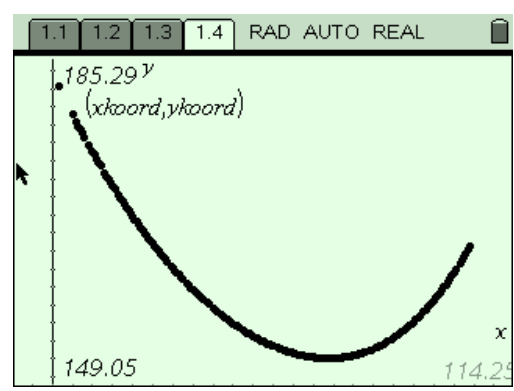
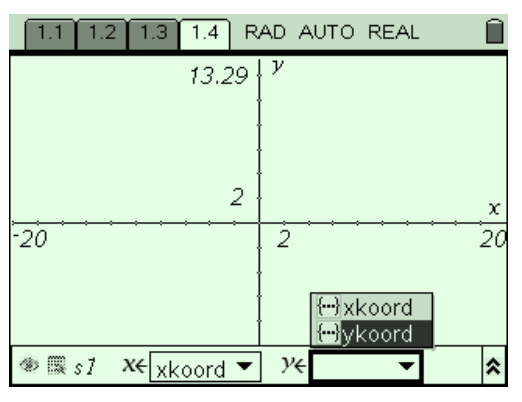
Återvänd till sidan 1.2 (G&G) och dra punkten P längs floden.

Återvänd till sidan 1.3 och studera hur tabellerna fyllts i med värden.

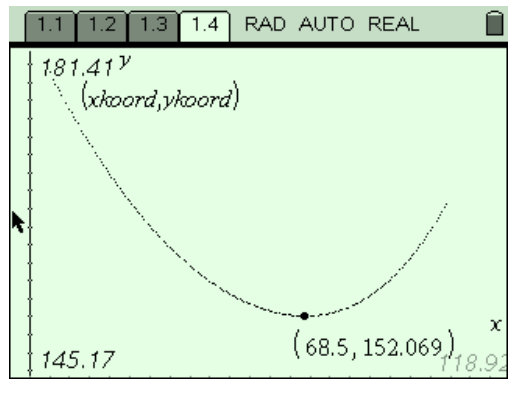
A	xkoord	B	ykoord	C	D
	=capture(xv,1)		=capture(avst,1)		
1	1.5		182.271		
2					
3					
4					
5					

B ykoord:=capture(avst,1)

Infoga en ny sida med Graphs & Geometry och välj punktdiagram (Graph Type, Scatter Plot).
 Öppna dialogrutorna för x- och y-värdena och gör lämpliga val.
 Ändra fönsterinställningarna så att grafen blir synlig (Window, Zoom Data).
 Ändra attribut för grafen så att markörerna blir punkter istället för fyllda cirklar (Actions, Attributes).



Aktivera spåringsfunktionen och undersök vilket som är det kortaste avståndet mellan A och B via punkten P. (Trace, Graph Trace).
 Den första delen av undersökningen är nu avslutad. Vi har en tabell och en graf som visar hur avståndet varierar. Vi vet dessutom att det kortaste avståndet troligen är 152 meter.
 Nästa steg är att finna ett funktions samband för avståndet.



Steg 2: Finn ett funktionssamband

Teckna uttryck för AP och BP med hjälp av Pythagoras sats. Sträckan OP betecknas x . Avstånden betecknas $y_1(x)$ respektive $y_2(x)$.

Definiera också en funktion som summan av $y_1(x)$ och $y_2(x)$, $total(x)$.

Återvänd till sidan 1.4 (G&G) och definiera på inmatningsraden $f1(x)$ som $total(x)$. Dölj sedan inmatningsraden (View, Hide Entry Line).

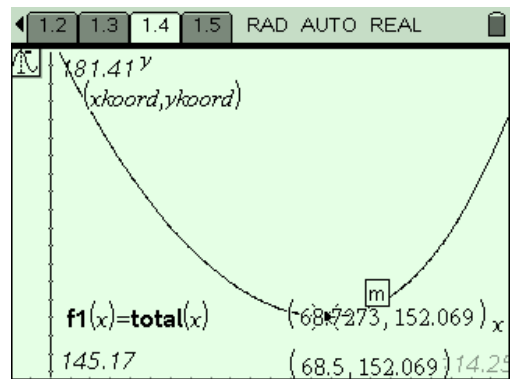
Diskutera den kontinuerliga modellen jämfört med den diskreta.

Använd spårningsfunktionen för att finna minimipunkten (Trace, Graph Trace). Det är nödvändigt att flytta mellan punkt-diagrammet och grafen av $f1(x)$ genom att använda pil-upp-tangenten

Därmed är undersökningen enligt steg 2 avslutad. Eleverna har fått se en annan typ av funktion nämligen en summa av två kvadratrotsfunktioner.

TI-84 Plus calculator screen showing function definitions:

- $y_1(x) := \sqrt{72^2 + x^2}$
- $y_2(x) := \sqrt{38^2 + (105 - x)^2}$
- $total(x) := y_1(x) + y_2(x)$



Steg 3: Undersökning med hjälp av derivata

Derivatans av funktionen $total(x)$ definieras som $dtotal(x)$. Det skulle givetvis gått lika bra att använda $f1(x)$ för definitionen (Calculus, Derivative).

Ekvationen $dtotal(x) = 0$ löses med avseende på x .

Funktionsvärdet av $total(x)$ beräknas för derivatans nollställe, såväl exakt som närmevärde.

TI-84 Plus calculator screen showing the derivative and solve command:

- $dtotal(x) := \frac{d}{dx}(total(x))$
- $solve(dtotal(x) = 0, x)$

TI-84 Plus calculator screen showing the derivative and solve command:

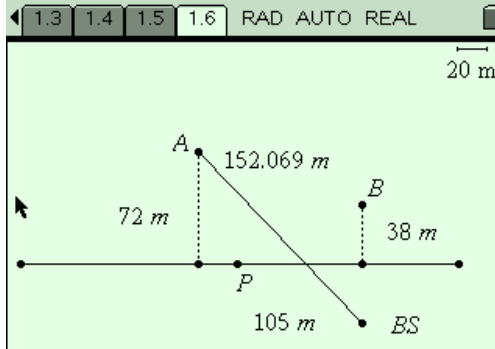
- $dtotal(x) := \frac{d}{dx}(total(x))$
- $solve(dtotal(x) = 0, x)$ results in $x = \frac{756}{11}$
- $total\left(\frac{756}{11}\right)$ results in $25 \cdot \sqrt{37}$

TI-84 Plus calculator screen showing the exact and decimal values of $total\left(\frac{756}{11}\right)$:

- $total\left(\frac{756}{11}\right)$ results in $25 \cdot \sqrt{37}$
- $total\left(\frac{756}{11}\right)$ results in 152.069
- $\frac{756}{11}$ results in 68.7273

Extrauppgift: Att enbart finna det kortaste avståndet.

Finns någon alternativ lösning om det enbart gäller att studera vilket avstånd som är det kortaste. Om så behövs kan eleven få ledtråden att spegla punkten B (eller A) i den linje som definieras av flodkanten.

<p>Spegla punkten B i den linje som definierar flodfåran (Transformation, Reflection).</p> <p>Spegelbilden av B kallas BS. Det kortaste avståndet mellan A och BS är en rät linje.</p> <p>Mät längden av sträckan A-BS (Measurements, Length).</p>	
<p>Sträckan P-B är lika lång som sträckan P-BS till följd av kongruens mellan de båda trianglar som bildas med hjälp av B och spegelbilden av B, dvs BS.</p>	